Z 各个击破

ZHUANTI
DIANJI

专题点击

以专题为编写线索

针对性、渗透性强

体例新颖、注重能力培养

适用区域广泛

初中平面几何

· 初二、初三年级用 ·

主　编　郭奕津

14

东北师范大学出版社

Z 各个击破

ZHUANTI DIANJI

以专题为编写线索

针对性、渗透性强

体例新颖、注重能力培养

适用区域广泛

专题点击

初中平面几何

·初二、初三年级用·

14

主　编　郭奕津

东北师范大学出版社·长春

图书在版编目（CIP）数据

专题点击．初中平面几何/郭奕津主编．—长春：东北师范大学出版社，2003.5
ISBN 7-5602-3309-0

Ⅰ．专…　Ⅱ．郭…　Ⅲ．平面几何—初中—教学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第026573号

ZHUANTI DIANJI

□策划创意：一编室
□责任编辑：孟繁波　□责任校对：李敬东
□封面设计：张　然　□责任印制：张文霞

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街5268号　邮政编码：130024
电话：0431—5695744　5688470　传真：0431—5695734
网址：www.nnup.com　电子函件：sdcbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版
长春新华印刷厂印装
长春市吉林大路35号（130031）
2003年5月第1版　2003年5月第1次印刷

幅面尺寸：148mm×210mm　印张：12.5　字数：432千
印数：00 001 — 10 000册

定价：15.00元

CHUBANZHE DE HUA

出版者的话

《专题点击》丛书的创意始于教材改革的进行，教材的不稳定使教辅图书市场异彩纷呈，新旧图书杂糅，读者即使有一双火眼金睛，也难以取舍。但无论各版别的教材如何更新，变革，万变不离其宗的是，删改陈旧与缺乏新意的内容，增加信息含量，增强人文意识，培养创新精神，增添科技内涵，活跃思维，开发学生的创新、理解、综合分析及独立解决问题等诸多能力，而这些目标的实现均是以众多不断调整的知识板块、考查要点串联在一起的。不管教材如何更改，无论教改的步子迈得多大，这些以丰富学生头脑，开拓学生视野，提高其综合素养为宗旨的知识链条始终紧密地联系在一起，不曾有丝毫的断裂，而我们则充分关注形成这一链条的每一环节，这也是“专题”之切入点。

《专题点击》丛书的出版正是基于此种理念，涵盖初高中两个重点学习阶段所学语文、英语、数学、物理、化学等五个学科，各科以可资选取的知识版块作为专题，进行精讲，精解，精练。该丛书主要具有以下特点：

一、以专题为编写线索

语文、英语、数学、物理、化学五主科依据初高中各年级段整体内容及各学科的自身特点，科学、系统地加以归纳、分类及整理，选取各科具有代表性的知识专题独立编写成册，并以透彻的讲解，精辟的分析，科学的练习，准确的答案为编写思路，再度与一线名师携手合作，以名师的教学理念为图书的精髓，以专题为轴心，抓住学科重点、知识要点，以点带面，使学生对所学知识能融会贯通。

二、针对性、渗透性强

“专题”，即专门研究和讨论的题目，这就使其针对性较明显。其中语文、英语两科依据学科试题题型特点分类，数学、物理、化学各科则以知识板块为分类依据，各科分别撷取可供分析讨论的不同板块，紧抓重点难点，参照国家

课程标准及考试说明，于潜移默化中渗透知识技能，以收“润物细无声”之功效。

三、体例新颖，注重能力培养

《专题点击》丛书体例的设计，充分遵循了学生学习的思维规律，环环相扣，逻辑性强。基础知识的讲解，注重精练，循序渐进，以至升华；典型例题，以实例引航，达到举一反三，触类旁通；把知识点融入习题，鼓励实战演练，做到学以致用。本丛书一以贯之、自始至终遵循的是对学生能力的培养。

四、适用区域广泛

《专题点击》丛书采用“专题”这一编写模式，以人教版教材为主，兼顾国内沪版、苏版等地教材，汲取多种版本教材的精华，选取专题，使得本套书在使用上适用于全国的不同区域，可活学活用，不受教材版本的限制。

作为出版者，我们力求以由浅入深、切中肯綮的讲解过程，化解一些枯燥的课堂教学，以重点、典型的例题使学生从盲目的训练中得以解脱，以实用、适量的练习减少学生课下如小山般的试卷。

我们的努力是真诚的，我们的探索是不间断的，希望我们的努力使学生有更多的收获。成功并不属于某一个人，它需要我们共同创造，需要我们携手前行。

东北师范大学出版社

第一编辑室

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

ZHUANTI DIANJI

目录

专题点击

专
题
点
击

考题点击

第一章 三角形的基本概念

第一节 三角形中的重要线段

1 知识点击 循序渐进

1 三角形的角平分线

三角形一个角的平分线与这个角的对边相交,这个角的顶点和交点之间的线段叫做三角形的角平分线.

2 三角形的中线

在三角形中,联结一个顶点和它的对边中点的线段叫做三角形的中线.

3 三角形的高

从三角形一个顶点向它的对边画垂线,顶点和垂足间的线段叫做三角形的高线,简称三角形的高.

4 三角形的中位线

三角形中两边中点的连线叫做三角形的中位线.

5 三角形的角平分线上的点到这个角两边的距离相等.

三角形任何一边上的中线都把三角形分成面积相等的两部分. 利用"等底等高的三角形面积相等"的结论很容易说明这是一个真命题.

三角形的任何一边上的高都垂直于该边. 三角形的三条高未必都在三角形的内部.

三角形的角平分线、中线和高又有相同之处: 在同一个三角形中,无论是三条角平分线,还是三条中线,或者三条高,它们都相交于一点.

2 实例引航 举一反三

例1 老师要求学生先画一个三角形，然后画出它的三条中线. 有几名同学是这样画的：画出三角形之后，先借助刻度尺画出每条边的中点，然后画联结每边中点到所对顶点的线段.

请问：(1)这些同学的画法正确吗？(2)是否可以改进？

解析 根据三角形中线的定义可知，这些同学的画法正确. 不过，利用同一三角形的三条中线交于一点的性质，可以使画法更简单些.

(1)画法正确.

(2)可以改进. 设所画三角形为$\triangle ABC$，先用题中所说的办法画出两条中线AD，BE，设AD与BE交于点G，然后联结CG，并延长交AB于F，则AD，BE，CF即为所求. 画图过程如图 1 - 1 所示.

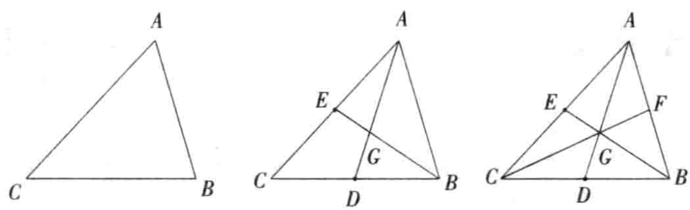

图 1 - 1

例2 如图 1 - 2 所示，在$\triangle ABC$中，D，E分别是AB边和AC边的中点.

求证：$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$.

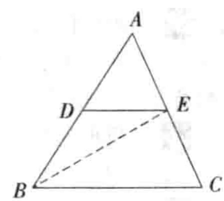

图 1 - 2

分析 本题欲证的是关于三角形面积的一条结论. 在三角形的重要线段中，中线和高都与三角形的面积有关. 三角形的中线与三角形面积的关系是：三角形的一条中线把三角形分成面积相等的两部分. 从题目的已知条件和图形来看，虽然没有中线，却有两个中点，这似乎暗示我们要利用三角形的中线来解题.

证明：联结BE. 在$\triangle ABC$中，

$\because AE=EC$，$\therefore S_{\triangle ABE}=S_{\triangle CBE}$，即$S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$.

在△ABE中，∵$AD=DB$，∴$S_{\triangle ADE}=S_{\triangle BDE}$，即$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABE}$.

∴$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$.

说明 本题的证明是从联结BE开始的.在几何中，根据解题需要常常要作一些原图中没有的线段，这些线段就是辅助线.在几何证明中，常用到辅助线.

例3 在图1－3的每个三角形内画线段，将三角形分成面积相等的四部分，要求画法各不相同.

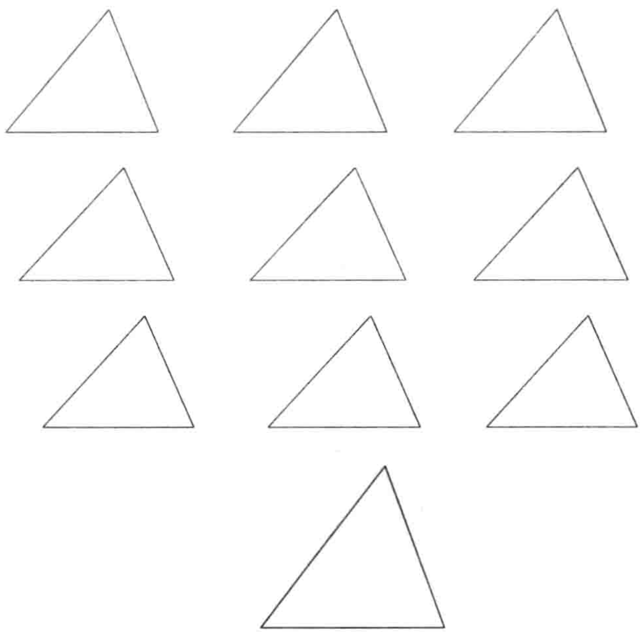

图1－3

解析 三角形的中线把三角形分成面积相等的两部分，中线的这一特殊性质恰好能用来解决此题.

因为三角形的一条中位线截原三角形所得的小三角形的面积是原三角形面积的$\frac{1}{4}$，如果画出三角形的三条中位线，得到三个面积为原三角形面积$\frac{1}{4}$的小三角形，则剩余部分的面积$\left(1-3\times\frac{1}{4}\right)$恰好是原三角形面积的$\frac{1}{4}$.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

等底等高的三角形面积相等，这一命题可以成为我们解题的出发点.

画法如图 1 - 4 所示.

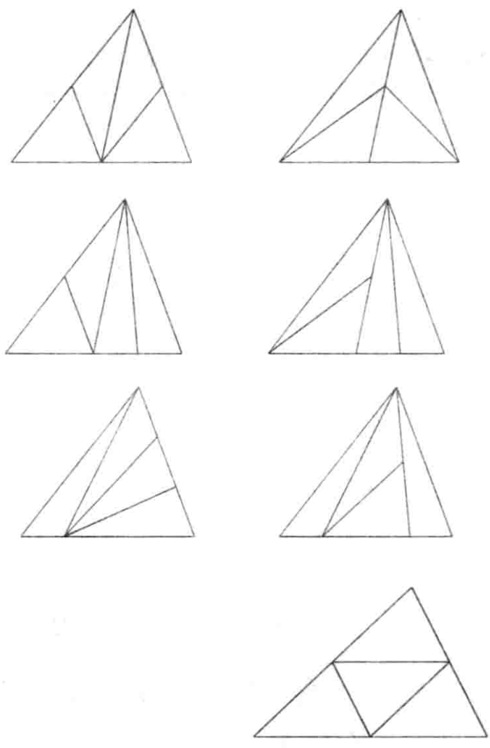

图 1 - 4

3 实战演练 学以致用

一、填空题

1. 任意画一个锐角三角形，并画出它的两条高，在这样的图形中，共有 ________ 个三角形，其中有 ________ 个直角三角形.

2. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=19°18'$，AD 是中线，AE 是角平分线，则线段 ______ 与 ______，________ 与 ______ 的比均为 2:1，$\angle BAE=\angle$ ________ = ________.

3. 如果 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，AE 是 $\triangle ADC$ 的中线，那么 $DE=$ ________ $BD=$

________ BC.

二、选择题

1. 下列命题不正确的是(　　).

A. 如果一个三角形有一条高在它的外部,那么必定还有一条高也在它的外部

B. 三角形的高一定小于同一三角形中的中线和角平分线

C. 任何三角形都有三条角平分线、三条中线和三条高

D. 任何三角形的三条中线都交于一点

2. 把三角形的面积二等分的线段是(　　).

A. 三角形的角平分线　　B. 三角形的中线

C. 三角形的高　　D. 三角形的角平分线和中线

3. 把三角形的面积二等分的线段一定是(　　).

A. 三角形的高　　B. 三角形的中线

C. 三角形的角平分线　　D. 以上结论都不正确

三、画图,并根据所画图形填空

1. 画$\triangle ABC$,使$\angle ACB=90^\circ$,并画出它每条边上的高.

(1)这个三角形 BC 边上的高是 ________,AC 边上的高是 ________;

(2)这个三角形的三条高交于一点,交点是 ________;

(3)所画三角形的面积 $S=\frac{1}{2}AC\cdot$ ________.

2. 任意画三角形,然后在它的内部画两条线段,将三角形的面积三等分.

画这样的图形可以利用 ________ 等高的三角形面积相等,还可以在把原三角形的面积分为 1:2 的两部分之后,再利用三角形的 ________ 线把三角形的面积二等分.

参考答案 KEY

一、1. 8　6　2. BC　BD　BC　CD　CAE　$9^\circ 39'$　3. $\frac{1}{2}$　$\frac{1}{4}$

二、1. B　2. B　3. D

三、1. (1)AC　BC (2)顶点 C　(3)BC　2. 等底　中

第二节 三角形边角之间的关系

1 知识点击 循序渐进

每个三角形都有三条边和三个角,它们是互相联系、互相制约的,这体现在以下几个方面.

1 边与边之间的关系:两边之和大于第三边.

2 角与角之间的关系:三个内角的和等于180°.

3 边与角之间的关系:在同一三角形中相等的边所对的角相等;相等的角所对的边相等;较大的边所对的角较大;较大的角所对的边较大.

从理论上说明三角形的两边之和大于第三边是很容易的,其依据是两点之间线段最短.而要说明三角形的内角和等于180°,比较困难,需要引辅助线进行推理.如图1-5所示,图中虚线是为完成证明而作的辅助线,分别平行于AB和BC.

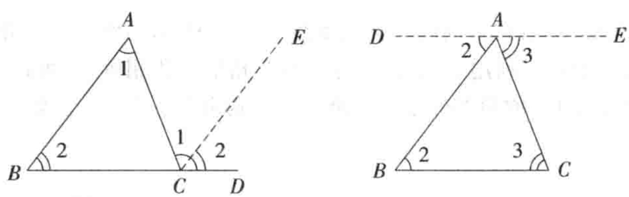

图1-5

2 实例引航 举一反三

例1 有长为如下数值的几组线段:

(1)3,4,5;(2)$3^2,4^2,5^2$;(3)$\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}$;(4)$\frac{1}{3^2},\frac{1}{4^2},\frac{1}{5^2}$.

其中能组成三角形的有( ).

A. 1组 B. 2组 C. 3组 D.4组

解析 只要看每组线段中较短的两条之和是否大于最长的线段即可.

(1)$3+4>5$,(2)$3^2+4^2=5^2$,(3)$\frac{1}{5}+\frac{1}{4}>\frac{1}{3}$,(4)$\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}<\frac{1}{3^2}$,

其中只有(1),(3)两组符合“两边之和大于第三边”,故选 B.

说明 (1)如果计算了$\frac{1}{3}$与$\frac{1}{4}$之和,或者$\frac{1}{3^2}$与$\frac{1}{4^2}$之和,说明对知识点的理解不够全面.

(2)得出$\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}=\frac{41}{400}$后,应能立即断定$\frac{41}{400}<\frac{1}{9}$,不必再进行计算.

例 2 一个三角形三个内角的度数之比为 1:3:5,试判断该三角形是锐角三角形、直角三角形还是钝角三角形.

解析 根据三角形的内角和为 180°这一性质,求出三角形的最大内角.

由题意可设三个内角的度数分别为 k,$3k$,$5k$,则 $k+3k+5k=180°$,

由此得 $k=20°$,这个三角形的最大内角等于 $5\times20°=100°$,所以这个三角形是钝角三角形.

说明 此题不必计算三角形中两个较小的角的度数.

观察上面解题过程可以发现,由已知“1:3:5”中 1,3,5 三个数有 $5>1+3$ 的关系,便可断定这个三角形是钝角三角形.

这里使用 k 的办法具有普遍性,在已知条件中有几个数的比的题目,都可以考虑使用该方法.

例 3 下列数组中,各数都表示线段的长度,试判断以各组线段为边,是否一定能组成三角形.

(1) $a-5,a,5(a>5)$; (2) $a,a+1,a+2(a>0)$;

(3) $a,a,1(a>0)$; (4) $a,a,a-\frac{1}{2}\left(a>\frac{1}{2}\right)$.

解析 利用三角形三边之间的关系进行判断.

(1)$\because(a-5)+5=a$,$\therefore$ 以 $a-5,a,5$ 为边不能组成三角形.

(2) 当 $a=1$ 时,这三条线段的长分别为 1,2,3,它们不能组成三角形,可见长为 $a,a+1,a+2$ 的三条线段不一定能组成三角形.

(3) 当 $a\leqslant0.5$ 时,$a+a\leqslant1$,可见长为 $a,a,1$ 的三条线段也不一定能组成三角形.

(4)当 $a>\frac{1}{2}$ 时,$a+\left(a-\frac{1}{2}\right)>a$,所以长为 $a,a,a-\frac{1}{2}\left(a>\frac{1}{2}\right)$的三条线段一定能组成三角形.

说明 本题表明:三角形三边关系定理为我们提供了利用代数方法(解不等式等)解决一些几何问题的途径.

判断三条线段中的任意两条之和是否都大于第三条，只要看三条线段中比较短的两条线段之和是否大于最长的一条即可.

例 4 已知在$\triangle ABC$中，$\angle A=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{3}\angle C$,试判断该三角形的类型.

解析 由题设知，在$\triangle ABC$中，$\angle C$最大，只要弄清$\angle C$是锐角、直角或钝角就可以了.

$\because \angle A=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{3}\angle C$，$\therefore \angle A=\frac{1}{3}\angle C$，$\angle B=\frac{2}{3}\angle C$.

又$\because \angle A+\angle B+\angle C=180°$，$\therefore \frac{1}{3}\angle C+\frac{2}{3}\angle C+\angle C=180°$.

解得$\angle C=90°$.$\therefore \triangle ABC$是直角三角形.

例 5 三边长均为整数、周长为 13 的不等边三角形的三条边的长有(　　).

A. 1 种情况　　B. 2 种情况　　C. 3 种情况　　D. 4 种情况

解析 设此三角形的三边长分别为a,b,c，且$a<b<c$. 若$a=1$，由于两个相邻整数的差为 1，则$c-b\geqslant 1$，$c-b\geqslant a$，所以$a+b\leqslant c$，不能构成三角形.

故$a>1$，另外$a<\frac{13}{3}$，所以

$2\leqslant a\leqslant 4$　　①

同样$c>\frac{13}{3}$，又由$c<a+b$知$c<\frac{13}{2}$，所以

$5\leqslant c\leqslant 6$　　②

由①与②知，这样的不等边三角形的三边长可能是

2,3,5; 2,4,5; 2,3,6;2,4,6; 2,5,6; 3,4,5; 3,4,6; 3,5,6; 4,5,6.

去掉三个数之和不等于 13 的情况，满足条件的只有 2 种情况，即

2,5,6 与 3,4,6. 选 B.

说明 在得出①,②两个不等式后，也可根据 2+3+5=10 将 2,4,5 和 2,3,6 等数组淘汰，这样可以提高解题速度.

例 6 已知：如图 1 - 6(1)所示，P是$\triangle ABC$内一点. 求证：$\angle BPC>\angle A$.

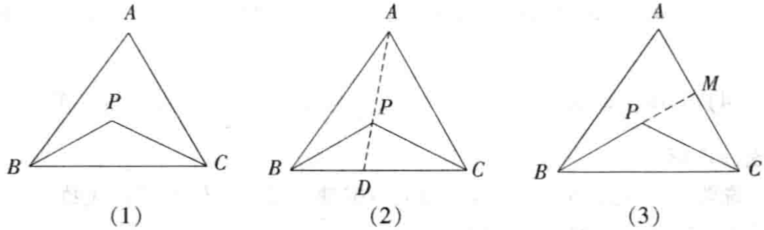

图 1 - 6

分析 因为三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角，应用这一规律解题是思路之一. 但是,在图中并无现成的内角与外角的关系,因此可以考虑添加辅助线.

证法 1: 联结 AP 并延长,交 BC 于 D,如图 1 - 6(2)所示,则 $\angle BPD>\angle BAD$, $\angle CPD>\angle CAD$.

两式相加得 $\angle BPC>\angle A$.

证法2: 延长 BP 交 AC 于 M,如图 1 - 6(3)所示,则 $\angle BPC>\angle BMC$, $\angle BMC>\angle A$,

$\therefore \angle BPC>\angle A$.

证法 3: $\angle BPC=180°-(\angle PBC+\angle PCB)$, $\angle A=180°-(\angle ABC+\angle ACB)$,

而 $\angle ABC>\angle PBC$, $\angle ACB>\angle PCB$, $\therefore \angle ABC+\angle ACB>\angle PBC+\angle PCB$,

$\therefore \angle BPC>\angle A$.

例 7 如图 1 - 7(1)所示, $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6+\angle 7$ 的度数为(　　).

A. 450°　　B. 540°　　C. 630°　　D.720°

解析 思路 1: 尽量转化为关于三角形内角、外角的问题.

思路 2:可以利用特殊值进行求解.

解法 1: 如图 1 - 7(2)所示,联结 BD, GE.

$\because \angle BDH+\angle DBH=\angle 9$,

$\angle AGE+\angle DEG=180°-\angle 8=180°-(\angle 1+\angle AHD)=180°-(\angle 1+\angle 9)$,

$\therefore \angle BDH+\angle DBH+\angle AGE+\angle DEG+\angle 1=\angle 9+180°-\angle 1-\angle 9+\angle 1=180°$.

$\therefore \angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6+\angle 7=2\times180°+180°=540°$.

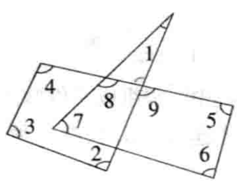

图 1 - 7(1)

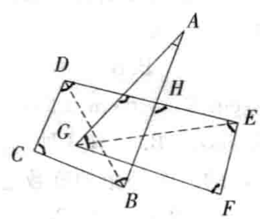

图 1 - 7(2)

解法 2: 将图形特殊化,如图 1 - 7(3)所示,则在 $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$, $\angle 7$ 中有五个直角,且另外两个角的和等于 90°,所以这七个角的和为 $6\times90°=540°$.

选 B.

说明 学过四边形的知识后,还可以借助四边形的内角和解出此题.

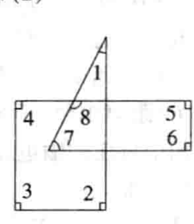

图 1 - 7(3)

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com