

NEW

SHORTCUT WAY

新捷径

总主编

江苏省数学学会理事
江苏省教育厅教研室数学教研员、高级教师

万庆炎

主 编

南京市中学高级职称评审委员会学科组成员
南京市六合县教育局教研室主任、高级教师

杨光雄



初中数学

二年级分册

东北师范大学出版社



NEW SHORTCUT WAY

新捷径 初中数学

二年级分册

- [总主编] 江苏省数学学会理事 万庆炎
江苏省教育厅教研室数学教研员、高级教师
- [主 编] 南京市中学高级职称评审委员会学科组成员 杨光雄
南京市六合县教育局教研室主任、高级教师
- [主 审] 国家基础教育实验中心主任 史宁中
东北师范大学校长、博士生导师

东北师范大学出版社

长 春

图书在版编目(CIP)数据

新捷径·初中数学·二年级分册/万庆炎总主编;杨光雄主编. —长春:东北师范大学出版社,2001.7
ISBN 7-5602-2724-4

I. 新… II. ①万…②杨… III. 数学课—初中—
教学参考资料 IV.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 07385 号

☐ 出 版 人: 贾国祥

☐ 策划创意: 贾国祥 ☐ 制作统筹: 唐峻山

☐ 责任编辑: 杨述春 ☐ 责任校对: 张中敏

☐ 封面设计: 魏国强 ☐ 责任印制: 张允豪

☐ 电脑制图: 乔彦勇 ☐ 电脑制作: 白 玲

东北师范大学出版社出版发行

长春市人民大街138号 邮政编码: 130024

电话: 0431—5695744 5688470 传真: 0431—5695734

网址: WWW.NNUP.COM 电子函件: SDCBS@MAIL.JL.CN

广告许可证: 吉工商广字2200004001001号

东北师范大学出版社激光照排中心制版

沈阳新华印刷厂印刷

沈阳市铁西区建设中路30号 邮政编码: 110021

2001年6月第1版 2001年6月第1次印刷

开本: 890×1240 1/32 印张: 6.25 字数: 229千

印数: 00 001 - 50 000 册

定价: 16.00元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 可直接与承印厂联系调换

总有一种捷径

让我们梦寐以求

■ 选择《新捷径》的五种理由

首先感谢您选择了《新捷径》丛书！作为一套面向二十一世纪的教辅图书，《新捷径》丛书从灵活实用而富有创意的内容体例到淡雅清丽而极具神韵的视觉形式，都凝聚着《新捷径》丛书所有编创人员对学习方式和方法所进行的有益尝试和极有价值的总结。相信自己的眼光和感觉，因为对于学习而言，总有一种捷径让我们梦寐以求……

1. 权威编写专家审订

《新捷径》丛书所有参与撰稿的作者均为长期工作在一线教学岗位的资深教师。为保证丛书的高起点和高品质，又特别聘请了相应学科的著名专家对丛书内容进行了全面审订。权威编写，专家审订，品质自然与众不同。

2. 以学生的眼光梳理知识

教材是以一种知识的逻辑讲解着你应该掌握的知识。而《新捷径》丛书则着力于从学生的能够理解和掌握的角度，来建立自己的讲解逻辑。这样做的好处在于能够针对大多数学生的学习状态，弥补教材的不足，从而使得知识的理解更便利。

3. 学习的诀窍灵活实用

《新捷径》丛书正文两侧所附的图表、边文辅助说明文字均来自一线教师对其多年教学经验的感受和总结，这些看上去不过是在三言两语的文字，有时便是你豁然开朗的捷径。

4. 应试技能技巧全面汇总

我们无法逃避考试。所以，《新捷径》丛书更是突出面对考试的知识总结和要点归纳，并附以相应训练，以期更快地提高你的学习水平和应试能力。

5. 视野开阔全面兼容

《新捷径》丛书的编写紧紧依据教育部最新教学大纲和考试大纲的内容要求和顺序，在注重人教版九年制义务教育教材的同时，也注意到对其他教材如沪版、内地版教材内容的兼容，这极大地拓展了本书的适用地域。

本书 使用说明

1. 各章的最前面有图表形式的要点总整理, 易读易记.
2. 每节的内容围绕节的要点展开, 分为提高实战能力的指导、例题解法与同类题同步训练.
3. 章末附自我检测与中考试题精选两套训练题.

要点整理

教科书要点的总整理, 放在各节的前面, 对预习、复习和考试最有用.

考点提要

为轻松考试而必须记住的知识点, 考试易出现的问题提示, 得高分的关键指要.

边文解惑

为了及时解惑, 两侧配有边文, 补充正文内容. 包括详细解说、应知应会、考试注意、另解、图解及得分指要.

2 加法

考试中经常出现的 本节最重点

① 同号两数的和

同号两数的和, 取两加数绝对值的和与相同的符号

同符号(+与+, -与-) 作和的绝对值 作和的符号

$$\begin{array}{l} \text{绝对值的和} \\ (-3) + (-2) = -(3+2) = -5 \quad \ominus \text{相同的符号“-”} \\ \text{相同的符号} \end{array}$$

② 异号两数的和

异号两数的和, 取其绝对值的差与绝对值较大加数的符号

符号相反(+与-, -与+) 作和的绝对值 作和的符号

$$\begin{array}{l} \text{绝对值的差} \\ (-6) + (+4) = -(6-4) = -2 \quad \ominus -6 \text{的绝对值较大, 取“-”号} \\ \text{绝对值较大加数的符号} \end{array}$$

● 运算时称为加法, 其结果称为和.

考试轻松

提高实战能力的指导

应知应会

▶ 0 与任何数相加, 仍是该数.

$$a+0=a$$

$$0+a=a$$

▶ 两数和为 0 时, 其绝对值相等, 符号相反. $(+3)+(-3)=0$. 这样的两个数叫做互为相反数.

参考

加法交换律与加法结合律

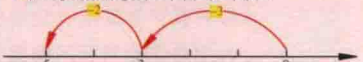
加法交换律: $a+b=b+a$, 交换两加数的顺序, 和不变.

加法结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$, 先加前两数或后两数, 和不变.

1 利用数轴理解加法的意义

① 同号两数的和 $(-3)+(-2)=-5$

▼ 自 0 起沿负方向连续取 3 个单位与 2 个单位.



② 异号两数的和 $(-6)+(+4)=-2$ ▼ 自 0 起先沿负方向取 6 个单位, 再沿正方向取 4 个单位.



2 三个以上数求和时, 先按正、负数分别求和

$$\begin{aligned} & (-3) + (+6) + (-7) \\ &= (+6) + (-3) + (-7) \\ &= (+6) + (-10) \\ &= -4 \end{aligned}$$

利用加法交换律

$$a+b=b+a$$

利用加法结合律

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

- # NEW SHORTCUT WAY

例题和解法

基本題

(1) $(+5) + (+7)$; (2) $(-6) + (-4)$.



(1) 两正数的和; (2) 两负数的和, 都是求同号两数的和.

◎ 藝文

$$\oplus + \oplus \longrightarrow (1) (+5) + (+7)$$

取+号 → $= + (5+7)$
 $= +12$



▲ 注意符号与绝对值

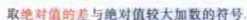
$\ominus + \ominus \rightarrow (2) (-6) + (-4)$ 原来的符号
 $\rightarrow = -(6+4)$ 绝对值的和
 $= -10$ 结果取负

■ 答案见本例例 153 页

(1) $(+12)+(+9)$; (2) $(-8)+(-21)$;
(3) $(+8)+(+5)$; (4) $(-11)+(-4)$.

基本題

(1) $(+6)+(-11)$; (2) $(-10)+(+14)$.



(1) 正数+负数, (2) 负数+正数, 都是求两数的和.

⊙ 考法注意

不是“绝对值的和”！

求和的绝对值时，
若是异号两数相加，则
是两加数绝对值的差！

④ $\oplus \ominus$ 异号相加 $\rightarrow$ (1) $(+6) + (-11)$
 取绝对值较大加数 (-11) 的符号

取绝对值较大加数的符号,且绝对值相减
 $= -(11-6)$
 $= -5$

绝对值的差

用较大的绝对值 11 减去较小的绝对值 6

同步训练

同类题的同步训练, 配在例题与解法之后, 是必须自己完成的且有助于理解例题的具有挑战力的题目. 题目少而重要.

全方位备考

章末附两种类型的套题,自我检测重在基本内容的理解训练,中考试题精选是综合题的训练,最高程度的挑战。

《新捷径》丛书主审委员会

- 申士昌** [全国中小学教材审定委员会语文审查委员、北京市西城区教研中心中学教研室主任、特级教师]
- 史宁中** [国家基础教育实验中心主任、东北师范大学校长、博士生导师]
- 杨 忠** [教育部外语专业指导委员会委员、东北师范大学副校长、博士生导师]
- 赵永年** [中国物理学会光反射专业委员会副主任、吉林大学教授、博士生导师]
- 吴通好** [中国化学会理事、吉林省化学会竞赛委员会主任、吉林大学化学系主任、博士生导师]

《新捷径》丛书编撰委员会

- 丁怀正** [北京市西城区中学语文教学研究会副秘书长、北京市西城区教研中心语文教研员、高级教师]
- 万庆炎** [江苏省数学学会理事、江苏省教育厅教研室数学教研员、高级教师]
- 欧阳春** [南京市数学学会理事、南京市下关区教育局教研室主任、高级教师]
- 杨光雄** [南京市中学高级职称评审委员会学科组成员、南京市六合县教育局教研室主任、高级教师]
- 荆福仁** [南京市中学数学教学研究会理事、南京市玄武区教研室主任、高级教师]
- 张学文** [吉林省外语学会理事、长春市实验中学高级教师]
- 陈凤书** [全国初中物理竞赛优秀辅导教师、吉林省实验中学高级教师]
- 李 桢** [吉林省化学教学研究会常务理事、东北师范大学附属中学教务处主任、高级教师]

本册撰稿人

- 杨光雄 李志强 吴明苏 张通宇 王星康
杨闽泉 杨 菊 周 光 程桂龙

目 录

C O N T E N T S

第 1 章

因 式 分 解

2

- | | |
|---------------|----|
| 1 提公因式法 | 4 |
| 2 运用公式法 | 8 |
| 3 分组分解法 | 15 |
| 自我检测 | 21 |
| 中考试题精选 | 28 |

第 2 章

分 式

24

- | | |
|----------------------|----|
| 1 分式的基本性质 | 26 |
| 2 分式的乘除法 | 30 |
| 3 分式的加减法 | 34 |
| 4 与分式有关的方程及其应用 | 40 |
| 自我检测 | 46 |
| 中考试题精选 | 48 |

第 3 章

数 的 开 方

50

- | | |
|-----------------|----|
| 1 平方根和立方根 | 52 |
| 2 实 数 | 58 |
| 自我检测 | 65 |
| 中考试题精选 | 67 |



第4章

二次根式

63

1 二次根式及其性质	70
2 二次根式的乘除法	75
3 二次根式的加减法和混合运算	82
4 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	89
自我检测	93
中考试题精选	95

第5章

三角形

96

1 三角形	99
2 全等三角形	105
3 尺规作图	112
4 等腰三角形	116
5 勾股定理	123
自我检测	128
中考试题精选	130

第6章

四边形

132

1 四边形	135
2 平行四边形	139
3 矩形、菱形、正方形	145
4 梯形	151
自我检测	158
中考试题精选	160

第7章

相似形

162

1 比例线段	164
2 相似三角形	172
自我检测	180
中考试题精选	183

参 考 答 案

186

总有
一种捷径
让我们
梦寐以求

New Shortcut Way

新捷径

初中数学



I LOVE THIS BOOK



第1章 因式分解

1 提公因式法

→ 本书第 4 页

1 因式分解

把一个多项式化成几个整式的积的形式,叫做把这个多项式因式分解,也叫做把这个多项式分解因式。

多项式 $\rightarrow ma+mb+mc$

积的形式 $\rightarrow m(a+b+c)$, 分解因式

$x^2+x+\frac{1}{4}=x(x+1)+\frac{1}{4}$ 不是分解因式

2 公因式

在一个多项式中,各项都含有的一个共同的因式,这个因式就叫做这个多项式各项的公因式。公因式是整式,因此,它可以是单项式,也可以是多项式。

$ma+mb+mc$ 的公因式是 m 。

m 是单项式。

$a(x-y)+b(x-y)+c(x-y)$ 的公因式是 $x-y$ 。

$x-y$ 是多项式。

3 提公因式法

如果多项式有公因式,可以把这个公因式提到括号外面,将多项式写成积的形式,这种分解因式的方法叫做提公因式法。

$ma+mb+mc$ 有公因式 m ,

$ma+mb+mc=m(a+b+c)$;

$a(x-y)+b(x-y)+c(x-y)$ 有公因式 $x-y$,

$a(x-y)+b(x-y)+c(x-y)=(x-y)(a+b+c)$ 。

2 运用公式法

→ 本书第 8 页

1 运用公式法

如果把乘法公式反过来用,就能把某些多项式分解因式,这种分解因式的方法叫做运用公式法。

从左到右是运用公式的乘法运算

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2,$$

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2.$$

从右到左是运用公式的分解因式

2 平方差公式

两个数的平方差,等于这两个数的和与这两个数的差的积。

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

a, b 可以表示任何数、单项式或多项式。

3 完全平方公式

两个数的平方和,加上(或减去)这两个数的积的 2 倍,等于这两个数的和(或差)的平方。

$$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$$

a, b 可以表示任何数、单项式或多项式。

4 完全平方式

形式 $a^2+2ab+b^2$ 及 $a^2-2ab+b^2$ 的式子叫做完全平方式.

$$-a^2 \pm 2ab - b^2 \text{ 不是完全平方式,} \\ = - (a^2 \mp 2ab + b^2)$$

提“-”号后,括号内的多项式就是完全平方式.

3 分组分解法

→ 本书第 15 页

1 分组分解法

① 分组后能直接提公因式

多项式 $am+an+bm+bn$ 不能直接运用提公因式法或运用公式法来分解因式,但可通过合理分组,并提出公因式后,使另一个因式正好相同.

$$\begin{aligned} am+an+bm+bn \\ &= a(m+n)+b(m+n) \\ &= (m+n)(a+b) \end{aligned}$$

第一、二项
作为一组,
第三、四项
作为另一组.

② 分组后能直接运用公式

多项式 $a^2+2ab+b^2-c^2$ 也不能直接运用提公因式法或运用公式法来分解因式,但可通过合理分组,使其中一组运用公式来分解后,再与另一组继续用公式分解因式.

$$\begin{aligned} am+an+bm+bn \\ &= m(a+b)+n(a+b) \\ &= (a+b)(m+n) \end{aligned}$$

第一、三项
作为一组,
第二、四项
作为另一组.

$$\begin{aligned} a^2+2ab+b^2-c^2 \\ &= (a^2+2ab+b^2)-c^2 \\ &= (a+b)^2-c^2 \\ &= (a+b+c)(a+b-c) \end{aligned}$$

对于只有四项的多项式,若能运用分组分解法来分解,一般分组方法是:两项作一组,另两项作另一组,或其中三项为一组,剩余一项为另一组.



2 多项式因式分解的一般步骤

- ① 多项式的各项有公因式,应先提公因式;
- ② 各项没有公因式,应尝试运用公式法来分解;
- ③ 用上述方法不能分解,可尝试用分组分解法或其他方法来分解;
- ④ 分解因式,必须进行到每一个多项式因式都不能再分解为止.

$$4a^2b-8ab^2$$

有公因式 $4ab$.

$$\begin{aligned} &= 4ab(a-b) \\ x^2-6xy+9y^2 \\ &= (x-3y)^2 \end{aligned}$$

可运用完全平方公式.

$$\begin{aligned} am^2-m^2-a+1 \\ &= m^2(a-1)-(a-1) \\ &= (a-1)(m^2-1) \\ &= (a-1)(m+1)(m-1) \end{aligned}$$

既无公因式可提取,也不能运用公式,但可运用分组分解法.

分解到每一个多项式因式都不能再分解为止.

1

提公因式法

考试中经常出现的

本节最重要

1 公因式

公因式是单项式 $am+bm+cm$ 的公因式是 m

公因式是多项式 $a(x-y)+b(x-y)+c(x-y)$ 的公因式是 $x-y$

2 提公因式法

$$am+bm+cm=m(a+b+c)$$

$$a(x-y)+b(x-y)+c(x-y)=(x-y)(a+b+c)$$

考试轻松

提高实战能力的指导

须知

提公因式时,对数字系数和字母(或整式)应分别考虑.对于整数系数应提各项数字系数的最大公约数,相同的字母(或整式)应取各项相同字母(或整式),而且相同的字母(或整式)的指数取次数最低的.

切记

$$a-b=-(b-a)$$

$$(a-b)^2=(b-a)^2$$

$$(a-b)^3=-(b-a)^3$$

一般地, $(a-b)^n$

$$= \begin{cases} (a-b)^n, n \text{ 是偶数} \\ -(b-a)^n, n \text{ 是奇数} \end{cases}$$

应会

利用因式分解与多项式乘法的关系,检查分解因式是否正确.

$$a^2b-ab^2 \xrightarrow[\text{整式乘法}]{\text{因式分解}} ab(a-b)$$

1 运用提公因式法时,常犯的错误

● $ax+bx+x=x(a+b)$. 错

注意 $x=x \cdot 1$. 当提取 x 后,余下的因式是 1.

正确 $ax+bx+x=x(a+b+1)$.

公因式提取后,括号内的项数与原多项式的项数一致.这是检查提公因式法是否正确的一种方法.

● $-6x^3+9x^2-12x=-x(6x^2-9x-12)$. 错

注意 系数的最大公约数是 3,应连同字母一起提取;在提出“-”号时,多项式的各项都要变号.

正确 $-6x^3+9x^2-12x=-3x(2x-3x+4)$.

● $a(m-n)-b(n-m)=(m-n)(a-b)$. 错

注意 $n-m \neq m-n, n-m=-(m-n)$.

正确
$$\begin{aligned} a(m-n)-b(n-m) &= a(m-n)-b[-(m-n)] \\ &= a(m-n)+b(m-n) \\ &= (m-n)(a+b). \end{aligned}$$

● $(a+1)^3-(a+1)^2=(a+1)^2[(a+1)-1]=(a+1)^2(a+1-1)$
 $=a(a+1)^2=a(a^2+2a+1)$. 错

注意 分解到等于 $a(a+1)^2$ 已达到分解因式的目的,即分解到此结束.继续做下去,等于走“回头路”.

正确 $(a+1)^3-(a+1)^2=a(a+1)^2$.

考试中经常出现的例题和解法

例题1 考点 提取的公因式是单项式

基本题

把下列各式分解因式：

(1) $4ab^4c - 8ab^3 - 2b^3$;

(2) $-\frac{8}{9}x^2b^3 - \frac{4}{3}xb^2 + \frac{2}{3}xb$.

点拨



先找出多项式中各项都含有的公因式，然后提取这个公因式。

⑧ 考试注意

对于各项都含有数字系数的多项式，分解因式时，首先应寻找各系数的最大公约数。

4, 8, 2 的最大公约数是 2。

解题步骤与思路

(1) $4ab^4c - 8ab^3 - 2b^3$

找出公因式 $2b^3$ →

$= 2b^3 \cdot 2ab^2c - 2b^3 \cdot 4ab - 2b^3 \cdot 1$

提取公因式 $2b^3$ →

$= 2b^3(2ab^2c - 4ac - 1)$

(2) $-\frac{8}{9}x^2b^3 - \frac{4}{3}xb^2 + \frac{2}{3}xb$

找出公因式 $-\frac{2}{9}xb$ →

$= -\frac{2}{9}xb \cdot 4xb^2 - \frac{2}{9}xb \cdot 6b + \frac{2}{9}xb \cdot 3$

提取公因式 $-\frac{2}{9}xb$ →

$$= -\frac{2}{9}xb(+4b^2+6b-3)$$

变号 变号 变号
 省略

⑨ 参考

对于分数系数，一般应提各分母的最小公倍数，使分解后的多项式因式的系数都是整数。

$\frac{8}{9}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}$ 应提取 $\frac{2}{9}$ 。

⑩ 注意

如果多项式是按某字母的降幂排列，且第一项的系数是负的，一般先提出“-”号，使括号内的第一项的系数是正的，这时原多项式的各项都要变号。

同步训练1

把下列各式分解因式：

(1) $10m^2n - 15mn + 5n^2$;

(2) $-\frac{3}{4}x^3y^2 - 6x^2y^3 + \frac{3}{2}xy^2$.

答案见本书第186页。

例题2 考点 提取的公因式是多项式

提高题

把下列各式分解因式：

(1) $3m(x-y) - 6(m-n)(y-x)$;

(2) $6(a-3)^2 - 2a(3-a)^2$.

点拨



(1) 式中 $y-x=-(x-y)$ ，公因式是 $3(x-y)$ ；

(2) 式中 $(a-3)^2=(3-a)^2$ ，公因式是 $2(a-3)^2$ 或 $2(3-a)^2$ 。

解题步骤与思路

⊗ 考试注意

因式 $y-x=-(x-y)$,
所以 $(x-y)$ 是公因式.

$$\begin{aligned} & -6(m-n)(y-x)= \\ & +6(m-n)(x-y). \end{aligned}$$

因式 $[m+2(m-n)]$
应化简, 去括号时,
($m-n$) 中的各项都要乘
以 2 . $2(m-n)=2m-n$, 错.

📖 须知

$$\begin{aligned} (a-3)^2 &= (3-a)^2. \\ 3-a &= -(a-3). \end{aligned}$$

📖 另解

$$\begin{aligned} & 2(3-a)^2 - (a-3) \\ &= -2(a-3)^2(a-3) \\ &= -2(a-3)^3 \end{aligned}$$

$$(1) 3m(x-y)-6(m-n)(y-x)$$

$$\text{找出公因式 } 3(x-y) \rightarrow = 3(x-y) \cdot m + 3(x-y) \cdot 2(m-n)$$

$$\text{提取公因式 } 3(x-y) \rightarrow = 3(x-y)[m+2(m-n)]$$

$$\text{化简 } [m+2(m-n)] \rightarrow = 3(x-y)(m+2m-2n)$$

$$= 3(x-y)(3m-2n);$$

$$(2) 6(a-3)^2 - 2a(3-a)^2$$

$$\text{找出公因式 } 2(a-3)^2 \rightarrow = 2(a-3)^2 \cdot 3 - 2(a-3)^2 \cdot a$$

$$\text{把公因式 } 2(a-3)^2$$

化为同底数 $(3-a)$ 后,
结果写成幂的形式

$$(3-a)^2(3-a) = (3-a)^3 \rightarrow = 2(3-a)^3. (\text{或 } -2(a-3)^3).$$

$$\because (3-a)^3 = -(a-3)^3,$$

$$\therefore 2(3-a)^3 = -2(a-3)^3.$$

形式不同, 结果是一致的.

去括号

合并同类项

同步训练 2

把下列各式分解因式:

$$(1) 7(a-b)(x-y)-28y(b-a);$$

$$(2) 2(x-2)^3+x(2-x)^3.$$

答案见本书第 186 页.

例题 3 考点 因式分解的简单应用

提高题

利用因式分解计算 $23 \times 3.14 + 60 \times 1.57 + 47 \times 3.14$.

点拨



$$60 \times 1.57 = 30 \times 2 \times 1.57 = 30 \times 3.14.$$

解题步骤与思路

📖 确认

$$\text{把 } 60 \times 1.57 \text{ 写成 } 30 \times 2 \times 1.57$$

$$2 \times 1.57 = 3.14$$

提公因数 3.14

做乘法运算

$$23 \times 3.14 + 60 \times 1.57 + 47 \times 3.14$$

$$= 23 \times 3.14 + 30 \times 2 \times 1.57 + 47 \times 3.14$$

$$= 23 \times 3.14 + 30 \times 3.14 + 47 \times 3.14$$

$$= 3.14 \times (23 + 30 + 47)$$

$$= 3.14 \times 100$$

$$= 314.$$

23×3.14 与 47×3.14 都含有 3.14, 而 60×1.57 可写成 $30 \times 2 \times 1.57 = 30 \times 3.14$, 所以原式各项都含有公因数 3.14.

同步训练 3

答案见本书第186页.

利用因式分解计算 $68 \times 0.91 - 1.5 \times 9.1 + 0.47 \times 91$.

例题 4 考点 先局部提公因式后整体提公因式

发展题

把 $(a^2-a)(a^2+ab)+(a-a^2)(a+b)$ 分解因式.

点拨

 $a-a^2=-(a^2-a)$, a^2+ab 含有因式 $(a+b)$.

解题步骤与思路

局部提公因式

提公因式 $(a^2-a)(a+b)$ 再提公因式 a

相同的多项式因式写成幂的形式

 $(a-1)(a-1)=(a-1)^2$

$$(a^2-a)(a^2+ab)+(a-a^2)(a+b)$$

$$\rightarrow = (a^2-a) \cdot a(a+b) - (a^2-a)(a+b)$$

$$\rightarrow = (a^2-a)(a+b)(a-1)$$

$$\rightarrow = a(a-1)(a+b)(a-1)$$

$$\rightarrow = a(a+b)(a-1)^2$$

⑧ 考试注意

$$a-a^2=-(a^2-a),$$

$$a^2+ab=a(a+b).$$

经过式子的变形与局部提公因式, 易寻找原式的公因式是 $(a^2-a)(a+b)$.

⑨ 须知

a^2-a 还可继续分解, $(a-1)(a-1)$ 应写成 $(a-1)^2$.

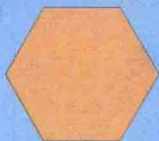
同步训练 4

答案见本书第186页.

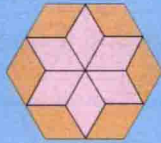
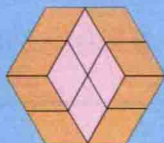
把 $x(x-1)^2-(2-2x)^2+3(1-x)^2$ 分解因式.

问与答

问: 你能不能将如图所示的正六边形分割成十二个全等的菱形? 请试试看.



答: 给出以下两种答案.



2

运用公式法

考试中经常出现的

本节最重点

1 运用公式法

① 平方差公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ ② 完全平方公式 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

2 完全平方公式

 $a^2+2ab+b^2$ 及 $a^2-2ab+b^2$

形式是完全平方的多项式,都可以运用完全平方公式来分解.

注意

这三个公式从左到右是平方差公式和完全平方公式,用于因式分解;从右到左是乘法公式,用于整式乘法.

考试轻松

提高实战能力的指导

须知

$$-a^2+2ab-b^2$$

不是一个完全平方方式,必须提出“-”号,这时括号内就是一个完全平方式,这说明对于首项系数是负的多项式,为什么要提出“-”号,否则 $-a^2+2ab-b^2$ 就无法进行因式分解.

$$-a^2+2ab-b^2$$

$$=-(a^2-2ab+b^2)$$

$$=-(a-b)^2.$$

注意

$$-b^2+a^2$$

$$=a^2-b^2$$

$$=(a+b)(a-b).$$

下列多项式不能运用公式法分解

$$a^2+b^2; -a^2-b^2;$$

$$a^2+2ab-b^2;$$

$$a^2-2ab-b^2;$$

$$a^2+ab+b^2.$$

1 公式中字母的意义

字母 a, b 不仅可以表示数,而且可以表示单项式或多项式.如 $(2a)^2-(m-n)^2$ 和 $(x-1)^2+2(x-1)+1$ 都可运用公式来分解.

2 运用公式法来分解的关键

熟练地把多项式中的某些项写成某个数或式的平方的形式.

如 $\frac{9}{4} = \frac{3^2}{2^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$, $25a^4 = 5^2 \cdot (a^2)^2 = (5a^2)^2$. 变形的根据是逆用幂的

运算性质,应熟记 1~20 这些正整数的平方.

3 不是所有的“二项式”和“三项式”都能运用公式来分解,也不是所有的“二项式”和“三项式”都能直接运用公式来分解,有时要结合提公因式法进行分解

如 a^2-a 和 a^2b+2ab^2+ab 不能运用公式来分解;

a^3-a 和 $a^3+2a^2b+ab^2$ 提公因式后才能运用公式来分解.

4 分解因式,必须分解到每个多项式因式不能再分解为止

如 $a^4-1=(a^2)^2-1=(a^2+1)(a^2-1)$. 其中 (a^2-1) 还可以继续分解.