

暨南大学、华侨大学联合招收
港澳台、海外华侨、华人及其他外籍学生考试复习丛书

数学

同步练习册

SHUXUE

TONGBU LIANXICE

暨南大学华文学院预科部 编



暨南大学出版社
JINAN UNIVERSITY PRESS

责任编辑：暨南木子 郭军方

责任校对：封欣 郑小燕

封面设计：传欣 設計

数学
同步练习册

SHUXUE
TONGBU LIANXICE



目 录

CONTENTS

第一部分 代 数

第一章	数、式、方程和方程组	(1)
第二章	集 合	(10)
第三章	不等式	(13)
第四章	指数和对数	(19)
第五章	函 数	(22)
第六章	数列与数学归纳法	(32)

第二部分 三 角

第一章	三角函数及其有关概念	(40)
第二章	两角和与差的三角函数	(43)
第三章	三角函数的图像和性质	(50)

1

第三部分 解 析 几 何

第一章	平面向量	(56)
第二章	直 线	(61)
第三章	圆	(66)
第四章	圆锥曲线	(71)
△第五章	空间解析几何	(76)

第四部分 立体几何

△第一章 空间几何体	(81)
第二章 直线和平面	(85)

第五部分 概率与统计初步

第一章 排列、组合与概率初步	(91)
△第二章 统计初步	(100)

第六部分 微积分初步

△第一章 函数的极限与连续函数	(107)
△第二章 导数及其简单应用	(115)
△第三章 积分初步	(122)

参考答案	(126)
------------	-------

注：带“△”号的内容是全国对外联招考试的内容，对报考两校对外联招的考生不作要求。

第一部分 代 数

第一章 数、式、方程和方程组

一、选择题

1. 和数轴上的点一一对应的是 ()
A. 整数 B. 有理数 C. 无理数 D. 实数
2. 已知 $|a|=2$, $|b|=1$, 则 $a+b$ 的值一定是 ()
A. 3 B. 1 C. -3 D. 以上结果都不对
- △3. 若 $(x-2)+yi$ 和 $3x+i$ 是共轭复数, 则实数 x , y 的值是 ()
A. $x=3$ 且 $y=3$ B. $x=5$ 且 $y=1$
C. $x=-1$ 且 $y=-1$ D. $x=-1$ 且 $y=1$
4. 9 的平方根与 $\sqrt{4}$ 的积是 ()
A. 6 B. ± 6 C. 18 D. ± 18
5. 如果 $|x|+|y|=0$, 那么 x 和 y 的值是 ()
A. 互为相反数 B. 互为倒数 C. $x>0$, $y<0$ D. $x=0$, $y=0$
6. $\sqrt{a}-1$ 的绝对值 ()
A. 等于 $\sqrt{a}-1$
B. 等于 $1-\sqrt{a}$
C. 等于 0
D. 当 $a\geq 1$ 时, 等于 $\sqrt{a}-1$; 当 $0\leq a<1$ 时, 等于 $1-\sqrt{a}$
7. 如果 $-a|a|=a^2$, 那么 a 是 ()
A. 正数 B. 大于 1 的数 C. 大于 0 小于 1 的数 D. 非正数
8. 把 $a \cdot \sqrt{-\frac{1}{a}}$ 的根号外的 a 移入根号内, 得 ()
A. \sqrt{a} B. $-\sqrt{a}$ C. $\sqrt{-a}$ D. $-\sqrt{-a}$
9. 已知函数 $y=ax^5+bx^3+cx-5$, 当 $x=-3$ 时, $y=7$, 那么当 $x=3$ 时, y 的值是 ()
A. -17 B. -7 C. -3 D. 7
10. 设多项式 x^3-2x^2+ax+b 除以 $(x-2)(x+1)$ 所得的余式为零, 那么实数 a , b 的值为 ()
A. $a=1$, $b=2$ B. $a=-1$, $b=2$ C. $a=1$, $b=-2$ D. $a=-1$, $b=-2$

11. 下列由左边到右边的变形，其中是因式分解的是 ()

- A. $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$
 B. $x^2 - 4 + 3x = (x+2)(x-2) + 3x$
 C. $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$
 D. $2a(b+c) - 3(b+c) = 2ab + 2ac - 3b - 3c$

12. 化简 $\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$ 的结果是 ()

- A. $\frac{-2a}{(a-b)(a-c)}$ B. $\frac{-2b}{(b-c)(b-a)}$
 C. $\frac{-2c}{(c-a)(c-b)}$ D. 0

13. 满足方程 $\frac{4}{|a| + a} = -1$ 的 a 值为 ()

- A. 2 B. -2 C. 2 或 -2 D. 不存在

14. 能使式子 $\sqrt{-(x+1)^2}$ 是一个实数的 x 有 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 大于 2 的实数

15. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2kx + 3 = 0$ 的两实数根的平方和是 10，则 $|k| =$ ()

- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

16. 已知关于 x 的一元二次方程 $2x(kx-4) - x^2 + 6 = 0$ 没有实数根，则实数 k 的最小整数值是 ()

- A. -1 B. 2 C. 3 D. 4

2 17. 已知关于 x 的一元二次方程 $2kx^2 + (8k+1)x + 8k = 0$ 有两个不相等实数根，则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, \frac{1}{16})$ B. $(-\frac{1}{16}, +\infty)$ C. $[-\frac{1}{16}, +\infty)$ D. 以上结果都不对

18. 方程 $2x+y=7$ 的正整数解共有 ()

- A. 1 组 B. 2 组 C. 3 组 D. 4 组

19. 若方程组 $\begin{cases} ax + 3y = 9, \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ 无解，则实数 a 的值为 ()

- A. -6 B. 6 C. 9 D. 30

$\triangle 20.$ 复数 $z = \frac{(1-\sqrt{3}i)^2}{(\sqrt{3}+i)^2}$ 的虚部为 ()

- A. 0 B. -i C. i D. -1

$\triangle 21.$ 复数 $z = \frac{(2+i)\overline{(1+2i)}}{(1+i)^2}$ 的模 $|z| =$ ()

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{2}$



$\triangle 22.$ 设复数 $z = 1 + i$, 若 $(z+a)(\bar{z}-a)$ 是纯虚数, 则实数 $a =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\pm \sqrt{2}$ D. ± 2

$\triangle 23.$ 复数 $z = \frac{(2-i)(3+2i)}{(1+i)^2}$ 的虚部为 ()

- A. $-4i$ B. -4 C. $4i$ D. 4

$\triangle 24.$ 复数 $\frac{(2+i)^3(4-2i)}{5i(1+i)}$ = ()

- A. $1-3i$ B. $1-7i$ C. $-1+3i$ D. $-1+7i$

25. 设函数 $f(x) = 2 - ab + (a+b)x - x^2$, 若 $f(-2) = f(4) = 0$, 则以 a, b 为两根的二次方程可写为 ()

- A. $x^2 - 2x - 10 = 0$ B. $x^2 - 2x - 6 = 0$
C. $x^2 - 2x + 6 = 0$ D. $x^2 + 2x - 10 = 0$

二、填空题

1. 绝对值不大于 3 的整数有_____.

2. 当 $x < 0$ 时, $|x| - x =$ _____.

$\triangle 3.$ 设 $m \in \mathbf{R}$, 复数 $z = (2+i)m^2 - 3(1+i)m - 2(1-i)$, 则当 $m =$ _____ 时, z 为实数; 当 $m =$ _____ 时, z 为纯虚数.

4. 当 $x =$ _____ 时, $\frac{x}{x^2 - 9}$ 没有意义.

5. 在实数范围内分解因式 $x^4 + 8 - 6x^2 =$ _____.

6. 若 $\sqrt{x+2} = 2$, 则 $(x+2)^2 =$ _____.

7. 当 $x < -1$ 时, $x - \sqrt{(2-x)^2} - 2|x-1| =$ _____.

8. 如果关于 x 的方程 $x^2 + px + 1 = 0$ 的一个根为 $\sqrt{2} + 1$, 那么它的另一个根为 _____, $p =$ _____.

9. 已知关于 x 的方程 $2x^2 - 5x + k = 0$ 的两根的比为 2:3, 那么实数 k 的值等于 _____.

10. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 的一个根是另一个根的 2 倍, 那么 $m =$ _____.

11. 若一元二次方程的两根为 $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ 和 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$, 则这个方程是 _____.

三、解答题

1. (1) 计算: $-2^2 + (-2)^2 - (-1)^3 \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{1}{6} - |-2|$;



(2) 计算: $\sqrt{24} - \sqrt{150} + \sqrt{54} + 2\sqrt{98} - 4\sqrt{50} - \frac{24}{\sqrt{8}}$;

(3) 计算: $(x - 2y)(1 + x + 2y + 4y^2 + 2xy + x^2)$;

(4) 若 x, y 为实数且 $(5x + 6)^2 + |y - 3| = 0$, 求 $\frac{x}{y}$ 的值;

(5) 若 $|a| = 3$, $|b| = 5$, 求 $|a + b|$ 的值;

(6) 若 a, b 为实数且 $a^2 + 4b^2 - 2a + 4b + 2 = 0$, 求 $4a^2 - \frac{1}{b}$ 的值;

(7) 当 $a = \frac{1}{6}$, $b = -1$ 时, 求下式的值:

$$\frac{a+2b}{3a-3b} - \frac{3c-a}{2a-2c} + \frac{a^2-bc}{a^2-ac+bc-ab};$$



(8) 设 $m - n = 4$, $m + n = -2$, 求代数式 $\left[\frac{m^2 + n^2}{m^2 + 2mn + n^2} - \frac{2}{mn} \div \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right)^2 \right] \cdot \frac{1}{m - n}$ 的值.

[△]2. 当实数 m 为何值时, 复数 $(1+i)m^2 - (3+5i)m - 2(2+3i)$ 是

- (1) 实数? (2) 虚数? (3) 纯虚数?

[△]3. 当实数 m 分别取何值时, 复数 $z = (m^2 - 5m + 6) + (m^2 - 3m + 2)i$ 所对应的点 Z 在

- (1) 实轴上? (2) 虚轴上? (3) 在第一象限?

[△]4. 求适合下列等式的实数 x , y 的值:

(1) $(xi + 4) + (yi + x) = (y - 2i) - (1 - 3xi);$

(2) $(x + y) - xyi = 24i - 5;$

(3) $(1 + 2i)x + (3 - 10i)y = 5 - 6i;$



$$(4) (x^2 - 5x + 6) + (y - 4)i = 0.$$

5. 把下列各式分解因式：

$$(1) -7ab - 14abx + 49aby;$$

$$(2) (x - 1)^3 y^3 + (1 - x)^3 z^3;$$

$$(3) (x^2 + x)^2 - 3(x^2 + x) + 2;$$

$$(4) x^2 - y^2 - z^2 + 2yz;$$

$$(5) 3x^2 + 2xy - 8y^2;$$

$$(6) x^2 - x - 30;$$

$$(7) x^4 + 4.$$

6. 化简：

$$(1) \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} + \frac{x^2 - 2}{1 - x^2};$$

$$(2) \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 4} \cdot \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 4x + 3} \div \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 16};$$



$$(3) \sqrt{x^2 - 4x + 4} + |1 - x|, \text{ 其中 } 1 < x < 2;$$

$$(4) \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}}, \text{ 其中 } 0 < x < 1;$$

$$(5) \frac{2x}{3}\sqrt{9x} + 6x\sqrt{\frac{x}{4}} - x^2\sqrt{\frac{1}{x^2}};$$

$$(6) \frac{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}}.$$

7. (1) 如果 $(a+b+c)^2 = 3ab + 3bc + 3ca$, 求证: $a = b = c$;

(2) 如果 $x - y = 1$, 求证: $x^3 - 3xy - y^3 = 1$.

8. 当 k 为何值时, 关于 x 的方程 $3x^2 - 2(3k+1)x + 3k^2 - 1 = 0$ 有:

(1) 两个不相等的实数根?

(2) 两个相等的实数根?

(3) 没有实数根?

9. 已知方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的两个根是 α 和 β , 利用根与系数的关系, 求下列各式的值:

$$(1) (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta;$$

$$(2) \alpha^2 + \beta^2;$$

$$(3) \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta};$$

$$(4) \alpha^3 + \beta^3;$$

$$(5) \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2};$$

$$(6) \alpha^4 + \beta^4.$$

10. 当实数 m 是什么值时, 关于 x 的方程 $2(m+1)x^2 + 4mx + 3m - 2 = 0$ 有

(1) 实数根?

(2) 一个根是零?

(3) 两个根互为相反数?

(4) 没有实数根?



11. 求证：不论实数 m 取何值，关于 x 的方程 $2x^2 - (m+5)x + (m+1) = 0$ 都有两个不相等的实数根，如果两根之差为 $\frac{5}{2}$ ，实数 m 为何值？

12. 当 m 是什么数时，关于 x 的方程 $x^2 - (2m+1)x + m^2 - 1 = 0$ 有两个负根？

13. 解下列方程：

$$(1) \frac{x}{2} - \frac{5x+11}{6} = 1 - \frac{2x-4}{3}; \quad (2) x^3 - 2x^2 - 15x = 0;$$

$$(3) \frac{1-3x}{1+3x} + \frac{3x+1}{3x-1} = \frac{12}{1-9x^2}; \quad (4) (2x^2 - 3x + 1)^2 = 22x^2 - 33x + 1;$$

$$(5) 4x^2 + 6x - 5\sqrt{2x^2 + 3x + 9} + 15 = 0.$$

14. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} 4x - y = 5, \\ 7x + 6y = 32; \end{cases} \quad (2) \frac{2x-y}{5} = \frac{x+y}{3} = 3;$$

$$(3) \begin{cases} 2x - 3y + z = 2, \\ 3x + 2y - 3z = 18, \\ x - 2y + 2z = 1; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x + y = 10, \\ y + z = 9, \\ z + x = 13. \end{cases}$$

第二章 集 合

一、选择题

1. 用列举法表示集合 $\{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, 结果是 ()
- A. 1 B. 2 C. 1, 2 D. {1, 2}
2. 由全体奇数所组成的集合是 ()
- A. $\{k \mid k = 2(m+1), m \in \mathbf{Z}\}$ B. $\{k \mid k = 2(m-1), m \in \mathbf{Z}\}$
 C. $\{k \mid k = 2m-1, m \in \mathbf{Z}\}$ D. $\{k \mid k = 2m+1, m \in \mathbf{N}\}$
3. 若集合 $A = \{x \mid x = 0\}$, 则下列式子成立的是 ()
- A. $0 = A$ B. $\emptyset = A$ C. $\{0\} \subseteq A$ D. $\emptyset \in A$
4. 设集合 $P = \{x \mid x \leq 3\}$, $a = 2\sqrt{2}$, 则 ()
- A. $a \subsetneq P$ B. $a \notin P$ C. $\{a\} \in P$ D. $\{a\} \subsetneq P$
5. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$, 那么集合 $B = \left\{x \mid x = \frac{b}{a}, a, b \in A\right\}$ 中所含元素的个数为 ()
- A. 21 B. 17 C. 13 D. 12
6. 方程组 $\begin{cases} 2x + 3y + 4 = 0, \\ 5x - y - 7 = 0 \end{cases}$ 的解集是 ()
- A. {1, -2} B. {(1, -2)} C. (1, -2) D. {x=2, y=1}
7. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid x \geq 1\}$, $B = \{x \mid 0 \leq x < 3\}$, 则 $C_U(A \cap B) =$ ()
- A. {x | 1 ≤ x < 3} B. {x | x ≥ 3}
 C. {x | x < 1} D. {x | x < 1 或 x ≥ 3}
8. 设集合 $M = \{x \mid x \geq 2\}$, $P = \{x \mid x^2 - x - 2 = 0\}$, 则 $M \cup P =$ ()
- A. \emptyset B. M C. $M \cup \{-1\}$ D. P
9. 若集合 $A = \{x \mid x = k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 ()
- A. $B = C_U C$ B. $B \cup C \subsetneq A$ C. $B \subseteq C$ D. $B \supseteq C$



10. 设集合 $A = \{x \mid x^2 \leq 16\}$, $B = \{x \mid |x - 1| < 2\}$, 则集合 A 与集合 B 的关系为 ()
 A. $A \supseteq B$ B. $A \subsetneq B$ C. $A = B$ D. $A \cap B = \emptyset$
11. 若集合 $A = \{0, 3, 5\}$, 则集合 A 的子集个数是 ()
 A. 4 B. 8 C. 16 D. 15
12. 已知集合 $R = \{a, b, c, d\}$, $M = \{b, e, f\}$, $N = \{c, f, g\}$, 则集合 $(R \cup M) \cap N =$ ()
 A. $\{a, b, c\}$ B. $\{b, c, d\}$ C. $\{c, f\}$ D. $\{c, f, g\}$
13. 已知集合 $A = \{2, x\}$, $B = \{3, y\}$ 且 $A = B$, 则 ()
 A. $x = 2, y = 3$ B. $x = 2, y = 2$ C. $x = 3, y = 3$ D. $x = 3, y = 2$
14. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{0, 2, 4\}$, 则集合 $A \cap B =$ ()
 A. $\{0, 2\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0\}$
15. 设集合 $P = \{1, 2, 3\}$, 则满足 $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4\}$ 的不同集合 Q 有 ()
 A. 1 个 B. 4 个 C. 6 个 D. 8 个
16. 设集合 $P = \{x \mid \sin x = 1\}$, $Q = \{x \mid \sin 2x = 0\}$, 则 $P \cap Q =$ ()
 A. $\left\{x \left| x = \frac{k}{2}\pi, k \in \mathbf{Z}\right.\right\}$ B. $\left\{x \left| x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right.\right\}$
 C. $\left\{x \left| x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right.\right\}$ D. $\left\{x \left| x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right.\right\}$

二、填空题

1. 已知集合 $A = \{\text{等腰三角形}\}$, $B = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
2. 如果全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5\}$, 则 $C_U A =$ _____,
 $C_U U =$ _____, $C_U (C_U A) =$ _____.
3. 设全集 $U = \{\text{小于 } 9 \text{ 的正整数}\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 则
 $A \cap B =$ _____, $C_U A =$ _____.
 $(C_U A) \cup B =$ _____, $A \cap (C_U B) =$ _____.
 $C_U (A \cup B) =$ _____, $C_U (A \cap B) =$ _____.
4. 设集合 $A = \{x \mid x = 6k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 3k, k \in \mathbf{Z}\}$, 两个集合的关系可表示
 为 A _____ B .
5. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid -5 < x < 5\}$, $B = \{x \mid 0 \leq x < 7\}$, 则
 $A \cup (C_U B) =$ _____.

三、解答题

1. 分别写出下列集合的所有子集，并指出其中有几个非空真子集：

$$(1) \{3, 4, 5\}; \quad (2) \{0\}.$$

2. 已知 $A \subseteq B$, $A \subseteq C$, 集合 $B = \{1, 2, 3, 5\}$, $C = \{0, 2, 4, 8\}$, 求集合 A .

3. 设集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3, 4\}$, 求满足 $A \subseteq M \subsetneq (A \cup B)$ 的集合 M .

4. 设集合 $A = \{(x, y) \mid 3x + 2y = 1\}$, $B = \{(x, y) \mid x - y = 2\}$, $C = \{(x, y) \mid 2x - 2y = 3\}$, $D = \{(x, y) \mid 6x + 4y = 2\}$, 求 $A \cap B$, $B \cap C$, $A \cap D$.

5. 已知关于 x 的方程 $2x^2 - px + q = 0$ 的解集为 A , 方程 $6x^2 + (p+2)x + 5 + q = 0$ 的解集为 B , 又 $A \cap B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, 求 $A \cup B$.

6. 设全集 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$, 集合 $A = \{a, c, d\}$, $B = \{b, d, e\}$, 求 $\complement_U A$, $\complement_U B$.



7. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x \leq 3\}$, $B = \{x \mid x > 1\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $C_{\mathbf{R}}A$, $C_{\mathbf{R}}B$.

8. 设全集 $U = \{2, 3, x^2 + 2x - 3\}$, $C_U M = \{5\}$, $M = \{m, 2\}$, 求实数 x 和 m 的值.

第三章 不等式

一、选择题

1. 如果 $a > 0$, $ab < 0$, 那么 ()

- A. $b > 0$
B. b 可大于也可等于 0
C. $b < 0$
D. b 可为任意实数

2. 如果 $a < b < 0$, 那么 ()

- A. $a^2 < b^2$
B. $\frac{a}{b} < 1$
C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
D. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

3. 如果 $a > b > 0$, $c > d > 0$, 则一定有 ()

- A. $ab - cd > 0$
B. $bc - ad > 0$
C. $cd - ab > 0$
D. $ac - bd > 0$

4. 设 a , b , c 都是实数, 给出以下四个命题:

①如果 $a < b < 0$, 则 $a^2 < b^2$;

②如果 $\frac{a}{b} < c$, 则 $a < bc$;

③如果 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$;

④如果 $a < b < 0$, 则 $\frac{b}{a} < 1$.

那么上述命题中, 正确的命题是 ()

- A. ①和②
B. ①和③
C. ②和④
D. ③和④

5. 设实数 a , b 满足 $-b < a < 0$, 给出四个不等式: ① $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$; ② $a^2 > b^2$;

③ $\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$; ④ $|a| > |b|$. 那么, 在上述不等式中, 正确的个数是 ()

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3