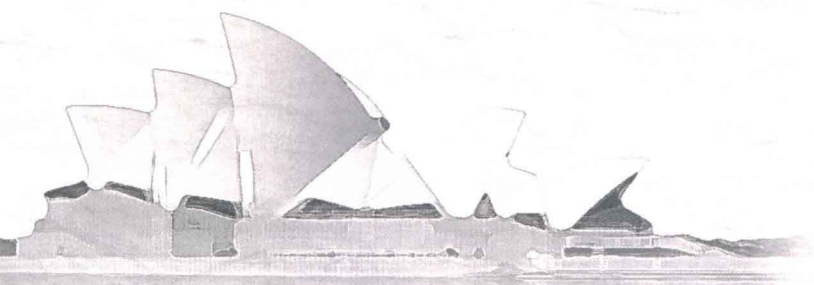


魏 琰◎著



魏琰建筑结构论文选

(一)

中国建筑工业出版社

参考文献

魏琰建筑结构论文选

(一)

魏 琰 著

中国建筑工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

魏琰建筑结构论文选(一)/魏琰著. — 北京:中国建筑工程出版社, 2013. 7
ISBN 978-7-112-15295-7

I. ①魏… II. ①魏… III. ①建筑结构—文集 IV. ①TU3-53

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第059195号

责任编辑:王梅 刘婷婷

责任设计:李志立

责任校对:张颖 关健

魏琰建筑结构论文选(一)

魏琰 著

*

中国建筑工程出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京红光制版公司制版

廊坊市海涛印刷有限公司印刷

*

开本:787×1092毫米 1/16 印张:25¼ 字数:630千字

2013年11月第一版 2013年11月第一次印刷

定价:76.00元

ISBN 978-7-112-15295-7

(23373)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题,可寄本社退换

(邮政编码 100037)

前 言

本人从事建筑结构分析和建筑结构抗震设计及研究数十载，先后写出数百篇学术论文，大都是结合工程设计需要解决的问题进行研究得出的一些成果。一次偶然的机遇，我的一些学生们热心帮助收集和整理了自 1954 年至今的有关论文，汇编成三本论文选集，现交付中国建筑工程出版社出版。希望本论文集能够对建筑结构界的设计工程师和研究人员在他们的工作中起到一定的参考和帮助作用。

第一本论文集主要汇集了 20 世纪 50 年代至 80 年代的一些结构理论分析工作，如刚构分析，薄壳内力、温度应力及非线性弹性稳定性分析，弹性地基板和地下结构计算，高耸塔架结构分析，单层厂房考虑屋面变形影响的分析等，都是与当时的社会主义建设发展的需要相结合，对当时的工程建设和设计理论水平的提高起到一些有益的作用。

第二本论文集主要汇集了 20 世纪 70 年代至 21 世纪初围绕着总结结构地震震害，改进结构抗震设计技术和 89 抗震规范的编制所进行的研究工作，包括提出和制定了考虑小震、中震、大震作用的新的抗震设计理念和方法，更好地反映了地震随机性和对结构抗震设计带来的不同需求，并结合了建设成本符合国家经济能力的实际情况。还解决了结构扭转地震反应、地震作用下结构变形计算方法、高层建筑结构位移控制、剪重比剖析、建筑抗震设计屈服判别法、静力弹塑性分析方法、减震结构分析等，均对提高我国抗震设计规范水平及抗震设计技术、便于广大结构设计人员掌握、提高抗震设计技术有一定的帮助。

第三本论文集主要汇集了 20 世纪 90 年代至今在深圳的基本建设事业中，为解决遇到的一些结构技术问题和难题写出的论文，如地王大厦的位移控制、高层框筒结构的合理结构布置、柱型钢配置等设计技术、新世界中心底部独立角柱的设计、高层建筑转换层结构（含高位转换结构）设计方法、高层建筑结构弹塑性动力和静力分析等，都是结合具体的建筑工程项目进行，所以这些论文一方面对设计水平的提高起到一定作用，另外更是解决具体工程中的问题，做到结构可行和安全，还注意了结构设计经济性，进行了有效的优化设计，为工程明显降低了成本。深圳“龙雕”工程是另一个解决工程问题的案例，它是美术大师韩美林先生为龙城广场创作的一个标志形象，应韩

美林先生的邀请，我们帮助解决了相应的结构问题，受到了政府和广大群众的赞扬。

本论文集实际上是一本集体的创作，它是由我和我的许多学生和一些志同道合的同事共同努力合作完成的。在许多论文的写作过程中我还经常回忆起我国结构界前辈蔡方荫、钱令希、何广乾等诸位教授曾给予我的启发和谆谆教导。借此机会，我谨向他们表示由衷的感谢。

魏 珽

2013.06.25

目 录

前言

1. 关于“钢筋混凝土学中一个未解决的问题”之研讨	1
2. 用不均衡力矩及侧力传播法分析跨变刚构	15
3. 关于“用林氏力矩一次分配法分析对称式多层单间排架的 风应力及对称式平行弦连框桁架”的讨论（一）	34
4. 刚构的稳定计算	41
5. 框排架上柱的计算长度	59
6. 关于“弹性地基上的阶形梁”的讨论（一）	68
7. 弹性地基上正交异性矩形板计算	77
8. 地下结构物直墙衬砌之分析	81
9. 苏联封闭式马蹄形隧洞衬砌计算研究	110
10. 扁壳温度应力的计算（一）	124
11. 扁壳温度应力的计算（二）	141
12. 圆柱壳的热应力计算	160
13. 带肋扁壳应力分析	173
14. 结构抗震弹塑性变形可靠度分析	212
15. 工程抗震设计软件系列（ERED-01）简介	222
16. 扁壳压曲的蠕变效应	228
17. 多层框架加固方案神经网络选择法	238
18. 论地震作用下多层平扭耦联建筑的刚心	245
19. 无扭转的不对称结构	257
20. 单层厂房扭转耦联振动分析方法的研究	265

21. 关于单层厂房扭转耦联地震反应分析方法的讨论 276

22. 悬吊质量结构的抗震计算及减震性能分析 283

23. 悬吊质量结构的抗震计算方法 291

24. 具有索加强的张拉膜结构的找形分析方法 299

25. 多边形截面空间桁架式高耸塔架结构分析 304

26. 二维水平地震作用下斜交构件多层结构的地震反应 318

27. 论地震作用下多层剪切型结构的弹塑性变形计算 333

28. 多层建筑扭转弹塑性地震反应分析 344

29. 线杆系多层多间框架非线性地震反应的简化计算 359

30. 椭圆抛物面双曲扁壳在均匀外压作用下的非线性弹性稳定性 371

1. 关于“钢筋混凝土学中一个未解决的问题”之研讨

魏 璠

笔者于实际设计中，辄遇及钢筋混凝土构件之双向弯曲问题，每苦于无参考资料而感束手。自本刊四十二期发表潘家铮先生“钢筋混凝土学中一个未解决的问题”一文后，深感其有助于解决问题，乃进行学习与研究，并作了若干之改进，已将其部分运用至实际设计中去。兹为交流经验与提高技术，爰将个人研究之点滴心得，草成此文。撰文过程中，得韩慎惠、方明仁、刘亦平三君之助甚多，且承本刊编审委员潘家铮先生于审查中，提出许多宝贵意见，并指正其谬，尤为感谢。

本刊四十二期所载潘家铮先生之“钢筋混凝土学中一个未解决的问题”一文，系一篇具有相当价值之论文，其对钢筋混凝土构件承受双向弯曲时（即 $P=0$, $M_x \neq 0$, $M_y \neq 0$ ）及双向弯曲与轴向力（即 $P \neq 0$, $M_x \neq 0$, $M_y \neq 0$ ）同时作用时之问题，作了一番综合性的研究，并从理论上提出了一个初步解决的方案。

文中关于弹性理论之分析，叙述甚详。惟有关塑性理论之部分，则仍嫌不足，特别是文中推得之公式，仅为一特例，而非一通则；当外力矩 M_y 较大时，公式即将失效而不能应用，此则为其缺陷。

众所周知，应用塑性理论分析钢筋混凝土结构，不仅可达到材料使用之经济与节省，且可使计算工作大为简化，故钢筋混凝土构件之双向受弯问题，亦应于此范围内寻求进展。笔者有鉴于此，爰不揣鄙陋，就潘先生文中之某些论点与公式（关于塑性理论部分），提出讨论与研究，并略作改进之建议与补充。

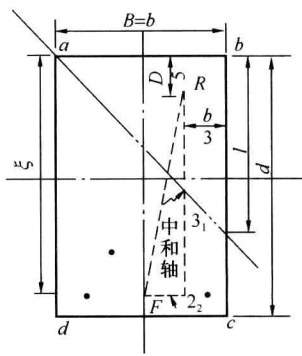
讨论中，为使读者便于将两文相互参阅，故所采符号与实例均尽可能以与原文^①相同。

单纯双向弯曲作用时

一、单筋断面构件

构件于单纯受弯之情况下，塑性理论完全可以应用，其于单筋之断面，且甚简便。以下，仅就个人见解，提出三点意见与一点补充：

（1）三角形受压面与四边形受压面之临界点 由图一可知：当 M_y 不断增加，中和轴遂产生顺钟向之回转，渐而当中和轴扫过左顶端 a 点时，受压面即由一四边形转变而为一三角形，此点 a 即名之为“三角形受压面与四边形受压面之临界点”；而此时与之相应之外力矩 M_x 与 M_y 之比值 m_c ，则名之为“临界比”。其含义系：当实际外力矩 M_x 与 M_y 之比值 m 大于此临界比 m_c 时，受压面为一四边形，而当 m 小于临界比 m_c 时，则受压面为一三角形。利用断面之平衡条件，我们甚易导出求解临界比 m_c 之公式，盖此时之 B 适为



图一

构件之断面宽度 b 也，（ B, b 符号之意义同原文）。如是，则可避免原文所建议之试算法。

当断面达最后强度时，混凝土受压区内各点应力，均到达其破坏强度 f'_c ，其合力 $R = \frac{1}{2}BDf'_c$ 。合力 R 之作用点位于三角形之中心点处，钢筋全部到达屈服点强度 f'_s ，其合力 $F = A_s f'_s$ ， F 之作用点位于钢筋群之中心，亦即梁宽的二分之一处。根据平衡条件得 $F = R$ ， $A_s f'_s = \frac{1}{2}BDf'_c =$

$$\frac{1}{2}bDf'_c$$

$D = \frac{2A_s f'_s}{b f'_c} = \frac{2A_s n}{b}$ 式中： n 为 f'_s 与 f'_c 之比值由图上可见： F, R 两点间之纵距：

$$Z_1 = h - \frac{D}{3} = h - \frac{2A_s n}{3b}$$

F, R 两点间之横距：

$$Z_2 = \frac{b}{2} - \frac{B}{3} = \frac{b}{2} - \frac{b}{3} = \frac{b}{6}$$

$$M_x = F(\text{或 } R) \times Z_1, M_y = F(\text{或 } R) \times Z_2,$$

$$m_c = \frac{M_x}{M_y} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

$$m_c = \frac{h - \frac{D}{3}}{\frac{b}{2} - \frac{B}{3}} = \frac{h - \frac{2A_s n}{3b}}{\frac{b}{6}}$$

化简得：

$$m_c = \frac{6bh - 4A_s n}{b^2}$$

在选定构件及断面与配置钢筋后，式中诸值均为已知，于是可求得其临界比 m_c ，比较实际之外力矩 M_x 与 M_y 之比值 m 与 m_c 孰大孰小：

当 $m > m_c$ 受压面为一四边形

当 $m < m_c$ 受压面为一三角形

较之试算，简易多矣！现试以原文实例四为例：

$$\begin{aligned} m_c &= \frac{6bh - 4A_s n}{b^2} = \frac{6 \times 30 \times 40 - 4 \times 6 \times \frac{3600}{300}}{30^2} \\ &= \frac{7200 - 288}{900} = 7.67 \end{aligned}$$

故

$$m = \frac{M_x}{M_y} = \frac{400}{80} = 5 < 7.67$$

此时受压面为一三角形：

$$m = \frac{M_x}{M_y} = \frac{400}{40} = 10 > 7.67$$

此时受压面为一四边形。

结果与原文相同。

(2) 原文导出公式之缺陷 构件于单纯受弯之情况下 (即 $P=0, M_x \neq 0, M_y \neq 0$) 在单筋断面中, 原文推演所得之公式虽极为简单, 然却存在一定之缺陷, 即当 M_y 不断增加时, 该式将不能应用。且该种配筋方式, 于 M_y 相当大时, 不可能求得足够之断面安全率, 即令增加钢筋数量, 亦将失败, 徒然造成材料之无谓耗费; 此时, 该式显然已完全失效。欲明此理, 可首先假想 M_y 为零, 此时断面之中和轴必呈水平, 且通过断面之重心轴, 如图二 (a) 所示。当 M_y 渐增, 中和轴遂产生向右之偏移及顺钟向之回转, 中和轴乃成如图二 (b) 所示之情况; 此时, 混凝土之受压区域为一四边形。 M_y 再渐增, 中和轴继续回转, 直至扫过左顶端 a 点 (即临界点) 而成如图二 (c) 所示之情况; 显然, 此时之混凝土受压区域已由一四边形转而为三角形。再继续增加 M_y , 则由于梁宽 b 较梁高 h 相对的小, 特别是竖向 (左侧) 未配设钢筋, 可想象中和轴之回转率特高而终至如图二 (d) 所示之情况; 显然, 此时混凝土受压区域又呈一四边形矣。且此时拉筋亦已部分落于压力区内, 与所设假定不符, 故公式将完全不能应用。此时, 酌增横向之钢筋量, 虽略能遏止中和轴之回转速率, 然远较微小, 无济于事。

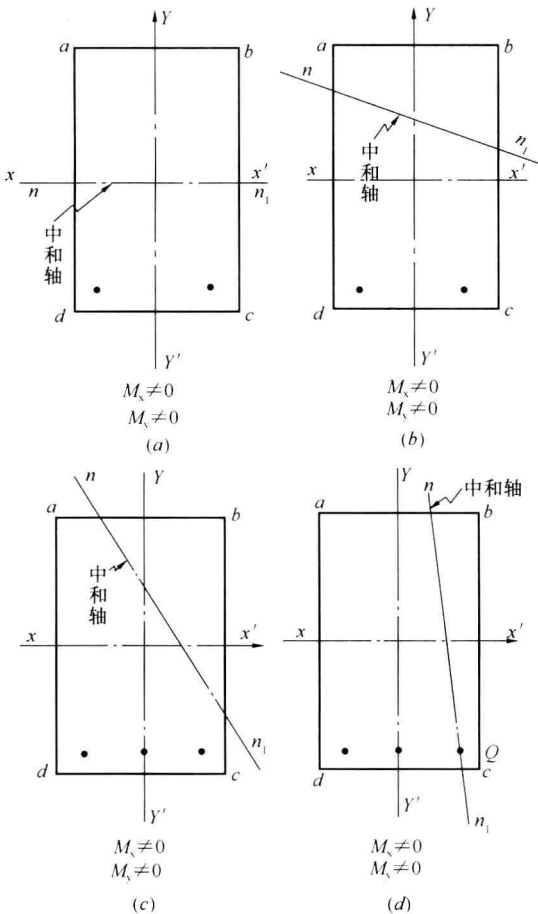
由于以上之假想, 我们亦可得知选择断面之尺寸, b^* 与 h , 与: M_x, M_y 之关系殊

大, 一般此种合宜之关系可写为: $\frac{M_x}{M_y}$

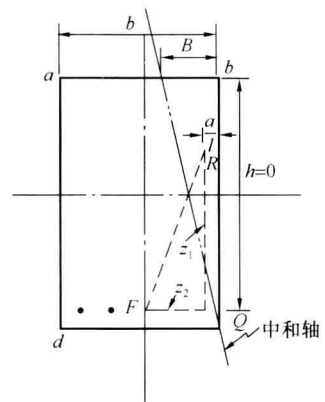
$= \left(\frac{h}{b}\right)^2$; 而当 M_x 与 M_y 二值相近时,

钢筋之安排必须纵横皆有, 否则将不能得到足够之断面安全率。

(3) 原文公式失效之临界点 根据上述之假想, 可知当 M_y 不断增加, 混凝土之受压范围由三角形又进而变为竖四边形时, 公式即将失效。其失效之临界点显为 Q 点, 因过 Q 点, 拉力筋即将进入受压区域矣。Qb 之高, 可假定约为 h , 实际之误差极小。如是, 则由



图二



图三 (a)

于断面之平衡条件, 根据 $D=h$ (如图三所示), 我们立可求得此种情形下之 M_x 与 M_y 之比值 m'_c , 名之为“公式失效时之临界比”。当择定断面及钢筋量后, 可先求出 m'_c , 设实际 M_x 与 M_y 之比值小于此临界比 m'_c 时, 公式即不能应用。

$$\because D=h, \therefore R=\frac{1}{2}BDf'_c=\frac{1}{2}Bhf'_c$$

$$F=A_s f'_s$$

$$\text{由于平衡条件: } F=R, \therefore A_s f'_s=\frac{1}{2}Bhf'_c$$

$$\text{即: } B=\frac{2A_s f'_s}{hf'_c}=\frac{2A_s n}{h}$$

式中: n 为 f'_s 与 f'_c 之比值。

$$F, R \text{ 二点间纵距: } z_1 = h - \frac{D}{3} = h - \frac{h}{3} = \frac{2}{3}h$$

$$F, R \text{ 二点间横距: } z_2 = \frac{b}{2} - \frac{B}{3} = \frac{b}{2} - \frac{2A_s n}{3h}$$

$$M_x = F \text{ (或 } R) \times Z_1, M_y = F \text{ (或 } R) \times Z_2$$

$$\therefore m'_c = \frac{M_x}{M_y} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\frac{2}{3}h}{\frac{b}{2} - \frac{B}{3}} = \frac{\frac{2}{3}h}{\frac{b}{2} - \frac{2A_s n}{3h}}$$

$$\text{化简得} \quad m'_c = \frac{4h^2}{3hb - 4A_s n}$$

试以原文实例四为例, 得

$$m'_c = \frac{4 \times 40^2}{2 \times 40 \times 30 - 4 \times 6 \times 12} = \frac{4 \times 40}{3 \times 30 - 7.2} = 1.93$$

可见, 当外力矩 M_x 与 M_y 之比值小于 $m'_c=1.93$ 时, 原式已不能应用。不仅如此, 即令 M_x 与 M_y 之比值大于 $m'_c=1.93$, 而在一定之范围内, 原式虽能应用, 但却不可能得到足够之断面安全率, 此点尤应引起我们的注意。现仍以原文实例四为例以说明之, 惟此时取 $m=2.2$, 即 $M_x=400$ 吨—公分, 而

$$M_y = \frac{400}{2.2} = 182 \text{ 吨—公分}$$

$$\frac{S}{m} = \frac{2A_s f'_s}{mf'_c} = \frac{2 \times 6 \times 3600}{2.2 \times 300} = 65.5$$

$$e = \frac{3}{4m}(mb - 2h) = \frac{3}{4 \times 2.2}(2.2 \times 30 - 2 \times 40) = -\frac{42}{8.8} = -4.8$$

$$B = e + \sqrt{e^2 + \frac{S}{m}} = -4.8 + \sqrt{(-4.8)^2 + 65.5} = 4.6 \text{ 公分}$$

$$D = \frac{S}{B} = \frac{144}{4.6} = 31.3$$

$$Z_1 = h - \frac{D}{3} = 40 - 10.4 = 29.6 \text{ 公分}$$

$$Z_2 = \frac{b}{2} - \frac{B}{3} = 15 - 1.5 = 13.5 \text{ 公分}$$

故断面能抵抗的外力矩为：

$$M'_x = 3600 \times 6 \times 29.6 = 639000 \text{ 公斤} - \text{公分}$$

$$M'_y = \frac{1}{2.2} \times 639000 = 290000 \text{ 公斤} - \text{公分}$$

$$\text{安全率} = \frac{639000}{400000} = 1.6 < 2$$

式中：2 为允许之安全因数。

今试增加横向钢筋数量，探视其结果如何。假定横向之钢筋量增加二倍，则：

$$\frac{S}{m} = \frac{2A_s f'_s}{m f'_c} = \frac{2 \times (12 + 6) \times 3600}{2.2 \times 300} = 196.3$$

$$e = \frac{3}{4m}(mb - 2h) = \frac{3}{4 \times 2.2}(2.2 \times 30 - 2 \times 40) = -4.8$$

$$B = e + \sqrt{e^2 + \frac{S}{m}} = -4.8 + \sqrt{(-4.8)^2 + 196.3} = 10$$

$$D = \frac{S}{B} = \frac{2 \times 18 \times 3600}{10 \times 300} = 43.2 \text{ 公分} > 40 \text{ 公分}$$

可见，纵使钢筋量增加二倍之巨，而结果依然无效。此一结果表明：原文中单筋断面之钢筋配置形式与导出之公式系不全面的；亦表明：当外力矩 M_y 甚大时，仅增加横向之钢筋量，结果于事无补。

但是此一缺陷，我们可以设法弥补，因我们可导出一个求“保证断面安全系数 k 之外力矩比值” m''_c 的公式。实际应用中，于择定断面后，先求 m''_c ，凡 m 小于该数者表示原式失效，不能获得足够之断面安全率，而必须设法改变其配筋之方式加宽断面。

现将 m''_c 式，藉逐步倒推之方法^②，推导如下：

设断面之允许安全系数为 $K=2$ ，则

$$M'_x = KM_x = 2M_x$$

式中： M'_x ——断面能抵抗的对于 X 轴而言的外力矩；

M_x ——断面实际承受的对于 X 轴而言的外力矩。

$$A_s f'_s Z_1 = 2M_x \quad \therefore \quad Z_1 = \frac{2M_x}{A_s f'_s}$$

由于 M_x 为已知，故 Z_1 亦为已知。

$$Z_1 = h - \frac{D}{3} \quad \therefore \quad D = 3(h - Z_1) = 3\left(h - \frac{2M_x}{A_s f'_s}\right)$$

$$D = \frac{S}{B} = \frac{2A_s n}{B}$$

$$B = \frac{2A_s n}{D} = \frac{2A_s n}{3\left(h - \frac{2M_x}{A_s f'_s}\right)}$$

故 B 为已知值：

$$B = e + \sqrt{e^2 + \frac{S}{m}} \quad (1)$$

$$\text{又} \quad e = \frac{3}{4m}(mb - 2h) \quad (2)$$

$$\text{解 (1) (2) 联立方程式得: } m''_c = \frac{4A_s n - 6Bh}{B(2B - 3b)} \quad (\text{A})$$

以原文实例四为例, 得

$$B = \frac{2A_s n}{3\left(h - \frac{2M_x}{A_s f'_s}\right)} = \frac{2 \times 6 \times 12}{3\left(40 - \frac{2 \times 400000}{6 \times 3600}\right)} = 16$$

代入 (A) 式以求 m''_c :

$$\begin{aligned} \text{故 } m''_c &= \frac{4A_s n - 6Bh}{B(2B - 3b)} = \frac{4 \times 6 \times 12 - 6 \times 16 \times 40}{16(2 \times 16 - 3 \times 30)} \\ &= 3.825 \end{aligned}$$

故知, 该种情况下, M_x 与 M_y 之比值小于 $m''_c = 3.825$ 时, 原文之公式仍无效。

综上所述, 可得如下之结论:

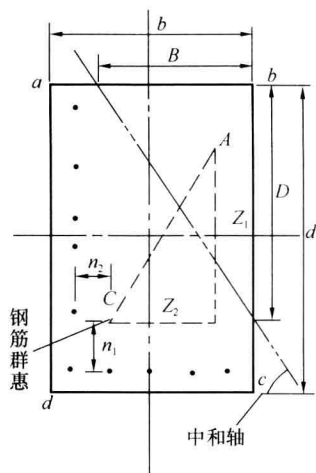
当 $m > m_c$ 时, 原公式有效, 混凝土受压区域为一四边形。

当 $m_c > m > m'_c$ 时, 原公式有效, 混凝土受压区域为一三角形。

当 $m'_c > m > m''_c$ 时, 原公式可以进行计算, 但结果无效。

当 $m < m'_c$ 时, 原公式不能应用。

(4) 改进之建议 原文建议之公式, 其应用上之限制, 根据以上之讨论已了然矣。当 $m < m'_c$ 时, 计算工作之进行已无意义, 盖 A_s 所起之影响实甚微也。补救方法, 可在断面



图三 (b)

之左侧加设钢筋, 如图三 b 所示。(注意: 此时仍为单筋梁) 实际应用中, 首先根据 M_x 与 M_y 之比值, 选一适当之断面尺寸 b, h , 然后求出钢筋群之重心 c 点。假定此点距垂向、横向钢筋线之距离各为 n_2 与 n_1 , 则根据断面之平衡条件, 极易导出其计算公式。

假定中和轴如图三 (b) 所示之形状, 则混凝土受压区为一三角形, 其合力 $R = \frac{1}{2}BDf'_c$, R 之作用点位于三角形之重心 R 处。钢筋全部到达屈服点强度 f'_s , 此时其合力 $F = A_s f'_s$, 合力 F 之作用点即在钢筋群之重心 c 点处。

$$F = R \therefore \frac{1}{2}BDf'_c = A_s f'_s, BD = \frac{2A_s f'_s}{f'_c} = 2A_s n \quad (1)$$

由图上可见: c, R 两点间之纵距: $Z_1 = h - n_1 - \frac{D}{3}$; c, R

两点间之横距: $Z_2 = b - a - n_2 - \frac{B}{3}$; 式中: a 为保护层厚度。

$$m = \frac{M_x}{M_y} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{h - n_1 - \frac{D}{3}}{b - a - n_2 - \frac{B}{3}} \quad (2)$$

解 (1) (2) 联立方程式, 得:

$$B = e + \sqrt{e^2 + \frac{2A_s n}{m}}; D = \frac{2A_s n}{B}$$

式中:
$$e = \frac{3}{2m}(mP - Q); P = b - (a + n_2)$$

$$Q = h - n_1, \quad n = \frac{f'_s}{f'_c}$$

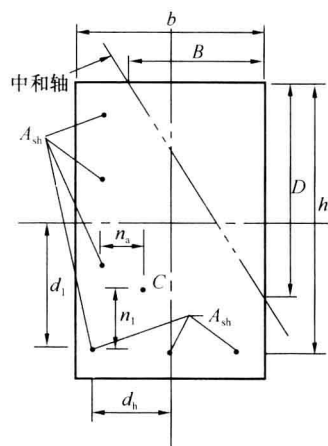
求得 B 及 D 后, 破坏时之中立轴位置已定, 即可算出 F, R 及 Z_1, Z_2 。 FZ_1 及 FZ_2 即为断面最大之抵抗力矩, 其与外力矩 M_x 与 M_y 之比值, 即为安全因数。

中和轴将断面割成四边形之问题, 此处是不存在的, 因可藉钢筋量之调配克服这一困难。

上式中 n_1 及 n_2 值之求解并不麻烦, 如取通过竖横二向钢筋之一对垂直线为轴, 则由图四可知:

$$n_1 = \frac{A_{sv} d_v}{\Sigma A_s}$$

$$n_2 = \frac{A_{sh} d_H}{\Sigma A_s}$$



图四

式中: ΣA_s —— 钢筋之总断面积;

A_{sv} —— 竖向钢筋总面积;

A_{sh} —— 横向钢筋总面积。

求 A_{sv} 或 A_{sh} 时, 角上之钢筋可计入内, 亦可不计入内, 结果相同。

d_v —— 竖向钢筋群重心至水平轴 (水平钢筋) 之距离;

d_H —— 横向钢筋群重心至垂直轴 (垂直钢筋) 之距离。

下面举一实例以阐明其应用:

【实例】 已知: 外力矩 $M_x = 300$ 吨-公分, $M_y = 150$ 吨-公分, 钢筋之屈服点强度 $f'_s = 3600$ 公斤/公分², 混凝土之破坏强度 $f'_c = 300$ 公斤/公分², 钢筋之保护层厚 5 公分。

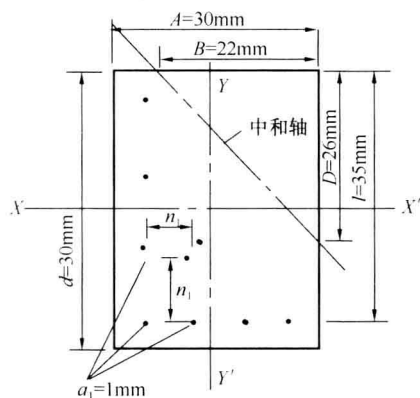
取断面尺寸如图五所示, $b = 30$ 公分, $d = 40$ 公分, $h = 35$ 公分, $A_s = 7$ 公分²。

解:
$$m = \frac{M_x}{M_y} = \frac{300}{150} = 2$$

$$n_1 = \frac{4 \times \frac{30}{2}}{7} = 8.6 \text{ 公分},$$

$$n_2 = \frac{4 \times \frac{20}{2}}{7} = 5.7 \text{ 公分}$$

$$P = b - (a + n_2) = 30 - (5 + 5.7) \\ = 30 - 10.7 = 19.3 \text{ 公分}$$



图五

$$Q = h - n_1 \text{ (或 } d - \overline{a + n_1}) = 35 - 8.6 = 26.4 \text{ 公分}$$

$$e = \frac{3}{2m}(mP - Q) = \frac{3}{2 \times 2}(2 \times 19.3 - 26.4) = \frac{3}{4}(38.6 - 26.4)$$

$\therefore e = 9.1$, 代入以求 B :

$$B = e + \sqrt{e^2 + \frac{2A_s n}{m}} = 9.1 + \sqrt{9.1^2 + \frac{2 \times 7 \times 12}{2}}$$

$$= 22 \text{ 公分}$$

$$\therefore D = \frac{2A_s n}{B} = \frac{2 \times 7 \times 12}{22} = 7.6 \text{ 公分}$$

$$Z_1 = Q - \frac{D}{3} = 26.4 - \frac{7.6}{3} = 23.9 \text{ 公分}$$

$$Z_2 = P - \frac{B}{3} = 19.3 - \frac{22}{3} = 12 \text{ 公分}$$

故断面之最大抵抗弯矩为:

$$M'_x = A_s f'_s Z_1 = 7 \times 3600 \times 23.9 = 604800 \text{ 公斤-公分}$$

$$M'_y = A_s f'_s Z_2 = 7 \times 3600 \times 12 = 302400 \text{ 公斤-公分}$$

$$\text{安全率} = \frac{M'_x}{M_x} = \frac{604800}{300000} = 2$$

试将此一计算工作与原文相较, 仅多一求钢筋群重心 c 点位置 (或曰求 n_1 及 n_2) 之步骤, 而这一步骤是极为简易的。当竖横二向之钢筋量相等时, 凭观察, 即可知道: $n_1 = \frac{1}{4}(h - a)$, $n_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{b}{2} - a\right)$ (此二式为一近似公式)。而当外力矩 $M_x = M_y$ 时, 断面取正方形形状, 钢筋量配置对称, 则更为简易。立知: $n_1 = n_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{b}{2} - a\right)$, 且中立轴位置与垂线成 45° 角, $B = D$, 结果可更迅速求得。

二、断面配有双筋 (拉筋及压筋) 时之双向受弯构件

当断面配有双筋时, 由于其压力区内亦有部分之钢筋存在, 问题遂变得极为复杂。中立轴位置之确定必须依赖试算法, 潘先生于原文中列出之关于解决此一问题之算式, 亦非一普遍可以遵循之通式, 当二向外力矩 M_x 与 M_y 之值相差较巨时, 方能适用。反之, 如外力矩 M_x 与 M_y 之比值较小, 则公式行将失效。笔者在下文将建议一改进之方法, 并举数例以明其应用。此法当钢筋配置对称时可适用于任何情况, 原文所列之式仅系其一特例而已; 但其计算步骤, 则仍与潘先生所建议者同, 亦即仍为一计算之步骤。

现将公式推导如下:

在图六中, 假定已觅得 nm_1 为该具体情况下正确之中立轴位置, 则可与断面之左下端作一与中和轴 nm_1 对断面形心 O 点对称之直线 $n'n'_1$, 显然, 由于钢筋配置之对称, 其于断面左下端截成之三角形面积与混凝土压力区内之三角形面积为相等, 而面积内所包之钢筋面积亦相等为 A'_s (压力筋之总面积)。如是, 则剩余之中间部分所包之钢筋面积将为 $[A_s - 2A'_s]$ (式中: A_s 为断面钢筋之总面积), 而其重心恰与断面之重心相重合。

设C点距纵横二向钢筋之距离各为 n_2 与 n_1 ，钢筋之保护层厚为 a ，混凝土受压区合力之重心在三角形之中心。根据上述，断面可视为受到两组力之作用：其一为压力区内钢筋 A'_s 与对称之 $n'_1 n'_2$ 线所包拉力区内之钢筋 A'_s ，其纵向力相等： $A'_s f'_s = A'_s f'_s$ ，而其所组成之力矩则为： $M_{x1} = A'_s f'_s Z'_1 = A'_s f'_s [d - 2(a + n_1)]$ 及 $M_{y1} = A'_s f'_s Z'_2 = A'_s f'_s [b - 2(a + n_2)]$ ；其二为断面中间剩余部分之拉力钢筋与受压区内之混凝土；显然，其纵向力亦应相等，并符合断面之平衡。

$$R = \frac{1}{2} B D f'_c, F = (A_s - 2A'_s) f'_s$$

$$\therefore F = R, \frac{1}{2} B D f'_c = (A_s - 2A'_s) f'_s$$

其组成之力矩则为：

$$\left. \begin{aligned} M_{x2} &= (A_s - 2A'_s) Z_1 f'_s = (A_s - 2A'_s) f'_s \left(\frac{d}{2} - \frac{D}{3} \right) \\ M_{y2} &= (A_s - 2A'_s) Z_2 f'_s = (A_s - 2A'_s) f'_s \left(\frac{b}{2} - \frac{B}{3} \right) \end{aligned} \right\}$$

对断面之中心而言，即对断面中间剩余部分钢筋群之重心而言。

由此，断面之最大抵抗力矩为

$$M'_x = M_{x1} + M_{x2} = A'_s f'_s [d - 2(a + n_1)] + (A_s - 2A'_s) f'_s \left(\frac{d}{2} - \frac{D}{3} \right)$$

$$M'_y = M_{y1} + M_{y2} = A'_s f'_s [b - 2(a + n_2)] + (A_s - 2A'_s) f'_s \left(\frac{b}{2} - \frac{B}{3} \right)$$

$$m = \frac{M'_x}{M'_y} \text{ (二向外力矩之比值)}$$

$$\text{故外力矩比值 } m = \frac{M'_x}{M'_y} = \frac{A'_s f'_s (d - 2\overline{a + n_1}) + (A_s - 2A'_s) f'_s \left(\frac{d}{2} - \frac{D}{3} \right)}{A'_s f'_s (b - 2\overline{a + n_2}) + (A_s - 2A'_s) f'_s \left(\frac{b}{2} - \frac{B}{3} \right)} \quad (1)$$

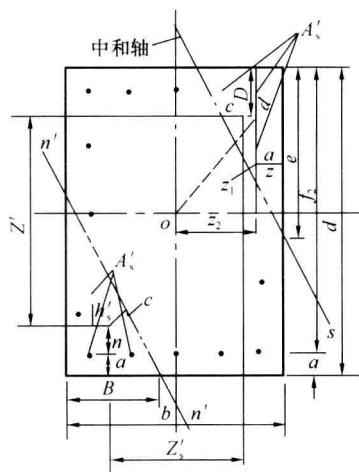
由于受压区内之混凝土压力等于中间剩余部分之钢筋拉力，故

$$\frac{1}{2} B D f'_c = (A_s - 2A'_s) f'_s \quad (2)$$

以上二式中，式(2)可决定压力区面积之大小，而式(1)则在不变动此面积值之情况下，决定中和轴之方向，亦即最后决定 B 与 D 值。

由上式可知：式中之未知数有三个，即 A'_s ， B 及 D ，而方程式则仅二个，故不可能直接求出中和轴之位置；但 A'_s 与 B ， D 间却存在关系，惟不能用一公式将其表示出来而已。故问题之解决，必须依赖于试算，此处并无捷径。

根据上述，可见此种问题之困难和症结所在，即在于如何迅速省时地寻觅出合理之中和轴位置。我们在实际工作中，可按外力矩 M_x 与 M_y 之比值，首先择一适宜之断面尺寸，



图六

$$Z_1 = \frac{d}{2} - \frac{D}{3}$$

$$Z_2 = \frac{b}{2} - \frac{B}{3}$$

$$Z'_1 = d - 2(a + n_1)$$

$$Z'_2 = b - 2(a + n_2)$$