

高等学校教材

# 大学物理学

上册

University  
Physics

主 编 秦万广 刘 帅 赵 岩  
副主编 林 蔺 姜立南 何毓敏

高等学校教材

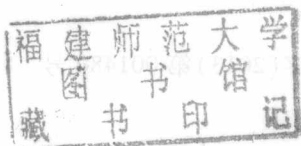
# 大学物理学

上册

Daxue Wulixue

主 编 秦万广 刘 帅 赵 岩

副主编 林 蓊 姜立南 何毓敏



1088017



T1088017



高等教育出版社·北京  
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

## 内容提要

本书是按照教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求(2010年版)》，结合作者多年的教学实践经验编写而成的。全书分为上下两册，上册主要内容为质点运动学、质点运动定律与守恒定律、刚体的定轴转动、狭义相对论、机械振动、机械波、气体动理论、热力学基础，下册主要内容为真空中的静电场、静电场中的导体和电介质、稳恒磁场、电磁感应、电磁场和电磁波、光的干涉、光的衍射、光的偏振。本书思路清晰、简明扼要，理论与实际结合紧密，重物理思想和物理图像，内容通俗易懂且不乏趣味。

本书可作为高等学校理工科专业的大学物理课程教材，也可供高职高专相关专业师生参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

大学物理学. 上册 / 秦万广, 刘帅, 赵岩主编. --  
北京: 高等教育出版社, 2013. 1

ISBN 978 - 7 - 04 - 036540 - 5

I. ①大… II. ①秦… ②刘… ③赵… III. ①物理学 -  
高等学校 - 教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 001480 号

策划编辑 郭亚嫒 责任编辑 郭亚嫒 封面设计 于涛 版式设计 马敬茹  
插图绘制 邓超 责任校对 杨凤玲 责任印制 刘思涵

出版发行 高等教育出版社  
社址 北京市西城区德外大街4号  
邮政编码 100120  
印刷 山东鸿杰印务集团有限公司  
开本 787 mm × 960 mm 1/16  
印张 22.75  
字数 410千字  
购书热线 010 - 58581118

咨询电话 400 - 810 - 0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.landaco.com>  
<http://www.landaco.com.cn>  
版次 2013年1月第1版  
印次 2013年1月第1次印刷  
定 价 35.50元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换  
版权所有 侵权必究  
物料号 36540 - 00

# 前 言

本书是东北电力大学大学物理教学部在最近几年对大学物理课程教学进行研究和改革中所取得的一项成果，是为了适应不同教学对象和不同专业类别的教学需要而编写的。随着近年来教学改革的不深入，各学科都对大学物理课程教学形成了两条基本共识：(1)大学物理课程不仅仅只是理工科学生进一步学习专业知识的铺垫，而且更是所有专业学生树立正确的科学世界观，培养学生抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力和科学计算能力的一门素质教育课程；(2)教学中应突出学生的作用，贯彻以学生为本的指导思想。我们正是凭着这两条基本共识编写了这本教材。

本书充分考虑了培养 21 世纪工程技术人才对物理学的要求，吸取了多年来本科物理学教学改革的经验。本书在编写过程中，编者结合多年来的教学实践经验和所形成的教育理念，并注意到当前中学物理课程教改的动向和高校教学情况的变化，十分注重课程内容的有机结合，特别强调对基本理论、解题方法的严谨精炼阐述，力求例题和习题的选取丰富并具有综合性和实际应用性，尤其重视对学生分析问题、解决问题及创新能力的培养，不仅使教师便于讲授，更有助于学生的自学和阅读。

本书在满足教学基本要求必学内容的基础上，还编入了一些供选学的内容。为方便读者，选学内容均冠以“\*”号。这些选学内容可以拓展读者的知识面，使读者能更广泛地了解物理学的新成就和新技术等，它们大到章，小到节与段。所有选学内容均自成体系，可选讲或指导学生自学，跳过不讲也不影响全书的系统性。

由于编者水平有限，编写时间较仓促，书中错误之处在所难免。我们衷心希望广大读者多提宝贵意见，我们将在今后的再版中加以纠正，使我们的教材在使用中不断完善。

编 者

2012 年 9 月



# 目 录

<b>第 1 部分 力学</b> .....	1
<b>第 1 章 质点运动学</b> .....	3
1.1 参考系 坐标系 .....	3
1.2 矢量概述 .....	5
1.3 运动的描述 .....	10
1.4 相对运动 .....	28
习题 .....	31
<b>第 2 章 质点运动定律与守恒定律</b> .....	36
2.1 牛顿运动定律 .....	36
2.2 动量 动量守恒定律 .....	51
2.3 功和能 .....	62
2.4 碰撞 .....	83
习题 .....	86
<b>第 3 章 刚体的定轴转动</b> .....	92
3.1 刚体的定轴转动 .....	93
3.2 力矩 转动定律 .....	98
3.3 角动量 角动量守恒定律 .....	108
3.4 力矩的功 .....	113
习题 .....	126
<b>第 4 章 狭义相对论</b> .....	130
4.1 力学相对性原理和牛顿时空观 .....	131
4.2 狭义相对论基本原理与洛伦兹变换 .....	134
4.3 狭义相对论时空观 .....	140
4.4 洛伦兹速度变换 .....	146
4.5 狭义相对论基本原理的再认识 .....	150
4.6 相对论动力学 .....	152
4.7 广义相对论简介 .....	159

## II 目录

习题 .....	164
<b>第 2 部分 机械振动和机械波</b> .....	<b>167</b>
<b>第 5 章 机械振动</b> .....	<b>169</b>
5.1 简谐振动的运动方程 .....	169
5.2 旋转矢量法 .....	182
5.3 简谐振动的能量 .....	187
5.4 简谐振动的合成 .....	191
5.5 阻尼振动 受迫振动 共振 .....	200
*5.6 非线性振动 .....	206
*5.7 谐振分析和频谱 .....	212
习题 .....	217
<b>第 6 章 机械波</b> .....	<b>219</b>
6.1 机械波的形成和传播 .....	220
6.2 平面简谐波的波动方程 .....	226
6.3 波的能量 .....	235
6.4 惠更斯原理 波的叠加和干涉 .....	243
6.5 驻波 .....	252
6.6 多普勒效应 冲击波 .....	255
*6.7 色散 波包 群速度 .....	258
*6.8 非线性波 孤波 .....	259
习题 .....	261
<b>第 3 部分 热学</b> .....	<b>265</b>
<b>第 7 章 气体动理论</b> .....	<b>267</b>
7.1 平衡态 气体的状态参量 理想气体物态方程 .....	267
7.2 物质的微观模型 统计规律性 .....	272
7.3 理想气体的压强公式 .....	276
7.4 理想气体分子的平均平动动能与温度的关系 .....	279
7.5 能量均分定理 理想气体的内能 .....	282
7.6 麦克斯韦气体分子速率分布律 .....	286
*7.7 玻耳兹曼能量分布函数 .....	297
7.8 分子平均碰撞频率和平均自由程 .....	299
*7.9 气体输运现象 .....	301

7.10 真实气体 范德瓦耳斯方程 .....	304
习题 .....	307
<b>第8章 热力学基础</b> .....	<b>310</b>
8.1 准静态过程 功和热量 .....	311
8.2 内能 热力学第一定律 .....	313
8.3 理想气体的等体过程和等压过程 摩尔热容 .....	315
8.4 理想气体的等温过程和绝热过程 .....	318
8.5 循环过程 卡诺循环 .....	324
8.6 热力学第二定律 .....	333
8.7 克劳修斯熵 .....	338
习题 .....	344
<b>参考答案</b> .....	<b>347</b>

# 第 1 部分

## 力 学

力学是一门古老的学问，其渊源在西方可追溯到公元前 4 世纪古希腊学者柏拉图所认为的圆运动是天体的最完美的运动和亚里士多德关于力产生运动的说教，在中国可以追溯到公元前 5 世纪《墨经》中关于杠杆原理的论述。但力学（以及整个物理学）成为一门科学理论应该说是从 17 世纪伽利略论述惯性运动开始，继而牛顿提出了后来以他的名字命名的三个运动定律。现在以牛顿定律为基础的力学理论叫牛顿力学或经典力学。它曾经被尊为完美普遍的理论而兴盛了约 300 年。在 20 世纪初虽然发现了它的局限性，在高速领域为相对论所取代，在微观领域为量子力学所取代，但在一般的技术领域，包括机械制造、土木建筑，甚至航空航天技术中，经典力学仍保持着充沛的活力而处于基础理论的地位。它的这种实用性是我们学习经典力学的一个重要原因。

由于经典力学是最早形成的物理理论，后来的许多理论，包括相对论和量子力学的形成都受到它的影响。后者的许多概念和思想都是经典力学概念和思想的发展或改造。经典力学在一定意义上是整个物理学的基础，这是我们要学习经典力学的另一个重要原因。

本篇着重讨论力学的基本概念和基本定律；同时也将结合具体内容，介绍力学发展过程中所形成的研究方法，例如，根据所研究问题的性质，将物体抽象成物理模型（如质点、质点系和刚体等），这对其他学科都有借鉴作用。

应该指出，本篇内容在深广度上比中学物理有较大提高。在处理问题的方法上，一般都是使用矢量来表述有关物理量和基本定律；并往往以微积分作为

## 2 第1部分 力学

求解力学问题的运算工具。读者在自学过程中，应充分注意和自觉培养这种表述和运算的能力。

读者应认真阅读本篇内容、解答习题和联系实际应用，使能对有关概念和基本定律深入理解，牢固掌握，灵活运用；并纠正一些不正确的习惯想法和似是而非的概念。从而为学习本书其他各篇内容和有关后继课程以及在今后工作中打下坚实的基础。

# 第 1 章

---

## 质点运动学

物体的运动形式通常包括机械运动、分子热运动、电磁运动、原子和原子核运动以及其他微观粒子运动等。机械运动是这些运动中最简单、最常见的运动形式。力学所研究的就是物体机械运动的规律。我们把宏观物体之间(或物体内部各部分之间)相对位置的变动称为**机械运动**。在经典力学中,通常将力学分为运动学、动力学和静力学三部分。本章只研究运动学规律。物体在运动过程中,若物体内各点所移动的路径完全相同,则可用物体上任一点的运动来代表整个物体的运动,从而可研究物体的位置随时间而改变的情况。在力学中,这部分内容称为质点运动学。

本章只研究运动学规律。即只从几何的观点来描述物体的运动,研究物体的空间位置随时间的变化关系,不涉及引发物体运动和改变物体运动状态的原因。

### 1.1 参考系 坐标系

宇宙间任何物体皆运动不歇。静止在地面上的物体(例如房屋、树木等)似乎是不动的,但是由于地球有公转和自转,因此地面上的物体自然也跟着地球一起在运动。或者有人以为太阳是不动的,但从整个银河系来看,太阳以 $250 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度在运动。纵然是我们所在的银河系,从另一银河系或者星云系来看,也在运动。总之,自然界中没有不运动的物质,运动是物质的存在形式,这就是运动的绝对性。然而,对运动的描述是相对的。

#### 1.1.1 参考系

运动是绝对的,是错综复杂的。在这些错综复杂的运动中,要描述一个物体的运动,总得选择另一物体或几个彼此之间相对静止的物体作为参考,然后研究这个物体相对于这些物体是如何运动的,这些被选作参考的物体就叫做**参考系**。

同一物体的运动，由于我们所选参考系不同，对其运动的描述就会不同。例如，在匀速直线运动的车厢中，物体的自由下落，相对于车厢是作直线运动；相对于地面，却是作抛物线运动；相对于太阳或其他天体，运动的描述则更为复杂。这一事实，充分说明了运动的描述是相对的。

从运动学的角度讲，参考系的选择是任意的；但由于选择不同的参考系对于我们研究同一问题的复杂程度不同，所以通常我们以对问题的研究最方便最简单为原则。研究地球上物体的运动，在大多数情况下，以地球为参考系最为方便(以后如不作特别说明，研究地球上物体的运动，都是以地球为参考系)。但是，当我们在地球上发射“人造天体”时，则需以太阳为参考系。

通过上面的讨论，我们知道，要明确地描述一个物体的运动，只有在选取某一确定的参考系后才有可能，而且由此作出的描述总是具有相对性的。

### 1.1.2 坐标系

为了从数量上确定物体相对于参考系的位置，需要在参考系上选用一个固定的坐标系。一般在参考系上选定一点作为坐标系的原点，取通过原点并标有长度的线作为坐标轴建立坐标系，常用的坐标系是直角坐标系。根据需要，我们也可选用其他的坐标系，例如极坐标系、自然坐标系、球坐标系或柱坐标系等。

总的说来，当参考系选定后，无论选择何种坐标系，物体的运动性质都不会改变。然而如果坐标系选择得当，则可使计算简化。

### 1.1.3 物理模型

任何一个真实的物理过程都是极其复杂的。为了寻找某过程中最本质、最基本的规律，我们总是根据所提问题(或所要回答的问题)，对真实过程进行理想化的简化，然后经过抽象提出一个可供数学描述的物理模型。

现在我们所提出的问题是确定物体在空间的位置。若物体的线度比它运动的空间范围小很多时；或当物体只作平动时，物体上各部分的运动情况完全相同。我们可以忽略物体的形状、大小而把它看成一个只具有一定质量的点，并称之为质点。

若物体的运动在上述两种情形之外，我们还可以推出质点系的概念。即把这个物体看成是由许许多多满足第一种情况的质点所组成的系统。当我们把组成这个物体的各个质点的运动情况弄清楚了，也就描述了整个物体的运动。

如果我们研究物体的转动，就必定涉及物体的空间方位，此时，质点模型已不适用，因为一个点是无方位而言的。然而，若在我们所研究的问题中，物



体的微小形变可以忽略不计，则可以引入刚体模型。所谓刚体，是指在任何情况下，都没有形变的物体(关于刚体我们在第3章中专门研究)。

质点和刚体是我们在力学中所遇到的最初的物理模型。

综上所述，我们能够得到以下的启发：选择合适的参考系，以方便确定物体的运动性质；建立恰当的坐标系，以定量地描述物体的运动；提出较准确的物理模型，以确定所提问题最基本的运动规律。

#### 1.1.4 空间和时间

人们关于空间和时间概念的形成，首先起源于对自己周围物质世界和物质运动的直觉。空间反映了物质的广延性，它的概念是与物体的体积和物体位置的变化联系在一起。时间所反映的则是物理事件的顺序性和持续性。早在我国春秋战国时代，由墨翟创立的墨家学派就对空间和时间的概念给予了深刻而明确的阐释。《墨经》中说：“宇，弥异所也”，“久，弥异时也”。此处，“宇”即空间，“久”即时间。意思是说，空间是一切不同位置的概括和抽象；时间是一切不同时刻的概括和抽象。在自然科学的创始和形成时代，关于空间和时间，有两种代表性的看法。莱布尼兹认为，空间和时间是物质上下左右的排列形式和先后久暂的持续形式，没有具体的物质和物质的运动就没有空间和时间。和莱布尼兹不同，牛顿认为，空间和时间是不依赖于物质的独立的客观存在。随着科学的进步，人们经历了从牛顿的绝对时空观到爱因斯坦的相对论时空观的转变，从时空的有限与无限的哲学思辨到可以用科学手段来探索的阶段。目前量度的时空范围，从宇宙范围的尺度 $10^{26}$  m [约 $2 \times 10^{10}$  l. y. (光年)] 到微观粒子尺度 $10^{-15}$  m，从宇宙的年龄 $10^{18}$  s [约 $2 \times 10^{10}$  a (年)] 到微观粒子的最短寿命 $10^{-24}$  s。物理理论指出，空间长度和时间间隔都有下限，它们分别是普朗克长度 $10^{-35}$  m 和普朗克时间 $10^{-43}$  s，当小于普朗克时空间隔时，现有的时空概念就可能不再适用了。

## 1.2 矢量概述

### 1.2.1 标量

在物理学中，有一类物理量，如时间、质量、功、能量、温度等，只需用大小(包括数字和单位)和正负就可完全确定，这类物理量统称为标量。标量既有大小又有正负，它是代数量，所以可用代数方法计算。例如，同类的标量

可以求代数和；又如标量函数的求导和积分等运算，读者在微积分学中也都是熟悉的。

### 1.2.2 矢量

在物理学中，还有另一类物理量，如位移、速度、加速度、力、动量、冲量、电场强度等，必须同时给出大小和标明方向，才能完全确定；并且在相加时服从平行四边形定则。这类物理量称为**矢量**或**向量**（在书本中一般用黑体外文字母表示，平时手写时一般在外文字母上面加“ $\rightarrow$ ”表示）。例如，若只说一物体以  $9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  的速率运动，而不指出方向，我们就不了解该物体究竟朝哪个方向运动；只有既指出该物体具有  $9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  的速率，又指出其运动方向（例如，朝东北），物体的运动速度才能完全确定；这样，物体的运动状态也就描述出来了。

矢量可用几何方法表示：画一条有箭头的直线段，以直线段的长度代表矢量的大小，并令直线段的方位及箭头的指向代表矢量的方向，记做  $\mathbf{A}$ ，如图 1-1 所示。

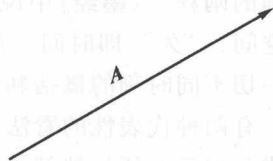


图 1-1

矢量  $\mathbf{A}$  的大小  $|\mathbf{A}|$  称作矢量的模，记作  $|\mathbf{A}|$  或  $A$ ，模为 1 的矢量称作单位矢量，与矢量  $\mathbf{A}$  方向相同的单位矢量记作  $\mathbf{e}_A$ 。由于矢量具有大小与方向两个特征，所以，当两个矢量大小相等，且方向相同时，两个矢量才相等。将一个矢量平移后，其大小和方向都保持不变，即平移后的矢量与原始量相等，仍是矢量  $\mathbf{A}$ 。那么，在考察矢量之间的关系或对它们进行运算时，根据需要可对它们进行平移。

若矢量  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  大小相等，方向相同，则此两个矢量相等，即  $\mathbf{A} = \mathbf{B}$ ，而标量和矢量由于不同类，故不能相比较，也不能相加减。

模为零的矢量称作零矢量，其方向可以认为是任意的，记作  $\mathbf{0}$ 。

### 1.2.3 矢量的加减法

#### 一、加法

矢量的加法遵从平行四边形定则，如果矢量  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  相加，和为  $\mathbf{C}$ ，记为  $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$ 。如图 1-2 所示，两矢量  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  的夹角为  $\alpha$ ，则矢量  $\mathbf{C}$  的大小为

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\alpha}$$

当然，由图还可看出，若把矢量  $\mathbf{B}$  平移，让其矢尾与  $\mathbf{A}$  的矢端相连，那么从  $\mathbf{A}$  的矢尾指向  $\mathbf{B}$  的矢端的矢量即为矢量  $\mathbf{C}$ ，此时， $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}$  构成了一个

三角形, 这种矢量相加的方法叫做三角形法, 它其实是平行四边形法的简化。

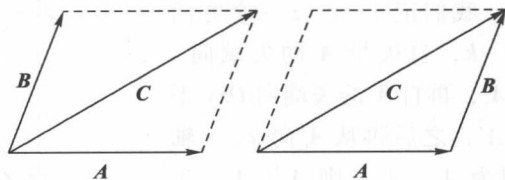


图 1-2

当多个矢量相加时, 可用平行四边形法则逐次进行, 也可将三角形法推广为多边形法则进行。即令  $A$ 、 $B$ 、 $C$  等诸矢量依次首尾相接, 那么, 从第一个矢量的矢尾指向最后一个矢量的矢端的矢量即为和矢量。

矢量的加法满足交换律和结合律, 即有

$$A + B = B + A \text{ 和 } (A + B) + C = A + (B + C)$$

注: 有限角位移由于不遵从加法的交换律, 故不是矢量。

## 二、矢量的减法

如果矢量  $A$  与  $B$  的和为  $C$ , 即  $A + B = C$ , 则  $B$  可称作  $C$  与  $A$  的矢量差, 记作  $B = C - A$ , 矢量减法是加法的逆运算。由于  $-A$  与  $A$  的方向相反, 故

$$B = C - A = C + (-A)$$

即矢量的减法可换成加法来进行计算。如图 1-2, 由几何关系可知,  $B$  等于从矢量的  $A$  矢端指向矢量  $C$  的矢量。放在三角形法则中, 从减矢量矢端指向被减矢量矢端的矢量, 即为这两个矢量之差。

## 三、矢量的数乘

矢量  $A$  与一个实数  $m$  的乘积叫做矢量的数乘, 其结果仍是一个矢量, 记作  $mA$ , 模为  $|mA| = |m||A|$ , 若  $m$  大于零, 则  $mA$  与  $A$  同向; 若  $m$  小于零, 则  $mA$  与  $A$  反向, 若  $m$  等于零, 则  $mA = 0$ 。

那么, 如果用  $e_A$  表示与  $A$  同方向的单位矢量, 则有

$$A = A e_A \text{ 或 } A = |A| e_A$$

## 四、矢量在直角坐标系下的正交分解

由矢量的加法(减法)知道, 两个以上的矢量可以合成为一个矢量。所以, 一个矢量也可以分解为两个或两个以上的分矢量。但一个矢量分解为两个矢量时, 答案并不唯一, 而是有无穷多种分解方法。

如果限定了两个分量的方向, 则分解是唯一的。我们常将一矢量沿直角坐标系的坐标轴进行分解。这种分解当然也是唯一的, 这种情况下分矢量相互垂直, 称为正交分解。

如图 1-3 所示, 设在直角坐标系中, 记直角坐标系为  $Oxyz$ 。我们记  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个方向的单位矢量为  $i$ 、 $j$ 、 $k$ , 自矢量  $A$  的矢端向  $z$  轴作垂线, 垂足为  $A_z$ , 再自  $A$  的矢端向  $Oxy$  平面作垂线, 垂足为  $A'$ , 之后再从  $A'$  向  $x$ 、 $y$  轴作垂线, 垂足分别为  $A_x$ 、 $A_y$ , 则  $A_x$ 、 $A_y$ 、 $A_z$  称为矢量  $A$  在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴上的投影或分量(注意不是分矢量)。这样,  $A$  在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的分矢量为  $A_x i$ 、 $A_y j$ 、 $A_z k$ , 那么  $A$  的大小为

$$A = |\mathbf{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

而  $A$  与  $x$ 、 $y$ 、 $z$  的夹角  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  叫作方向角, 显然有

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A}, \quad \cos\beta = \frac{A_y}{A}, \quad \cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$

且有  $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ , 于是用  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个方向的分矢量表示  $A$  时有

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

上式称为  $A$  在  $Oxyz$  中的正交分解式, 利用正交分解式进行矢量的加减运算时, 把对应方向的分矢量相加减, 所得结果即为所求矢量的对应分量, 即若

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$$

则

$$\mathbf{A} \pm \mathbf{B} = (A_x \pm B_x) \mathbf{i} + (A_y \pm B_y) \mathbf{j} + (A_z \pm B_z) \mathbf{k}$$

## 五、矢量的标积和矢积

矢量除了数乘之外, 还有标积和矢积。

### (1) 矢量的标积(点乘)

两矢量的标量积亦称点积, 定义为: 一个矢量在另一个矢量方向上的投影与另一矢量模的乘积, 结果是一个标量。它可表示为

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = AB \cos(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = AB \cos \theta$$

$$\text{即 } \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$$

式中  $\theta$  为两矢量的夹角, 如图 1-4 所示。

在直角坐标  $Oxyz$  中,  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的单位矢量为  $i$ 、 $j$ 、 $k$ , 那么矢量  $A$  与单位矢量的标积即为  $A$  在该方向的分量, 即

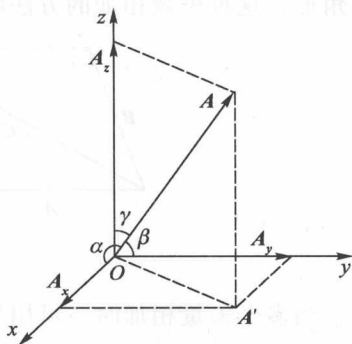


图 1-3

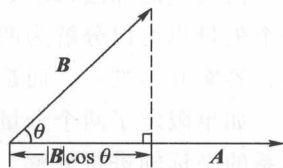


图 1-4

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{i} = (A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}) \cdot \mathbf{i} = A_x$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{j} = A_y$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{k} = A_z$$

而

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = A^2$$

若  $\mathbf{A} \neq 0$ ,  $\mathbf{B} \neq 0$ , 那么, 若  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$ , 则

$$\mathbf{A} \perp \mathbf{B}$$

在直角坐标系中,

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1, \quad \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = 0$$

矢量的标积同样满足交换律, 分配律和结合律。设有  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}$  三矢量,  $\lambda$  为实数, 则有

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \quad (\text{交换律})$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} \quad (\text{分配律})$$

$$\lambda(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = (\lambda\mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot (\lambda\mathbf{B}) \quad (\text{结合律})$$

矢量的标积还可用矢量的正交分解式来计算, 即

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}) \cdot (B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

(2) 矢量的矢积(叉乘)

两矢量  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  的矢量积亦称叉积, 其结果仍是一个矢量, 用矢量  $\mathbf{C}$  表示, 矢量  $\mathbf{C}$  的大小为  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  组成的平行四边形的面积, 方向垂直于矢量  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  构成的平面, 并且  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{C}$  三者符合右手螺旋法则, 其数学表达式为  $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C}$ ,  $\mathbf{C}$  的大小为

$$C = AB \sin \varphi \quad (0 \leq \varphi \leq \pi)$$

其中  $\varphi$  为  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  的夹角, 而  $\mathbf{C}$  的方向按右手螺旋定则确定, 即右手四指按小于  $\pi$  的方向从  $\mathbf{A}$  转向  $\mathbf{B}$  时, 伸直的拇指所指的方向即为  $\mathbf{C}$  的方向, 如图 1-5 所示。矢积用 “ $\times$ ” 表示, 故又叫叉乘。

根据定义我们可以得到:

$$\textcircled{1} \quad \mathbf{A} \times \mathbf{A} = A^2 \sin 0 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad \text{若 } \mathbf{A} \neq 0, \mathbf{B} \neq 0, \text{ 则 } \mathbf{A} \parallel \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} \times \mathbf{B} = 0$$

$$\textcircled{3} \quad \mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$$

$$\textcircled{4} \quad (\lambda\mathbf{A}) \times \mathbf{B} = \lambda(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{A} \times (\lambda\mathbf{B}) \quad (\lambda \text{ 为实数})$$

$$\textcircled{5} \quad \mathbf{C} \times (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \mathbf{C} \times \mathbf{A} + \mathbf{C} \times \mathbf{B}$$

⑥ 在直角坐标系中, 有

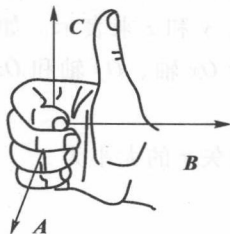


图 1-5

$$\begin{aligned} i \times j &= k, & j \times k &= i, & k \times i &= j \\ j \times i &= -k, & k \times j &= -i, & i \times k &= -j \end{aligned}$$

用正交分解式计算时有

$$A \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y) i + (A_z B_x - A_x B_z) j + (A_x B_y - A_y B_x) k$$

## 1.3 运动的描述

### 1.3.1 位置矢量和位移

#### 1. 位置矢量

在坐标系中, 质点的位置, 常用位置矢量来表示。位置矢量简称位矢, 它是一个有向线段, 其始端位于坐标系的原点  $O$ , 末端则与质点  $P$  在时刻  $t$  的位置相重合。从图 1-6 中可以看出, 位矢  $r$  在  $Ox$  轴、 $Oy$  轴和  $Oz$  轴上的投影 (即质点的坐标) 分别为  $x$ 、 $y$  和  $z$ 。所以, 质点  $P$  在  $Oxyz$  的直角坐标系中的位置, 既可用位矢  $r$  来表示, 也可用坐标  $x$ 、 $y$  和  $z$  来表示。如取  $i$ 、 $j$  和  $k$  分别为沿  $Ox$  轴、 $Oy$  轴和  $Oz$  轴的单位矢量, 那么位矢  $r$  亦可写成

$$r = xi + yj + zk \quad (1-1)$$

位矢  $r$  的大小为

$$|r| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

位矢  $r$  的方向余弦为

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos \beta = \frac{y}{r}, \quad \cos \gamma = \frac{z}{r}$$

式中  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  分别是  $r$  与  $Ox$  轴、 $Oy$  轴和  $Oz$  轴之间的夹角。

#### 2. 运动方程

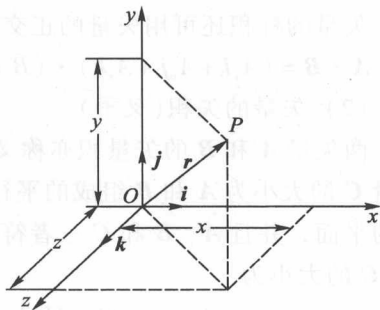


图 1-6 位置矢量