



志鸿优化系列丛书

丛书主编 任志鸿



初中优秀教案

CHUZHONGYOUXIJJIAOAN

本书由部分省市优秀教学设计大赛获奖作品选编而成

 **数学**

配华东师大版
【九年级全一册】

南方出版社



志鸿优化系列丛书

初中 优秀教案

CHUZHONGYOUXIUJIAOAN

配华东师大版

【九年级全一册】 数学

丛书主编 任志鸿

本册主编 谢晓霞

副主编 宁吉耀 田洪业



南方出版社



前言

EXCELLENT TEACHING PLANS

FOREWORD

新课程标准的教材如何教,新课程的课堂教学如何设计,这是广大一线教师孜孜探究的课题。

率先进入新课程改革实验区的教研机构和一线教师在课改实践中积累了丰富的教研和教学经验。为了能让这累累硕果与所有教育工作者分享,部分从事课程标准制定、研究的专家,从事教材编写、进行教材研究的学者,还有在教学一线埋头实践新课程理念的研究型教师走到了一起,把最能直接体现新课程标准教学研究成果的教案集结成书,精心打造了这套《优秀教案》丛书。

本套图书紧扣“提升学科素养,注重能力生成”的课标理念,以“好用+实用”作为编写落脚点,把专家的最新研究成果与一线教师的实践经验融为一体。“好用”主要体现在部分课时提供多个不同思路、不同风格的教学设计方案或者针对某个教学环节提供多种设计思路,便于教师选择、参考;“实用”主要体现在备课要素齐全,内容详实完备,资料丰富实用。

与现有的教案性质的教师用书相比,本套图书具有一些鲜明的特色。其一,部分课节提供两种教学设计方案:一种详案,教师可直接拿来上课教学;一种简案,教师可借鉴备课,启发教学思维。两案供教师依据个人教学风格、教学水平灵活选用。部分科目还依托志鸿优化网提供了多媒体课的设计案例,向教师们提供更多的教学设计选择。其二,提供精选的备课资料和常用的网络教学资源,解决教师备课急需的参考资料缺乏的问题。备课资料紧密联系教材内容,均为精选的紧贴学生生活,充满时代气息,汇集生活现实、社会热点、科技前沿的资料信息;常用网络教学资源附在书末,网络资源中不乏直观形象的优秀课件、丰富的教学素材供教师备课时选用。

本丛书按照课时编写,遵循课堂教学规律,主要设置如下栏目:

单元设计 按单元(课)规划教学。系统概括单元(课)知识结构和特点,整体规划单元(课)教学思路、教学方法、教学目标和课时安排。从单元角度整体分析教材,安排教学。

用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌

整(总)体设计 对每课的教材作简要分析,提示本课的重点难点、三维目标、课时安排等,有助于教师短时间内了解教材要点,确立教学目标,把握重点难点,从宏观上高效指导授课全程。

教学设计(过程) 按课时编写,每一课时分“导语设计”“推进新课(文本解读)”“课堂小结”等几个环节。以问题情境为中心,以师生互动探究活动为主要信息传递方式,强调学生的主体地位,重视学生的个人体验,力求通过教学活动促进学生高效学习并养成自主学习习惯。

部分课时提供多个教学设计方案,或者针对某个教学环节提供多种设计思路供教师依据个人教学风格灵活选用。部分科目还依托志鸿优化网提供了多媒体课的设计案例。

板书设计 对每节课所授知识点、重难点、能力点的梳理和网络构建。内容设置条理化,呈现出设计的美感。板书设计还考虑了记忆规律和青少年学生的认知特点,有助于在教师的引导下形成网状知识结构。

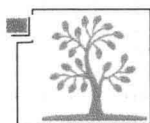
精彩(设计)点评 通过简练的语言对教学设计的优缺点进行点评,指出本课设计的亮点、优点及缺陷与不足,帮助教师从容选择。

备课资料(资料选编) 联系教材内容,汇集生活现实、社会热点、科技前沿等与之相关的材料,并设计开放型问题供学生讨论,设置探究性课题供学生研究,或精编能力训练题供学生课外提升。

时代在发展,学生在变化,教学改革与研究在推进,《优秀教案》丛书要跟上这些变化需要不断地更新,需要广大教师的积极参与。丛书编委会诚挚地邀请更多的教师参与本套图书的更新,提供优秀的教学案例与同行们交流、分享,提出图书改进的意见和建议,使该书更实用更好用,共同为我们的基础教育事业贡献一份力量。

优秀教案丛书编委会

用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌



目录

CONTENTS

第 22 章 二次根式	1
22.1 二次根式	2
22.2 二次根式的乘除法	6
22.3 二次根式的加减法	15
本章复习	18
第 23 章 一元二次方程	23
23.1 一元二次方程	24
23.2 一元二次方程的解法(一)	27
23.2 一元二次方程的解法(二)	30
23.2 一元二次方程的解法(三)	37
23.2 一元二次方程的解法(四)	40
23.3 实践与探索(一)	44
23.3 实践与探索(二)	50
本章复习	53
第 24 章 图形的相似	60
24.1 相似的图形	61
24.2 相似图形的性质	64
24.2.1 成比例线段	64
24.2.2 相似图形的性质	69
24.3 相似三角形	72
24.3.1 相似三角形	72
24.3.2 相似三角形的判定	75
24.3.3 相似三角形的性质	82
24.3.4 相似三角形的应用	85
24.4 中位线(一)	89
24.4 中位线(二)	92
24.5 画相似图形	96
24.6 图形与坐标	100
本章复习	103
第 25 章 解直角三角形	111
25.1 测量	112
25.2 锐角三角函数	114
25.3 解直角三角形	121
本章复习	131
第 26 章 随机事件的概率	137
26.1 概率的预测	138

26.1.1 什么是概率	138
26.1.2 在复杂情况下列举所有机会均等的结果	144
26.2 模拟实验	155
本章复习	157
第 27 章 二次函数	163
27.1 二次函数	164
27.2 二次函数的图象与性质	167
27.2.1 二次函数 $y=ax^2$ 的图象与性质	168
27.2.2 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质(一)	172
27.2.2 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质(二)	177
27.2.2 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质(三)	181
27.2.2 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质(四)	183
27.2.3 求二次函数的关系式	187
27.3 实践与探索(一)	190
27.3 实践与探索(二)	197
本章复习	200
第 28 章 圆	209
28.1 圆的认识	210
28.1.1 圆的基本元素	210
28.1.2 圆的对称性(一)	213
28.1.2 圆的对称性(二)	217
28.1.3 圆周角	222
28.2 与圆有关的位置关系	228
28.2.1 点与圆的位置关系	228
28.2.2 直线与圆的位置关系	233
28.2.3 切线	233
28.2.4 圆与圆的位置关系	244
28.3 圆中的计算问题	248
28.3.1 弧长和扇形的面积	249
28.3.2 圆锥的侧面积和全面积	254
本章复习	258
第 29 章 几何的回顾	269
29.1 几何问题的处理方法	269
29.2 反证法	276
本章复习	280
第 30 章 样本与总体	287
30.1 抽样调查的意义	288
30.2 用样本估计总体	294
30.3 借助调查做决策	297
本章复习	301

第 22 章 二次根式

本章教材分析

二次根式属于“数与代数”领域的内容,它是在学习了平方根和算术平方根知识的基础上展开的,是算术平方根概念的抽象与扩展,是对“实数”“代数式”等内容的延伸和补充,在初中数学中具有重要的地位.二次根式是学习其他数学知识的理论基础和运算基础,特别是在后面学习的一元二次方程和解直角三角形中应用较多.

学生已经学过整式与分式,知道用式子可以表示实际问题中的数量关系,解决与数量关系有关的问题还会遇到二次根式.“二次根式”一章就来认识这种式子,探索它的性质,掌握它的运算.本章内容分三节:22.1 二次根式;22.2 二次根式的乘除法;22.3 二次根式的加减法.二次根式的运算以整式的运算为基础,在进行二次根式的有关运算时,所使用的运算法则与整式、分式的相关法则类似;在进行二次根式的加减时,所采用的方法与合并同类项类似;在进行二次根式的乘除时,所使用的法则和公式与整式的乘法运算法则及乘法公式类似,这些都说明了前后知识之间的内在联系.重点:二次根式的性质,利用二次根式的性质熟练地化简二次根式;掌握二次根式乘除法的运算法则,能熟练正确地进行相关的运算;掌握同类二次根式的概念并能将二次根式化成最简.难点:正确区分两个重要式子, $(\sqrt{a})^2$ 和 $\sqrt{a^2}$;能正确识别最简二次根式并能熟练地将一个二次根式化成最简.

本章注重在旧知基础上呈现新知的形成过程,注重学生的自主探索与类比思考,在教学时应注意引导学生将新旧知识进行联系与类比.二次根式概念的提出是在算术平方根的基础上呈现的,同类二次根式的概念与整式中的同类项可类比提出,二次根式的加减则类比整式的加减.新旧知识的类比让知识更容易迁移,同时可让学生的知识结构更牢固.

二次根式是中考考点之一,其中热点是考查二次根式的非负性和二次根式的化简运算,通常以选择题、填空题的形式出现,也常以其为载体应用于其他知识.

课标要求

1. 了解二次根式的概念,理解二次根式有意义的条件和基本性质;
2. 了解二次根式的性质“ $\sqrt{a^2}=a(a\geq 0)$ ”,并会用来化简二次根式;
3. 理解二次根式的乘除法法则,会进行简单的二次根式的乘除运算;
4. 理解同类二次根式的概念和二次根式的加减法法则,会进行简单的二次根式的加减运算;
5. 了解最简二次根式的概念,能用二次根式的有关性质进行化简.

课时安排

22.1 二次根式	1 课时
22.2 二次根式的乘除法	3 课时
22.3 二次根式的加减法	1 课时
本章复习	1 课时



22.1 二次根式

整体设计

教学分析

本节是在回顾平方根和算术平方根的基础上引出的,既是前面知识的延伸,也是后面学习的基础.先让学生了解二次根式的概念,会根据定义求字母的范围,理解二次根式的双重非负性质. $\sqrt{a^2}$ 的化简不但涉及到前面学习过的算术平方根、二次根式等概念,还要牵涉到绝对值以及各种非负数、因式分解等知识,在应用中常常需要对字母的取值进行分类讨论.新课标中二次根式的要求有所降低,如运用二次根式的性质将二次根式化简,只要求简单的,不要出现过于复杂的式子.教材中讲解的很简单,但该知识点在后面的运算中还用到,教学中教师应根据情况进行处理.

三维目标

1. 了解二次根式的概念,能根据二次根式的概念,求出其中字母的取值范围.
2. 能够深刻理解二次根式的性质并能熟练应用.
3. 通过二次根式的学习,培养学生的探索能力,并学会使用分类讨论的思想方法.

重点难点

教学重点:二次根式的概念及 $(\sqrt{a})^2=a(a\geq 0)$ 和 $\sqrt{a^2}$ 的化简.

教学难点:用分类的方法化简 $\sqrt{a^2}$.

教学过程

导入新课

计算:

(1) 16 的平方根是_____,算术平方根是_____.

答案: ± 4 4

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,两直角边 $AB=6$ m, $BC=a$ m,则 $AC=_____$ m.

答案: $\sqrt{a^2+36}$

(3) 6 的算术平方根是_____.

答案: $\sqrt{6}$

(4) 正方形的面积为 $s-2$,则边长为_____.

答案: $\sqrt{s-2}$

对上面(2)~(4)题的结果,你能发现它们有什么共同的特征吗?

活动:学生完成练习,交流发现它们的共同特征.

设计意图

通过练习引导学生回顾并进一步理解平方根、算术平方根的意义,为引出二次根式作铺垫.

共同特征:都含有“ $\sqrt{\quad}$ ”的形式,被开方数都是非负数.

本节我们共同研究这类含“ $\sqrt{\quad}$ ”的式子.

推进新课

新知探究

探究1: $\sqrt{a}$ 表示什么含义?

活动: 学生思考、交流, 发表自己的见解.

设计意图

帮助学生更好地理解二次根式的双重非负性, 了解算术平方根与二次根式的联系, 得到二次根式的性质更容易.

概括: 当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a}$ 表示 a 的算术平方根, 它是一个非负数; $a < 0$ 时, $\sqrt{a}$ 无意义.

二次根式的定义: 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式. 我们有:

(1) $a \geq 0$; (2) $\sqrt{a} \geq 0$ ($a \geq 0$); (3) $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$).

探究2: $\sqrt{a^2}$ 等于什么?

1. 请同学们完成下列各题:

(1) $\sqrt{2^2} = \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$;

(2) $\sqrt{0^2} = \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$;

(3) $\sqrt{(-2)^2} = \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$;

(4) $\sqrt{6^2} = \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$;

(5) $\sqrt{(-3)^2} = \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$;

(6) $\sqrt{(-7)^2} = \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$;

(7) $\sqrt{0.5^2} = \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$;

(8) $\sqrt{(-1.5)^2} = \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$.

答案: (1) $\sqrt{4} = 2$ (2) $\sqrt{0} = 0$ (3) $\sqrt{4} = 2$ (4) $\sqrt{36} = 6$ (5) $\sqrt{9} = 3$ (6) $\sqrt{49} = 7$

(7) $\sqrt{0.25} = 0.5$ (8) $\sqrt{2.25} = 1.5$

你能发现什么规律? 对于 a 取不同的值, $\sqrt{a^2}$ 的结果是什么? 你能得到什么结论?

设计意图

从特殊的例子入手, 进而让学生总结出一般性的结论, 明确对于 $\sqrt{a^2}$ 的化简为什么要分类讨论, 进一步加深对二次根式意义的理解.

(1)(2)(4)(7)各题的计算结果和相应的被开方数的幂的底数都分别相等;

(3)(5)(6)(8)各题的计算结果和相应的被开方数的幂的底数分别互为相反数.

2. $\sqrt{a^2}$ 的化简

教师点语: $\sqrt{a^2}$ 表示 a^2 的算术平方根, 因此化简后的结果一定是非负数.

当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = |a| = a$; 当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a^2} = |a| = -a$.

同学们在利用它进行化简的关键是判断被开方数的幂的底数的取值的正负.

探究3: $\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 有何异同点?

活动: 引导学生从各自表示的意义、 a 的取值范围、运算结果、运算结果的范围等方面加以分析, 学生分组交流, 合作学习.

相同点: 结果都是非负数.

备课札记

不同点:(1)表示的意义不同: $(\sqrt{a})^2$ 表示 a 的算术平方根的平方; $\sqrt{a^2}$ 表示 a 的平方的算术平方根.

(2)字母 a 的取值范围不同: $(\sqrt{a})^2$ 中, $a \geq 0$; $\sqrt{a^2}$ 中, a 取全体实数.

(3)两式的运算结果不同:当 $a \geq 0$ 时, $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$;当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a^2} = |a| = -a$, $(\sqrt{a})^2$ 无意义.

设计意图

$\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 是本节两个重要的式子,弄清它们的区别和联系对理解二次根式的意义很重要,也可帮助学生能更好地运用性质解决计算化简问题.

应用示例

例1 判断下列各式哪些是二次根式?

(1) $\sqrt{12}$; (2) 6 ; (3) $\sqrt{-32}$; (4) $\sqrt{-m} (m \leq 0)$;

(5) $\sqrt{xy} (x, y \text{ 异号})$; (6) $\sqrt{a^2+1}$; (7) $\sqrt[3]{5}$; (8) $\sqrt{4}$.

答案:(1)(4)(6)(8)是二次根式.

点评:判断一个式子是否为二次根式,取决于以下两点:

①从形式上看,必须含有二次根号“ $\sqrt{\quad}$ ”;②被开放数必须为非负数.

例2 求使下列各式有意义的字母的范围:

(1) $\sqrt{(x+1)^2}$; (2) $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$; (3) $\frac{\sqrt{2x-1}}{x-2}$.

解:(1)当 x 取任意实数时, $\sqrt{(x+1)^2}$ 在实数范围内都有意义.

(2)由 $x-1 > 0$,解得 $x > 1$, $\therefore$ 当 $x > 1$ 时, $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 有意义.

(3)由 $2x-1 \geq 0$ 且 $x-2 \neq 0$,解得 $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 2$, $\therefore$ 当 $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 2$ 时, $\frac{\sqrt{2x-1}}{x-2}$ 有意义.

例3 计算:(1) $(\sqrt{5})^2$; (2) $(\sqrt{\frac{2}{3}})^2$; (3) $(\sqrt{a+b})^2 (a+b \geq 0)$.

答案:(1) 5; (2) $\frac{2}{3}$; (3) $\sqrt{a+b}$.

例4 化简下列各式:(1) $\sqrt{25}$; (2) $\sqrt{(-9)^2}$; (3) $\sqrt{(3-\pi)^2}$; (4) $\sqrt{x^2-4x+4} (x \geq 2)$.

答案:(1) 5; (2) 9; (3) $\pi-3$; (4) $x-2$.

知能训练

课本本节练习 1、2.

拓展提升

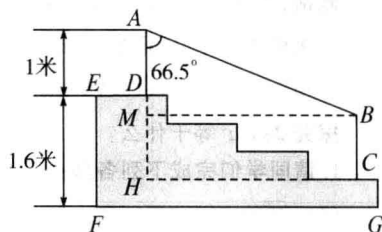
求出满足下列条件的 a 的取值范围:

(1) $\sqrt{a^2} = a$; (2) $\sqrt{a^2} = -a$; (3) $\sqrt{a^2} > a$.

分析:(1)(2)根据性质逆向思维;(3)根据(1)(2)可知 $\sqrt{a^2} = |a|$,而 $|a|$ 要大于 a ,只有什么时候才能保证呢?

解:(1) $a \geq 0$; (2) $a \leq 0$;

(3)因为当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = a$,要使 $\sqrt{a^2} > a$,即 $a > a$,此时 a 不存在;



图

当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a^2} = -a$, 要使 $\sqrt{a^2} > a$, 即 $-a > a$, 需 $a < 0$. 综上, $a < 0$.

课堂小结

通过本节学习, 要求大家:

(1) 理解二次根式的定义, 会应用其双重非负性解决问题.

(2) 能根据条件化简 $\sqrt{a^2}$, 理解其分类讨论的思想.

(3) 掌握二次根式的三个性质: ① $\sqrt{a} \geq 0 (a \geq 0)$; ② $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$; ③ 当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = |a| = a$, 当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a^2} = |a| = -a$, 并能灵活利用其进行化简求值运算.

作业

一、课本习题 22.1 1、2、3.

二、选做题

1. 对于式子 $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$, 下列说法正确的是 ()

A. 对于任意实数, 都有 $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2}$

B. 只有当 a 为正整数时, 才有 $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2}$

C. 当 a 为有理数时, 有 $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2}$

D. 当 $a \geq 0$ 时, 才有 $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2}$

2. 若 $\sqrt{2x+1} + |y+3| = 0$, 则 $\sqrt{(x+y)^2}$ 的值为 ()

A. $\frac{5}{2}$

B. $-\frac{5}{2}$

C. $\frac{7}{2}$

D. $-\frac{7}{2}$

3. 若 $x < 2$, 化简 $\sqrt{(x-2)^2} + |3-x|$ 的正确结果是

4. 计算 $(\sqrt{3-x})^2 + \sqrt{(x-4)^2}$.

5. 若 $x + \sqrt{x^2 - 8x + 16} = 4$, 则 x 的取值范围是

6. 已知 $y = \sqrt{x-2} + 2\sqrt{2-x} - 3$ 求 $3x - y + 2$.

7. 若 $|1995 - a| + \sqrt{a - 2000} = a$, 求 $a - 1995^2$ 的值.

参考答案: 1. D 2. C 3. $5 - 2x$

4. 答案: $7 - 2x$

分析: 该题同时考查了 $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$, 暗含了 $x \leq 3$, 学生易忽略.

5. 答案: $x \leq 4$

分析: 本题考查比较灵活, 首先将 x 移到右边, 再利用 $\sqrt{a^2}$ 的性质求范围.

6. 答案: 11

分析: 由题意得 $x = 2, y = -3$.

7. 答案: 2 000

提示: 先由 $a - 2000 \geq 0$, 判断 $1995 - a$ 的值是正数还是负数, 去掉绝对值

教学反思

本节的重点实际上就是二次根式的三个性质, 也是处理本章问题的基础, 而难点是 $\sqrt{a^2}$ 的化简. 在教学过程中应有侧重点, 始终强调二次根式有意义的条件及它的非负性, 这也是化简 $\sqrt{a^2}$ 的基础, 应让学生理解其中所包含的分类讨论的思想, 化简的关键是判断其中 a 的正负, 因此在处理过程中根据题意判断符号是解决问题的第一步. 由于新课容量大, 在下一节应安排习题课对知识的应用理解加以巩固.



备课札记

22.2 二次根式的乘除法

整体设计

教学分析

本节的教学重点是利用乘除法法则、积和商的算术平方根的性质进行二次根式的计算和化简. 二次根式的计算和化简通常与勾股定理等几何方面的知识综合在一起. 知识是一种越用越多的财富, 运用乘除法来化简根式, 不仅可以复习巩固乘除法法则, 而且增加了化简根式的工具. 乘除的基础打好了, 后面的根式加减问题也就迎刃而解了. 在研究问题的过程中, 都是通过从特殊到一般的归纳方法, 让学生通过计算一组具体的式子, 引导他们作出一般的结论. 由于归纳是通过对一些个别的、特殊的例子的研究, 从表象到本质, 进而猜想出一般的结论, 这种思维过程对于初中学生认识、研究和发现事物的规律有着重要的作用, 所以在教学中对于培养学生的思维品质有帮助. 在二次根式的计算、化简和应用中又相互交错, 综合运用, 因此要使学生在认识过程中脉络清楚, 条理分明, 在教学时就一定要逐步有序地展开.

课时安排

3 课时

第 1 课时

三维目标

1. 掌握二次根式的乘法法则, 会运用法则进行运算.
2. 会利用积的算术平方根的性质对二次根式进行化简.
3. 经历探索二次根式的乘法法则的过程, 让学生进一步了解数学知识之间是相互联系的, 培养学生努力探索事物之间内在联系的学习习惯.

重点难点

教学重点: 利用乘法法则和积的算术平方根的性质进行化简和计算.

教学难点: 理解并灵活应用积的算术平方根的性质进行化简.

教学过程

导入新课

一块正方形的木板面积为 200 m^2 , 已知 $\sqrt{2} \approx 1.414$, 你能不用计算器以最快的速度求出正方形木板的边长吗? 本节我们将学习二次根式的乘法, 那么, 这个问题就可以迎刃而解了.

推进新课

新知探究

1. 试一试: 并观察结果, 你能发现什么规律?

$$(1) \sqrt{4} \times \sqrt{9} \text{ 与 } \sqrt{4 \times 9}; (2) \sqrt{16} \times \sqrt{25} \text{ 与 } \sqrt{16 \times 25};$$

$$(3) \sqrt{\frac{4}{9}} \times \sqrt{49} \text{ 与 } \sqrt{\frac{4}{9} \times 49}; (4) \sqrt{2} \times \sqrt{5} \text{ 与 } \sqrt{2 \times 5}.$$

活动: 多媒体展示, 学生积极运算, 总结规律, 教师巡回观察. 前三个都是完全平方数, 最后一个可提示学生用计算器计算, 进而发现规律.

规律:每组中的不同的两个式子的运算结果都相等.

设计意图

让学生通过计算一组具体的式子,引导他们作出一般的结论,通过特例的研究揭示二次根式乘法法则的原理,这遵循了从特殊到一般的研究思路.

2. 提出问题:你能用一个式子表示上面的规律吗?

二次根式的乘法法则: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} (a \geq 0, b \geq 0)$ (注意:有意义的条件).

文字语言描述:两个二次根式相乘,等于将它们的被开方数相乘.

思考

你能根据二次根式的意义说明上式成立吗?

分析:要证明 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} (a \geq 0, b \geq 0)$,即要证 $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ 是 $a \times b$ 的算术平方根.

$(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \times (\sqrt{b})^2 = a \times b$, 且 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} > 0$,

所以 $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ 是 $a \times b$ 的算术平方根,即 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} (a \geq 0, b \geq 0)$.

设计意图

对于乘法法则的证明课标不作要求,但从特例的观察到逻辑的推理是研究数学问题中常用思路,通过简单证明可进一步加深学生对算术平方根的理解.

3. 积的算术平方根的性质

上式反过来,可得 $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$.

文字语言描述:积的算术平方根,等于各因式算术平方根的积.

教师点语:积的算术平方根性质是二次根式化简的又一依据,它与 $\sqrt{a^2}$ 的化简常常综合应用于二次根式的化简,当二次根式被开方数中含有开得尽方的因式时,可利用其将这些因式开出来,使二次根式简化.

应用示例

例1 计算:

$$(1) \sqrt{2} \cdot \sqrt{32}; (2) \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{8}; (3) \sqrt{2a} \cdot \sqrt{8a} (a \geq 0); (4) 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}; (5) \frac{1}{3}\sqrt{5} \times 2\sqrt{45}.$$

活动:学生独立完成,两个学生板演,教师巡回检查指导.

答案:(1)8;(2)2;(3)4a;(4)12;(5)10.

点评:二次根式的乘法与我们所学的整式的乘法类似,因此我们可拓展为:

$$① (m\sqrt{a}) \cdot (n\sqrt{b}) = mn\sqrt{ab}; ② \sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c} = \sqrt{a \times b \times c} (a, b, c \geq 0).$$

设计意图

巩固学生对乘法法则的应用,加深对法则的理解,为进一步综合应用奠定基础.

例2 化简,使被开方数不含完全平方的因式(或因数):

$$(1) \sqrt{54}; (2) \sqrt{9a^3}; (3) \sqrt{x^4y}; (4) \sqrt{12m^2n} (m < 0).$$

$$\text{解: } (1) \sqrt{54} = \sqrt{3^2 \times 6} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{6} = 3\sqrt{6};$$

$$(2) \sqrt{9a^3} = \sqrt{9} \times \sqrt{a^2 \cdot a} = 3\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{a} = 3a\sqrt{a};$$

$$(3) \sqrt{x^4y} = \sqrt{(x^2)^2} \cdot \sqrt{y} = x^2\sqrt{y};$$



备课札记

$$(4) \sqrt{12m^2n} = \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot m^2 \cdot n} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{m^2} \cdot \sqrt{n} = -2m \sqrt{3n} (m < 0).$$

活动:让学生自己思考、讨论、交流,得到答案,教师提醒学生注意题中的隐含条件.

设计意图

通过例3让学生认识积的算术平方根性质与 $\sqrt{a^2}$ 的性质在二次根式化简中的作用,由于没有给出最简二次根式的概念,着重让学生理解并应用.

知能训练

1. 计算:化简:① $3\sqrt{6} \times 2\sqrt{10}$; ② $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}ay}$; ③ $\sqrt{12a^2b^2}$.

答案:① $12\sqrt{15}$; ② $a\sqrt{y}$; ③ $2\sqrt{3}|ab|$.

2. 课本本节做一做.

拓展提升

1. 判断下列各式是否正确,不正确的请予以改正:

(1) $\sqrt{(-4) \times (-9)} = \sqrt{-4} \times \sqrt{-9}$;

(2) $\sqrt{4\frac{12}{25}} \times \sqrt{25} = 4 \times \sqrt{\frac{12}{25}} \times \sqrt{25} = 4 \sqrt{\frac{12}{25}} \times \sqrt{25} = 4 \sqrt{12} = 8\sqrt{3}$.

解:(1) 不正确,应改为 $\sqrt{(-4) \times (-9)} = \sqrt{4 \times 9}$;

(2) 不正确,应改为 $\sqrt{4\frac{12}{25}} \times \sqrt{25} = \sqrt{\frac{112}{25}} \times \sqrt{25} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$.

注意:遇到带分数首先将其化成假分数,不要错用运算法则.

2. 当 $a < 0, b < 0$ 时, $\sqrt{ab}$ 也有意义,公式仍然成立吗? 为什么?

答案:公式不再成立,因为 $\sqrt{a}, \sqrt{b}$ 无意义.

课堂小结

通过本节学习,要求大家:

(1) 理解二次根式的乘法法则及积的算术平方根性质.

(2) 能正确熟练地应用积的算术平方根性质化简二次根式.

作业

一、课本习题 22.2 1(1)(2)、4.

二、选做题

1. 若直角三角形两条直角边的边长分别为 $\sqrt{15}$ cm 和 $\sqrt{12}$ cm, 那么此直角三角形斜边长是 ()

A. $3\sqrt{2}$ cm B. $3\sqrt{3}$ cm C. 9 cm D. 27 cm

2. 化简 $a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 的结果是 ()

A. $\sqrt{-a}$ B. $\sqrt{a}$ C. $-\sqrt{-a}$ D. $-\sqrt{a}$

3. 等式 $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1} = \sqrt{x^2-1}$ 成立的条件是 ()

A. $x \geq 1$ B. $x \geq -1$ C. $-1 \leq x \leq 1$ D. $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$

4. 下列各等式成立的是 ()

A. $4\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$ B. $5\sqrt{3} \times 4\sqrt{2} = 20\sqrt{5}$

C. $4\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} = 7\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{3} \times 4\sqrt{2} = 20\sqrt{6}$

5. 填空:观察下列各式及其验证过程.

$$(1) 2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}};$$

$$\begin{aligned} \text{验证: } 2\sqrt{\frac{2}{3}} &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 2}{3}} = \sqrt{\frac{2^3}{3}} = \sqrt{\frac{(2^3-2)+2}{3}} \\ &= \sqrt{\frac{2^3-2}{3} + \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2(2^2-1)}{2^2-1} + \frac{2}{2^2-1}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}. \end{aligned}$$

$$(2) 3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}};$$

$$\begin{aligned} \text{验证: } 3\sqrt{\frac{3}{8}} &= \sqrt{3^2} \times \sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3^3}{8}} = \sqrt{\frac{3^3-3+3}{3^2-1}} \\ &= \sqrt{\frac{3(3^2-1)+3}{3^2-1}} = \sqrt{\frac{3(3^2-1)}{3^2-1} + \frac{3}{3^2-1}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}. \end{aligned}$$

$$\text{同理可得: } 4\sqrt{\frac{4}{15}} = \sqrt{4 + \frac{4}{15}} \dots\dots$$

通过上述探究你能猜测出: $a\sqrt{\frac{a}{a^2-1}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a>0$), 并验证你的结论.

参考答案:

1. B 2. C 3. A 4. D 5. $\sqrt{a + \frac{a}{a^2-1}}$, 证明略.

第2课时

三维目标

1. 掌握二次根式的除法法则, 会运用法则进行运算.
2. 会利用商的算术平方根的性质对二次根式进行化简.
3. 经历探索二次根式的除法法则的过程, 培养学生的合情推理能力.

重点难点

教学重点: 利用除法法则和商的算术平方根的性质进行化简和计算.

教学难点: 理解并灵活应用商的算术平方根的性质化简二次根式.

教学过程

导入新课

上节课我们学习了二次根式的乘法, 学会了如何进行乘法的运算及利用积的算术平方根性质化简, 如果两个二次根式相除, 应怎样进行呢? 商的算术平方根又等于什么? 类比前面的研究方法, 我们共同来探究.

推进新课

新知探究

1. 试一试, 计算:

$$(1) \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} \text{ 与 } \sqrt{\frac{9}{16}}; (2) \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{36}} \text{ 与 } \sqrt{\frac{16}{36}}; (3) \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{16}} \text{ 与 } \sqrt{\frac{4}{16}}; (4) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} \text{ 与 } \sqrt{\frac{3}{4}}; (5) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \text{ 与 } \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

通过以上计算你能发现什么规律?

活动: 多媒体展示, 学生积极运算, 总结规律, 教师巡回观察. 前三个都是完全平方, 对于后两个, 教师可提示学生用计算器计算, 进而发现规律.

备课札记

规律:其中一个是一个二次根式相除,另一个是根号内两个数相除,每个小题的运算结果都相等.

设计意图

类比上节课思路,先让学生通过计算一组具体的式子,引导他们作出一般的结论,通过特例的研究揭示二次根式除法法则的原理,遵循了从特殊到一般的研究思路.

2. 提出问题:你能类比上节课的方法用一个式子表示上面的规律吗?

二次根式的除法法则: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b > 0)$.

文字语言描述:两个二次根式相除,等于将它们的被开方数相除.

简要说明:要证明 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b > 0)$,即证 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 是 $\frac{a}{b}$ 的算术平方根.

$$(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}})^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b},$$

$\therefore \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} > 0, \therefore \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 是 $\frac{a}{b}$ 的算术平方根,即 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b > 0)$.

思考

与乘法法则有何不同点?

提示:因为被开方数 b 在分母上,因此必须满足 $b > 0$.

设计意图

让学生掌握类比的方法的应用,并加深对 $b > 0$ 这个条件的理解.

3. 商的算术平方根的性质

上式反过来,可得 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (a \geq 0, b > 0)$.

文字语言描述:商的算术平方根,等于各因式算术平方根的商.

教师点语:商的算术平方根性质是本章二次根式化简的第三个依据,同学们要灵活选择这些性质对二次根式进行化简.

应用示例

例1 计算:(1) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$; (2) $\sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{8}}$; (3) $\sqrt{\frac{1}{4}} \div \sqrt{\frac{1}{16}}$; (4) $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{8}}$.

活动:学生独立完成,两个学生板演,教师巡回检查指导.

答案:(1)2; (2) $2\sqrt{3}$; (3)2; (4) $2\sqrt{2}$.

例2 化简下列各式,要求分母中不含二次根式,并且二次根式中不含分母,其中的字母都大于零:

$$(1) \sqrt{\frac{3}{64}}; (2) \sqrt{\frac{64b^2}{9a^2}}; (3) \sqrt{\frac{9x}{64y^2}}.$$

$$\text{解: (1) } \sqrt{\frac{3}{64}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{64}} = \frac{\sqrt{3}}{8};$$

$$(2) \sqrt{\frac{64b^2}{9a^2}} = \frac{\sqrt{(8b)^2}}{\sqrt{(3a)^2}} = \frac{8b}{3a};$$

$$(3) \sqrt{\frac{9x}{64y^2}} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{(8y)^2}} = \frac{3}{8y}\sqrt{x}.$$

知能训练

1. 计算 $\sqrt{1\frac{1}{3}} \div \sqrt{2\frac{1}{3}} \div \sqrt{1\frac{2}{5}}$ 的结果是 ()

- A. $\frac{2}{7}\sqrt{5}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{7}$

答案:A

2. 阅读下列运算过程: $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

数学上将这种把分母的根号去掉的过程称作“分母有理化”,那么,化简 $\frac{2}{\sqrt{6}}$ 的结果是

答案: $\frac{\sqrt{6}}{3}$

3. 课本本节练习 1、2、3.

拓展提升

已知 $\sqrt{\frac{9-x}{x-6}} = \frac{\sqrt{9-x}}{\sqrt{x-6}}$, 且 x 为偶数, 求 $(1+x)\sqrt{\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}}$ 的值.

解: 由题意得 $9-x \geq 0$ 且 $x-6 > 0$, 可得 $6 < x \leq 9$,

又因为 x 为偶数, 可得 $x=8$.

$$(1+x)\sqrt{\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}} = (1+x)\sqrt{\frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)}} = \sqrt{x^2-1}, \text{ 代入得原式} = 3\sqrt{7}.$$

设计意图

该题综合性强, 首先根据二次根式的意义求出字母的范围, 再对代数式进行化简求值, 考查学生灵活解决问题的能力.

课堂小结

通过本节学习, 要求大家:

- (1) 理解二次根式的除法法则及商的算术平方根性质.
- (2) 能正确熟练地应用商的算术平方根性质化简二次根式.

作业

课本习题 22.2 1(3)(4)、2、3.

第3课时

三维目标

1. 理解最简二次根式的概念.
2. 掌握化简一个二次根式成最简二次根式的方法.
3. 在合作学习中, 提高学生辩证分析问题的能力和运算能力.

重点难点

教学重点: 最简二次根式的概念及利用二次根式的性质把一个二次根式化简为最简二次根式.

教学难点: 化简二次根式的方法与技巧.



备课札记