志鸿优化设计丛书

丛书主编　任志鸿

高中新教材

优秀教案

GAOZHONG XINJIAOCAI YOUXIU JIAOAN

高一数学（下）

南方出版社

志鸿优化设计丛书

高中新教材

优秀教案

GAOZHONG XINJIAOCAI YOUXIU JIAOAN

高一数学（下）

丛书主编　任志鸿
本册主编　马庆福
编　　者　马庆福 薛晓飞
　　　　　杨秀萍 李　斌

南方出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中新教材优秀教案.高一数学.下/任志鸿主编.-2版.-海口:南方出版社,2002.12

(志鸿优化设计系列丛书)

ISBN 7-80660-736-6

Ⅰ.高...　Ⅱ.任...　Ⅲ.数学课-教案(教育)-高中　Ⅳ.G633

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第105071号

策　　划:贾洪君

责任编辑:贾洪君

装帧设计:邢　丽

志鸿优化设计丛书

高中新教材优秀教案·数学(高一下)

任志鸿　主编

南方出版社　出版

(海南省海口市海府一横路19号华宇大厦12楼)

邮编:570203　电话:0898—65371546

山东鸿杰印务有限公司印刷

山东世纪天鸿书业有限公司总发行

2004年10月第3版　2004年10月第2次印刷

开本:787×1092　1/16

印张:14.75　字数:434千字

定价:18.00元

前言

QIAN YAN

13776346

实施素质教育的主渠道在课堂，而真正上好一节课必需要有一个设计科学、思路创新的好教案。

当今素质教育下的课程改革和教材变革带动了课堂教学改革，课堂教学改革的关键是课堂设计和教学过程的创新。过去的教师一言堂怎样转变成今天师生互动的大课堂，过去的以知识为中心怎样转换成今天的能力立意，过去的只强调学科观念怎样转变为今天的综合素质培养，过去的上课一支笔、一本书怎样转换成今天的多媒体，这些都是课堂教学改革面临的重要课题。为了帮助广大教师更好地掌握教学新理念，把握新教材，我们特组织了一批富有教学经验的专家、学者和一线优秀教师，依据教学大纲新要求编写了这套《高中新教材优秀教案》丛书。

本丛书在编写过程中，力求做到以下几点：

●渗透先进的教育思想，充分展现现代化教学手段，提高课堂教学效率。整个教案体现教师的主导作用和学生的主体地位，立足以学生发展为中心，注重学生学习方式及思维能力的培养。

●教材分析精辟、透彻，内容取舍精当，力求突出重点，突破难点。

●依照新大纲要求，结合新教材特点，科学合理地分配课时。

●科学设计教学过程，优化 45 分钟全程，充分体现教学进程的导入、推进、高潮、结束几个阶段，重在教学思路的启发和教学方法的创新。

●注重技能、技巧的传授，由课内到课外，由知识到能力，追求教学的艺术性和高水平。突出研究性、开放性课型的设计，引领课堂教学的革新。

●展示了当前常用的各类先进教具的使用方法，提供了鲜活、详实的备课参考资料，体现了学科间交叉综合的思想。

本丛书主要设置以下栏目：

[教学目标] 以教材的“节”或“课”为单位，简明扼要地概括性叙述。内容按文道统一的思想，包括德育和智育两大方面，使学生的学习有的放矢。

[教学重点] 准确简明地分条叙述各课(节)中要求学生掌握的重点知识和基本技能。

[教学难点] 选择学科知识中的难点问题，逐条叙述，以便学生理解和掌握。

[教学方法] 具体反映新的教学思想和独特的授课技巧，突出实用性和创新性。

[教具准备] 加强直观教学，启迪学生的形象思维。通过多媒体、CAI 课件的使用，加深学生对课本知识的记忆与理解。

[备课资料] 联系所讲授的内容，汇集生活现实、社会热点、科技前沿等领域与之相关的材料，形成具有鲜明时代气息的教学资料。并设计开放型问题供学生讨论，设置探究性课题供学生研究，或者科学设计能力训练题供学生课外练习。

本丛书按学科分为语文、数学、英语、物理、化学、历史、政治、地理八册出版，具有较强的前瞻性、实用性和参考性。

我们愿以执着的追求与奉献，同至尊的同行们共同点亮神圣的教坛烛光。

编　者

2004 年 10 月

目 录

MU LU

第四章　三角函数

一　任意的三角函数

课时安排

11 课时

第一课时

课　　题

§4.1.1　角的概念的推广(一)

教学目标

(一)知识目标

1. 推广角的概念，引入正角、负角、零角的定义；

2. 象限角的概念；

3. 终边相同的角的表示方法.

(二)能力目标

1. 理解并掌握正角、负角、零角的定义；

2. 掌握所有与 α 角终边相同的角(包括 α 角)的表示方法.

(三)德育目标

树立运动变化的观点，理解静是相对的，动是绝对的，并由此深刻理解推广后的角的概念.

教学重点

理解并掌握正角、负角、零角的定义，掌握终边相同的角的表示方法.

教学难点

终边相同的角的表示.

教学方法

讨论法

1. 通过实际问题，教师抽象并演示，给学生以直观的印象，形成正角、负角、零角的概念，明确“规定”的实际意义，突出角的概念的理解与掌握.

2. 通过具体问题，让学生从不同角度作答，理解终边相同的角的概念，并给以表示，从特殊到一般，归纳出终边相同的角的表示方法，达到突破难点之目的.

教具准备

1. 一端固定在一起，可绕固定点转动的两根木条.

2. 幻灯片四张：

第一张：教材 P_2 左边的半圆图及 P_3 引言中第 1～4 行的问题(记作 §4.1.1 A)

第二张：教材 P_4 图 4-2(记作 §4.1.1 B)

第三张：教材 P_5 图 4-3(记作 §4.1.1 C)

第四张：本课时教案后面的预习提纲(记作 §4.1.1 D)

3. 用多媒体课件演示角的形成更加形象直观，如螺丝扳手紧固螺丝、时针与分针、车轮的旋转等等，都能形成角的概念.

说明：此节课使用多媒体课件没有必要，多媒体课件的使用，应有它的不可替代性.

教学过程

Ⅰ. 课题导入

[师]今天在开课之前，我们先来看一个与我们的生活直接相关的实际问题：

如图(打出幻灯片 §4.1.1 A)

> 有一块以点 O 为圆心的半圆空地，要在这块空地上划出一个内接矩形 $ABCD$ 辟为绿地，使其一边 AD 落在半圆的直径上，另两点 B、C 落在半圆的圆周上，已知半圆的半径长为 a，如何选择关于点 O 对称的点 A、D 的位置，可以使矩形 $ABCD$ 的面积最大？

[师]分析：这是个求最值的实际应用问题，要想使问题获得解决，首先需要把其抽象成数学问题，列出函数关系式，进而求函数的最值，使问题获解，谁来谈一下自己的解决办法.

[生甲]设 $OA=t(0<t<a)$，矩形的面积为 S，则 $S=2t\sqrt{a^2-t^2}$，求 S 的最值即可.

[师]生甲所列函数关系式正确吗？

备课札记

[生]正确．因为 $2t$、$\sqrt{a^2-t^2}$ 分别表示矩形相邻两边的长．

[师]好．那么怎样求其最值呢？这个函数是我们熟悉的函数吗？

[生乙]这个函数不是我们熟悉的函数，但可以变形，把生疏的化为我们熟悉的，将 $S=2t\sqrt{a^2-t^2}$ 两边平方，得 $S^2=4t^2(a^2-t^2)$．令 $y=S^2$，$x=t^2$，则上式化为 $y=4x(a^2-x)$，是以 x 为自变量的二次函数，其最值不难求得．

[师]很好，这种转化的方法，是一种常用的解题策略，同学们要切记并灵活运用，且将此问题的解求出来，不过请同学们注意，求出的 y 的最值是不是就是矩形面积的最值呢？相应的 x 的值是不是就是 A、D 的位置呢？

[生]不是．

[生乙]求出 y 与 x 的值后，还须进一步确定 S、t 的值，才能确定 A、D 的位置．因为 y、x、S、t 都是正数，根据 y 与 S 的关系、x 与 t 的关系，容易确定 S、t 的值．

[师]好，千万不能求出 x、y 的值就"收兵"，致使半途而废；解决这个问题，谁还有不同的方法？

[生丙]设矩形的面积为 S，$\angle AOB=\theta$（$0°<\theta<90°$），则 $AB=a\sin\theta$，$OA=a\cos\theta$，$S=a\sin\theta\cdot 2a\cos\theta=a^2\cdot 2\sin\theta\cos\theta$．求 S 的最值即可．

[师]生丙所列的函数关系式正确吗？

[生]正确．

[师]这个函数式的最值我们会求吗？

[生]（跃跃欲试，但苦于无法）．

[师]这个函数式的最值我们会求！但现在还不行，待我们再学习一些基础知识之后，这个问题便可迎刃而解，并且生丙的这个办法比生甲的办法要简便的多（同学们有了进一步获取知识的欲望），下面我们就来学习、研究与我们生活密切相关的、解决问题十分便利的、并且在各门科学技术中有着广泛应用的重要的基础知识（板书课题）．

Ⅱ．讲授新课

[师]我们知道，角可以看作平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形，在 P_4 图 4－1 中，一条射线的端点是 O，它从起始位置 OA 按逆时针方向旋转到终止位置 OB，形成了一个角 α，点 O 是角的顶点，射线 OA、OB 分别是角 α 的始边和终边，（再用所准备的教具，给学生演示：逆时针转动形成角，顺时针转动形成角，转几圈也形成角，为推广角的概念，做好准备．注意：转动成角时要提醒学生注意转动方向）．

我们规定：（板书）一条射线绕着它的端点按逆时针方向旋转形成的角叫做正角．

按顺时针方向旋转形成的角叫做负角．

图 4－1 中的角 α 是一个正角，钟表的时针和分针在旋转中所形成的角总是负角，为了简单起见，在不引起混淆的前提下，"角 α"或"$\angle\alpha$"可以简记成"α"．

[师]刚才演示中转几圈形成的角有没有实际意义呢？

[生]有．例如体操中转体 720°（即转体两周）．转体 1080°（即转体三周）的动作名称；紧固螺丝时，扳手旋转所形成的角．

[师]这就是说角度可以不限于 0°～360° 范围内，又如（打出幻灯片 §4.1.1 B）图①中的角为正角，它等于 750°（它实际上是射线 OA 绕端点 O 逆时针转过两圈再继续逆时针转了 30°），图②中正角 $\alpha=210°$（射线 OA 绕端点 O 逆时针旋转了 210°），负角 $\beta=-150°$（射线 OA 绕端点 O 顺时针旋转了 150°），$\gamma=-660°$（射线 OA 绕端点 O 顺时针转过一圈后再继续顺时针转了 300°）．

如果一条射线没有作任何旋转，我们称它形成了一个零角（板书），也就是说，零角的始边与终边重合，如果 α 是零角，那么 $\alpha=0°$．

角的概念经过这样推广后，就包括正角、负角、零角．

今后，我们常在直角坐标系内讨论角，为此，使角的顶点与坐标原点重合，角的始边与 x 轴的非负半轴重合，那么，角的终边在第几象限，我们就说这个角是第几象限角（板书）．

例如（打出幻灯片 4.1.1 C），图①中的 30°、390°、－330° 都是第一象限角，图②中的 300°、－60° 都是第四象限角，585° 角是第三象限角，如果角的终边在坐标轴上，就认为这个角不属于任一象限（板书）．

（再用所准备的教具给学生作演示：演示象限角、终边相同的角，并有意识的提醒学生注意：终边相同的一系列角与 0° 到 360° 间某一角有什么关系，从而为终边相同的角的表示做好准备，同时，为了使学生明确终边相同的角的表示方法，还可用教具作成一个 60° 角，放在直角坐标系内，使角的顶点与原点重

合，角的始边与 x 轴的非负半轴重合，之后，提问学生这是第几象限的角，是多少度的角，学生对后者的回答肯定是多种多样的，至此，教师再因势利导，予以启发)．

[师]同学们的所答是否正确呢？所答的这些角有什么共同特点吗？

[生]正确，这些角的共同特点是终边相同．

[师]它们有什么不同点吗？

[生甲]大小不等．

[生乙]绕端点旋转的圈数不同．

[生丙]绕端点旋转的方向不同．

[师]好．(肯定学生的回答，强调乙、丙的回答)．那么，我们能否把这些角用一个集合表示出来呢？比如说，我们把这些角记为 β，把 β 的集合记为 S，那么 S 可以怎样表示呢？

[生]$S=\{\beta|\beta=k\cdot360°+60°,k\in\mathbf{Z}\}$

[师]容易看出，所有与 60°角终边相同的角，连同 60°角在内，都是集合 S 的元素；反过来，集合 S 的任一元素，即集合 S 中的任意一个角显然与 60°角终边相同．

[师]我们再来考虑一下，是不是任意一个角，都与 0°到 360°内的某一个角终边相同呢？

[生]是．

[师]好．大家的讨论说明，任意一个角都可以表示成 0°到 360°间的某一角与 $k(k\in\mathbf{Z})$ 个周角的和，那么大家再看一下图§4.1.1 C，角 390°、−330°、585°、−60°它们分别与 0°到 360°间的哪个角终边相同，用 0°到 360°的角表示它们该怎样表示呢？

[生]$390°=360°+30°$

$-330°=-360°+30°$

$585°=360°+225°$

$-60°=-360°+300°$

[师]一般地，我们有：(板书)

所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内可构成一个集合

$S=\{\beta|\beta=k\cdot360°+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$

即任一与角 α 终边相同的角，都可以表示成 α 与整数个周角的和．

Ⅲ．例题分析

[例1]在 0°到 360°范围内，找出与下列各角终边相同的角，并判定它们是第几象限角．

(1)−120°　(2)640°　(3)−950°12′

解：(1)$-120°=-360°+240°$

所以与−120°角终边相同的角是 240°角，它是第三象限角．

(2)$640°=360°+280°$

所以与 640°角终边相同的角是 280°角，它是第四象限角．

(3)$-950°12'=(-3)\times360°+129°48'$

所以与−950°12′终边相同的角是 129°48′，它是第二象限角．

−1080+
950
130

Ⅳ．课堂练习

P_2 练习　1、2、3、4．

Ⅴ．课时小结

为了解决实际问题的需要，本节课我们开始学习数学学科中的一门基础知识：三角函数．本节课我们学习推广了角的概念，学习了正角、负角、零角的定义，象限角的概念以及终边相同的角的表示方法，注意：正角、负角是用射线绕端点的旋转方向定义的，零角是射线没有做任何旋转．一个角是第几象限角，关键是看这个角的终边落在第几象限，终边相同的角的表示有两方面的内容：一、与角 α 终边相同的角，这些角的集合为 $S=\{\beta|\beta=k\cdot360°+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$；二、在 0°到 360°内找与已知角终边相同的角 α，其方法是，用所给角除以 360°，所得的商为 k，余数为 α(α 为正数)，α 即为所找的角．

Ⅵ．课后作业

(一)P_9 习题 4.1　1．

(二)1．预习内容

课本 P_5 例 2、例 3

2．预习提纲

(1)设 $S_1=\{x|x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$S_2=\{x|x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$则 $S_1\cup S_2=$？

(2)与角 α 终边相同的角的集合 $S=\{\beta|\beta=k\cdot360°+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$ 中，k 是怎样的整数？k 可以是 0，−1，2，−8，−15，100 吗？

板书设计

第四章　三角函数

一、任意角的三角函数

§4.1.1　角的概念的推广(一)

规定：一条射线绕着它的端点按逆时针方向旋转形成的角叫做正角．

按顺时针方向旋转形成的角叫做负角．

没有做任何旋转形成一个零角．

使角的顶点与原点重合，角的始边与 x 轴的非负半轴重合．那么角的终边落在第几象限，这个角就是第几象限角．

备课札记

备课札记

若角的终边落在坐标轴上，则这个角不属于任何一象限.

所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内，可以构成一个集合

$S=\{\beta|\beta=k\cdot 360^\circ+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$

例1……

练习

小结……

备课资料

1. 下列命题中的真命题是 ……（　　）

A. 三角形的内角是第一象限角或第二象限角

B. 第一象限的角是锐角

C. 第二象限的角比第一象限的角大

D. 角 α 是第四象限角的充要条件是 $2k\pi-\frac{\pi}{2}<\alpha<2\pi(k\in\mathbf{Z})$

答案：D

2. $A=\{$小于 90° 的角$\}$，$B=\{$第一象限的角$\}$，则 $A\cap B$ 等于 ……（　　）

A. $\{$小于 90° 的角$\}$

B. $\{$第一象限的角$\}$

C. $\{$锐角$\}$

D. 以上都不对

答案：D

3. 如果 α 与 β 的终边互为反向延长线，那么有 ……（　　）

A. $\alpha=\beta$

B. $\alpha=(2k+1)\cdot 180^\circ+\beta,k\in\mathbf{Z}$

C. $\alpha=-\beta$

D. 以上都不对

答案：B

4. 经过 5 小时 25 分钟，时钟的时针和分针各转了多少度？

分析：依据已知条件先求出时针和分针每小时转动的角度，进而求出问题的结果.

解：∵时针 12 小时转 -360°，

∴时针每小时转 $-360^\circ\div 12=-30^\circ$.

∴时针转动的角度为

$5\frac{5}{12}\cdot(-30^\circ)=-162.5^\circ$.

∵分针每小时转 -360°，

∴分针转动的角度为

$5\frac{5}{12}\cdot(-360^\circ)=-1950^\circ$

5. 求 -720° 和 360° 之间与 -756° 角终边相同的角.

分析：依据已知条件先写出终边相同的角的一般形式，再通过解不等式求出 k 的值.

解：∵ $-765^\circ=-2\times 360^\circ-36^\circ$

∴与 -765° 角终边相同的角为

$\alpha=k\cdot 360^\circ-36^\circ(k\in\mathbf{Z})$　　（*）

∴ $-720^\circ<k\cdot 360^\circ-36^\circ<360^\circ(k\in\mathbf{Z})$.

∴ $-\frac{19}{10}<k<\frac{11}{10}(k\in\mathbf{Z})$

∴ $k=-1,0,1$

分别代入（*）式得

$\alpha=-396^\circ,-36^\circ,324^\circ$

∴ $-396^\circ,-36^\circ,324^\circ$ 为所求的角.

6. 若 α 是第三象限角，试求 $\frac{\alpha}{2}$、$\frac{\alpha}{3}$ 的范围.

画图法

分析：依据象限角的表示法将 α 表示出来后，再确定 $\frac{\alpha}{2}$、$\frac{\alpha}{3}$ 的范围，再进一步判断 $\frac{\alpha}{2}$、$\frac{\alpha}{3}$ 所在的象限.

解：∵ α 是第三象限角

∴ $k\cdot 360^\circ+180^\circ<\alpha<k\cdot 360^\circ+270^\circ(k\in\mathbf{Z})$

(1) $k\cdot 180^\circ+90^\circ<\frac{\alpha}{2}<k\cdot 180^\circ+135^\circ(k\in\mathbf{Z})$

当 $k=2n(n\in\mathbf{Z})$ 时

$n\cdot 360^\circ+90^\circ<\frac{\alpha}{2}<n\cdot 360^\circ+135^\circ$

当 $k=2n+1(n\in\mathbf{Z})$ 时

$n\cdot 360^\circ+270^\circ<\frac{\alpha}{2}<n\cdot 360^\circ+315^\circ$

∴ $\frac{\alpha}{2}$ 为第二或第四象限角.

(2) $k\cdot 120^\circ+60^\circ<\frac{\alpha}{3}<k\cdot 120^\circ+90^\circ(k\in\mathbf{Z})$

当 $k=3n(n\in\mathbf{Z})$ 时

$n\cdot 360^\circ+60^\circ<\frac{\alpha}{3}<n\cdot 360^\circ+90^\circ(n\in\mathbf{Z})$

当 $k=3n+1(n\in\mathbf{Z})$ 时

$n\cdot 360^\circ+180^\circ<\frac{\alpha}{3}<n\cdot 360^\circ+210^\circ(n\in\mathbf{Z})$

当 $k=3n+2(n\in\mathbf{Z})$ 时

$n\cdot 360^\circ+300^\circ<\frac{\alpha}{3}<n\cdot 360^\circ+330^\circ(n$

$\in \mathbf{Z}$)

$\therefore \frac{\alpha}{3}$为第一或第三或第四象限角．

第二课时

课　　题

§4.1.2　角的概念的推广(二)

教学目标

熟练掌握象限角的集合、轴线角的集合及终边相同的角的表示方法．

教学重点

轴线角的集合

终边相同的角的表示方法

教学难点

终边相同的角的表示方法

教学方法

讨论法

通过举具体例子与学生共同讨论，使学生掌握终边在坐标轴上的角和终边不在坐标轴上的角的集合表示以及符号语言的运用．

教学过程

Ⅰ．复习回顾

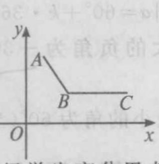
[师]请思考并回答以下问题：

1．正角、负角、零角、象限角、终边相同的角的表示方法是如何定义的？

2．角的定义只强调了射线绕端点旋转的方向，而没有谈及射线绕端点旋转的圈数，那么射线绕端点旋转的圈数对角有无影响？

3．能否说射线绕端点旋转的圈数越多，角就越大呢？

4．如图所示的$\angle ABC$是第一象限角吗？为什么？



(以上问题经学生充分思考回答后，教师指出：①在角的定义里，射线绕端点旋转的圈数影响着角的大小．②射线绕端点旋转的方向，若是逆时针方向旋转，则旋转圈数越多，角越大；若顺时针方向旋转，则旋转圈数越多，角越小．③象限角概念中强调“角的顶点与原点重合，角的始边与x轴的非负半轴重合”这一条件．)

Ⅱ．例题分析

[例 2]写出终边在y轴上的角的集合(用$0°$到$360°$的角表示)

[师]请同学们考虑并写出满足上述条件的角的集合的基本步骤是什么？

[生]第一步：在$0°$到$360°$内找到满足上述条件的角，即$90°$、$270°$．

第二步：写出与上述角终边相同的角的集合，即

$S_1=\{\beta|\beta=90°+k\cdot 360°,k\in \mathbf{Z}\}$

$S_2=\{\beta|\beta=270°+k\cdot 360°,k\in \mathbf{Z}\}$

第三步：写出几个集合的并集，即

$S=S_1\cup S_2=\{\beta|\beta=90°+k\cdot 360°,k\in \mathbf{Z}\}\cup\{\beta|\beta=270°+k\cdot 360°,k\in \mathbf{Z}\}=\{\beta|\beta=90°+2k\cdot 180°,k\in \mathbf{Z}\}\cup\{\beta|\beta=90°+(2k+1)\cdot 180°,k\in \mathbf{Z}\}=\{\beta|\beta=90°+180°$的偶数倍$\}\cup\{\beta|\beta=90°+180°$的奇数倍$\}=\{\beta|\beta=90°+180°$的整数倍$\}=\{\beta|\beta=90°+n\cdot 180°,n\in \mathbf{Z}\}$

(教师板书，让学生体会取并集的过程)

[师]能写出终边在x轴的非负半轴、非正半轴上的角的集合吗？

(学生思考，教师巡视，大部分学生能照例2解法步骤写出：终边在x轴非负半轴上的角的集合为$\{x|x=k\cdot 360°,k\in \mathbf{Z}\}$，终边在$x$轴非正半轴上的角的集合为$\{x|x=k\cdot 360°+180°,k\in \mathbf{Z}\}$．教师可以继续追问：以上两个集合的并集代表什么特殊位置上的角的集合呢？)

[例 3]写出与下列各角终边相同的角的集合S．并把S中适合不等式$-360°\leqslant\beta\leqslant 720°$的元素$\beta$写出来：

(1)$60°$　(2)$-21°$　(3)$363°14'$

[师]请一位同学讲述求解过程

[生]第一步：利用终边相同的角的集合公式写出：

(1)$S=\{\beta|\beta=60°+k\cdot 360°,k\in \mathbf{Z}\}$

(2)$S=\{\beta|\beta=-21°+k\cdot 360°,k\in \mathbf{Z}\}$

(3)$S=\{\beta|\beta=363°14'+k\cdot 360°,k\in \mathbf{Z}\}$

第二步：在第一步的基础上，利用满足约束条件的不等式，对其中的k值，分别采用赋值法求解出元素β：

(1)$-300°,60°,420°$

备课札记

-150

备课札记

(2)$-21°$,$339°$,$699°$

(3)$-356°46'$,$3°14'$,$363°14'$

(教师应指出:题目中的 k 值是靠观测、试探确定的,即赋给 k 一个任意值 m 试一试,看是否满足条件,再将 m 增 1 或减 1 再试,直至找到合适的 k 的最小值(或最大值)).

Ⅲ.课堂练习

P_7 练习 5　习题 4.1　2、5

(指定学生在黑板上板书出解答过程,教师作出评价)

Ⅳ.课时小结

本节课的重点内容仍然是终边相同的角的集合表示,这是学习后续知识的基础,要予以足够的重视,若还有不明白的地方,请同学们再做进一步的讨论,或者提出来,老师再与你一块研究.

Ⅴ.课后作业

(一)P_7 习题 4.1　3、4.

(二)1.预习内容

课本 P_8～P_9 弧度制

2.预习提纲

弄清楚下列问题:

(1)弧度的单位符号

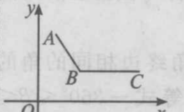
(2)1 弧度的角的定义

(3)弧度制的定义

(4)角度与弧度的换算公式

板书设计

§4.1.2　角的概念的推广(二)



练习

写出特殊位置(或限定范围)的角的集合的方法步骤:

1.首先……

2.其次……

3.最后……

小结

备课资料

1.若 α 是第四象限角,则 $180°-\alpha$ 是……………………(　)

A.第一象限角　B.第二象限角

C.第三象限角　D.第四象限角

答案:C

2.设 $k\in\mathbf{Z}$,下列终边相同的角是(　)

A.$(2k+1)\cdot180°$ 与 $(4k\pm1)\cdot180°$

B.$k\cdot90°$ 与 $k\cdot180°+90°$

C.$k\cdot180°+30°$ 与 $k\cdot360°\pm30°$

D.$k\cdot180°+60°$ 与 $k\cdot60°$

答案:A

3.若 $90°<-\alpha<180°$,则 $180°-\alpha$ 与 α 的终边……………………(　)

A.关于 x 轴对称　B.关于 y 轴对称

C.关于原点对称　D.以上都不对

答案:B

4.如果 6α 与 $30°$ 角的终边相同,求适应不等式 $-180°<\alpha<180°$ 的角 α 的集合.

分析:由 6α 与 $30°$ 角的终边相同,得出 α 的表达式是解题的关键.

解:由题意得

$6\alpha=30°+k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$

$\therefore\alpha=5°+k\cdot60°$

$\because-180°<\alpha<180°$

$\therefore-180°<5°+k\cdot60°<180°$

$-185°<k\cdot60°<175°$

$\therefore-\frac{37}{12}<k<\frac{35}{12}$

$\because k$ 是整数

$\therefore k=-3,-2,-1,0,1,2.$

分别代入 $\alpha=5°+k\cdot60°$,得满足条件的 α 的集合为 $\{-175°,-115°,-55°,5°,65°,125°\}$

5.如果角 α 的终边经过点 $M(1,\sqrt{3})$,试写出角 α 的集合 A,并求集合 A 中最大的负角和绝对值最小的角.

分析:关键是求出 $0°$ 到 $360°$ 范围内的角 α.

解:在 $0°$ 到 $360°$ 范围内,由几何方法可求得 $\alpha=60°$.

$\therefore A=\{\alpha|\alpha=60°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

其中最大的负角为 $-300°$(当 $k=-1$ 时)

绝对值最小的角为 $60°$(当 $k=0$ 时)

第三课时

课　题

§4.2.1　弧度制(一)

备课札记

$\frac{35}{10}$
$\overline{25}$

教学目标

(一)知识目标

1. 1弧度的角的定义；
2. 弧度制的定义；
3. 角度与弧度的换算.

(二)能力目标

1. 理解1弧度的角、弧度制的定义；
2. 掌握角度与弧度的换算公式并能熟练地进行角度与弧度的换算；
3. 熟记特殊角的弧度数.

(三)德育目标

使学生认识到角度制、弧度制都是度量角的制度，二者虽单位不同，但是互相联系的、辩证统一的. 进一步加强对辩证统一思想的理解.

教学重点

使学生理解弧度的意义，正确地进行角度与弧度的换算.

教学难点

弧度的概念及其与角度的关系.

教学方法

讲授法

1. 讲清1弧度角的定义，使学生建立弧度的概念，理解弧度制的定义，达到突破难点之目的.
2. 通过电教手段的直观性，使学生进一步理解弧度作为角的度量单位的可靠性、可行性.
3. 通过周角的两种单位制的度量，得到角度与弧度的换算公式.

教具准备

1. 幻灯片两张

第一张：P_8 图4－5，图4－6(记作§4.2.1 A)

第二张：本节课教案后面的预习提纲(记作§4.2.1 B)

2. 简单课件(记作§4.2.1 C)

作半径不等的甲乙两圆，在每个圆上作出等于其半径的弧长，连接圆心与弧的两个端点，得到1弧度的角，将乙图移到甲图上，两个1弧度的角完全重合.

(用此简单课件，就是要利用其能够移动的直观性).

3. 准备两张半径不等的圆形硬纸片，照上述方法当堂作演示也可，或者在黑板上画出甲乙两个半径不等的圆. 在每个圆上作出等于其半径的弧长. 连接圆心与弧的两个端点，得到一个角，用量角器度量其角度数也可，但都没有课件的直观性强.

教学过程

Ⅰ. 课题导入

[师]在初中几何里，我们学习过角的度量，1°的角是怎样定义的呢？

[生]周角的$\frac{1}{360}$为1°的角.

[师]回答正确. 这种用度作为单位来度量角的单位制叫做角度制，今天我们再来学习另一种在数学和其他学科中常用的度量角的单位制——弧度制(板书课题).

Ⅱ. 讲授新课

[师]弧度制的单位符号是 rad，读作弧度.

我们把长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做1弧度的角(板书). 即用弧度制度量时，这样的圆心角等于1 rad.

如图(打出幻灯片§4.2.1 A)甲，$\overset{\frown}{AB}$的长等于半径r，$\overset{\frown}{AB}$所对的圆心角$\angle AOB$就是1弧度的角，图乙中圆心角$\angle AOC$所对的弧长$l=2r$. 那么$\angle AOC$的弧度数就是$\frac{l}{r}=\frac{2r}{r}=2$.

[师]请同学们考虑一下，周角的弧度数是多少？平角呢？直角呢？

[生]因为周角所对的弧长$l=2\pi r$，所以周角的弧度数是$\frac{2\pi r}{r}=2\pi$. 同理平角的弧度数是$\frac{\pi r}{r}=\pi$，直角的弧度是$\frac{\frac{\pi}{2}r}{r}=\frac{\pi}{2}$.

[师]由此可知，任一0°到360°的角的弧度数$x(x=\frac{l}{r})$，必然适合不等式$0\leqslant x<2\pi$. 角的概念推广后，弧度的概念也随之推广. 如果圆心角表示一个负角，且它所对的弧长$l=4\pi r$时，这个圆心角的弧度数是多少呢？此时，我们应该先求出这个角的绝对值，然后在其前面放上“－”号，即所求圆心角的弧度

备课札记

数是$-\frac{l}{r}=-\frac{4\pi r}{r}=-4\pi$

一般地，(板书)正角的弧度数是一个正数，负角的弧度数是一个负数，零角的弧度数是零. 任一角α的弧度数的绝对值$|\alpha|=\frac{l}{r}$，其中l是以角α为圆心角时所对弧的长，r是圆的半径，这种以弧度作为单位来度量角的单位制叫做弧度制.

[师]上面我们学习了弧度制的定义，从定义中我们可以看出，弧度制实质上是用弧长与其半径的比值来反映弧所对圆心角的大小，这个比值与半径的大小有没有关系呢？(展示课件§4.2.1 B，通过移图——重合，说明这个比值与半径的大小无关而只与角的大小有关，即这样定义是合理的)，(也可通过其他方法，证明此问题).

[师]用角度制和弧度制度量零角，单位不同，但量数相同(都是0)，用角度制和弧度制度量任一非零角，单位不同，量数也不同. 下面我们来讨论角度与弧度的换算.

因为周角的弧度数是2π，而在角度制下它是360°，所以360°＝2π rad.

$180°=\pi\ \text{rad}\Rightarrow 1°=\frac{\pi}{180}\ \text{rad}$　角度化弧度时用之.

$1\ \text{rad}=(\frac{180}{\pi})°$　弧度化角度时用之

Ⅲ. 例题分析

[例1]把67°30′化成弧度

$180°=\frac{\pi}{180}\ \text{rad}$

解：$\because 67°30'=(67\frac{1}{2})°$

$\therefore 67°30'=\frac{\pi}{180}\ \text{rad}\times 67\frac{1}{2}=\frac{3}{8}\pi\ \text{rad}.$

[例2]把$\frac{3}{5}\pi$ rad化成度

解：$\frac{3}{5}\pi\ \text{rad}=\frac{3\pi}{5}\times(\frac{180}{\pi})°=\frac{3}{5}\times 180°=108°$

注意：(板书)

$\pi=3.14\ldots$

(1)今后用弧度制表示角时，或者说"弧度"为单位度量角时，"弧度"二字或符号"rad"可以省略不写，而只写这个角的弧度数.(此时的弧度在形式上是不名数，但应当把它理解为名数. 如$\alpha=2$，即α是2 rad的角，sin3表示3 rad角的正弦，$\pi=180°$即π rad＝180°). 但用角度制表示角时，或者用"度"为单位度量角时，"度"即"°"不能省去.

(2)用弧度制表示角时，或者说用"弧度"为单位度量角时，常常把弧度数写成多少π的形式，如无特别要求，不必把π写成小数.

(3)今后在表示与角α终边相同的角时，有弧度制与角度制两种单位制，要根据角α的单位来决定另一项的单位，即两项所用的单位制必须一致，绝对不能出现$k\cdot 360°+\frac{\pi}{3}$或者$2k\pi-60°$一类的写法.

Ⅳ. 课堂练习

课本P_{11}练习　1、2、3、4、7

对于练习中的1题再补充将60°、135°、150°化成弧度；3题再补充将11°15′化成弧度.

Ⅴ. 课堂小结

本节课我们学习了弧度制的定义，角度与弧度的换算公式与方法. 应该注意，角度制与弧度制是度量角的两种不同的单位制，它们是互相联系的，辩证统一的；角度与弧度的换算，关键要理解并牢记180°＝π rad这一关系式，由此可以很方便地进行角度与弧度的换算；三个注意的问题，同学们要切记；特殊角的弧度数，同学们要熟记.

Ⅵ. 课后作业

(一)课本P_{12}习题4.2　1、2、3、10

(二)1. 预习内容

课本P_{10}～P_{11}

2. 预习提纲

(打出幻灯片§4.2.1 B)

(1)角的集合与实数集的对应关系是怎样的？

(2)弧长公式的表达形式是什么？

(3)引入弧度制有什么好处？

板书设计

§4.2.1　弧度制

1弧度的角的定义	例1	练习
弧度制的定义		
角度与弧度的换算	例2	
注意：①……		练习
②……		(特殊角的弧度数)
③……		小结

备课资料

1. 角α的顶点在坐标原点，始边在x轴

$\alpha=2k\pi+\pi$

的非负半轴上，当终边过点 $A(\frac{1}{m},\sqrt{-m})$ 时，角 α 是……………………………（　）

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

答案：B

2. 若 $-\frac{\pi}{2}<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$，则 $\alpha-\beta$ 的范围是……………………………（　）

A. $-\pi<\alpha-\beta<0$　　B. $-\frac{\pi}{2}<\alpha-\beta<0$

C. $-\frac{\pi}{2}<\alpha-\beta<\frac{\pi}{2}$　　D. $-\pi<\alpha-\beta<\frac{\pi}{2}$

答案：A

3. 设集合 $M=\{\alpha|\alpha=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{5},k\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{\alpha|-\pi<\alpha<\pi\}$，则 $M\cap N$ 等于…（　）

A. $\{-\frac{\pi}{5},\frac{3\pi}{10}\}$

B. $\{-\frac{7\pi}{10},\frac{4\pi}{5}\}$

C. $\{-\frac{\pi}{5},\frac{3\pi}{10},-\frac{7\pi}{10},\frac{4\pi}{5}\}$

D. $\{\frac{3\pi}{10},-\frac{7\pi}{10}\}$

答案：C

4. 已知角 α 终边上一点的坐标是 $(2\sin3,-2\cos3)$，当 $\alpha\in[0,2\pi)$ 时，$\alpha=$______ rad；当 α 是任意角时，$\alpha=$______ rad.

答案：$3-\frac{\pi}{2}$　$3-\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$

5. 在与 $210°$ 终边相同的角中，绝对值最小的角的弧度数为______.

答案：$-\frac{5\pi}{6}$

6. 钝角 α 的终边与它的 5 倍角的终边关于 y 轴对称，则 $\alpha=$______.

答案：$\frac{5\pi}{6}$

7. 已知△ABC 的三内角 A、B、C 成等差数列，且 $A-C=\frac{\pi}{3}$，求 $\cos^2A+\cos^2B+\cos^2C$ 的值.

解：∵A、B、C 成等差数列，∴$A+C=2B$

又 $A+B+C=\pi$，

∴$3B=\pi$，∴$B=\frac{\pi}{3}$，$A+C=\frac{2\pi}{3}$

又 $A-C=\frac{\pi}{3}$，∴$A=\frac{\pi}{2}$，$C=\frac{\pi}{6}$

∴$\cos^2A+\cos^2B+\cos^2C$

$=\cos^2\frac{\pi}{2}+\cos^2\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{6}$

$=0+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1.$

8. 自行车大链轮有 48 个齿，小链轮有 20 个齿，彼此由链条连接，当大链轮转过一周时，小链轮转过的角度是多少度？多少弧度？

分析：在相同时间内，两轮转动的齿数相同，是解决问题的关键，因此，两轮转过的圈数之比与它们的齿数成反比，使问题得以解决.

解：由于大链轮与小链轮在相同时间内转过的齿数相同，所以两轮转过的圈数之比与它们的齿数成反比，于是

大轮转过的圈数：小转轮过的圈数 $=20:48$

据此解得当大轮转 1 周时，小轮转 2.4 周.

故小轮转过的角度为 $360°\times2.4=864°$

小轮转过的弧度为 $864°\times\frac{\pi}{180°}=\frac{24\pi}{5}$ rad.

答：当大链轮转过一周时，小链轮转过的角度是 $864°$，弧度是 $\frac{24\pi}{5}$ rad.

第四课时

课　　题

§4.2.2　弧度制(二)

教学目标

(一)知识目标

1. 角的集合与实数集 **R** 之间建立的一一对应关系；

2. 弧度制下的弧长公式、扇形面积公式；

3. 弧度的某些简单应用.

(二)能力目标

1. 理解角的集合与实数集 **R** 之间的一一对应关系；

2. 掌握弧度制下的弧长公式、扇形面积公式；

3. 运用弧长公式、扇形面积公式解、证一些题目.

(三)德育目标

使学生通过总结引入弧度制的好处，学会归纳、整理并认识到任何新知识的学习，都会为我们解决实际问题带来方便，从而激发

备课札记

弧长

$S=\frac{\alpha}{360°}\times\pi r^2$

备课札记

学生的学习兴趣、求知欲望，培养良好的学习品质.

教学重点

角的集合与实数集 **R** 之间的一一对应关系，弧度制的简单应用.

教学难点

弧度制的简单应用

教学方法

指导自学法

1. 要在“自学”，通过学生自学获得知识，使学生体验“成功”的乐趣.

2. 重在“指导”，通过指导学生自学，使学生逐步养成自学的习惯，学会自学的方法，为进一步具备自己获取知识的能力奠定基础.

教学过程

Ⅰ. 检查预习情况

（指导学生多思、多想、多探究、多问几个为什么，勤梳理、勤总结、编织知识网络）

[师]上一节课我们共同学习了弧度制的定义以及角度与弧度的换算方法，课下同学们又对角的集合与实数集的对应关系、引入弧度制后的弧长公式以及四个例题进行了预习，哪一位同学来谈一下角的集合与实数集 **R** 的对应关系是怎样的？

[生]角的集合与实数集是一一对应的.

[师]在两种单位制下都是一一对应吗？

[生]（欲说又止，恐怕老师让讲为什么）.

[师]实数集与弧度制下角的集合一一对应，这点很好理解，因为角的弧度数本身就是一个实数，但实数集与角度制下角的集合究竟是不是一一对应呢？你试着做过探索吗？

[生甲]角度制下角的集合与实数集也是一一对应的. 因为任意一个实数都可以看成某个角的弧度数，用弧度与角度的换算公式，都可以化成角度（至此生甲回答停止，未再继续说下去）.

[师]生甲的回答有道理吗？

[生乙]生甲的回答不完整，只说对了一半，还应补充上，任意一个角度制下的角，用角度与弧度的换算公式，都可以化成弧度，得到这个角的弧度数，即一个实数且是唯一的，两者综合，才能说角度制下角的集合与实数集是一一对应的. 所以无论是在角度制下还是在弧度制下，角的集合与实数集 **R** 之间是一一对应的.

[师]好，角的集合与实数集 **R** 之间是一一对应的（板书），即正角对应正实数，负角对应负实数，零角对应 0. 在弧度制下，弧长公式是怎样的呢？

[生]$l=|\alpha|r$，其中 l 表示弧长，r 表示圆半径，α 表示圆心角的弧度数.（学生回答，教师板书）.

[师]容易理解吗？

[生]容易，其实质在弧度制的定义中已经阐述.

[师]扇形的面积公式 $S=\frac{1}{2}lR$. 其中 l 是扇形的弧长，R 是圆的半径（板书），例 3 是在弧度制下证明的，同学们是否想过在角度制下的证明，比较之，哪个方法更简便些？

[生丙]我在预习中，试着在角度制下做过证明，二者比较，角度制下的证明较繁.

[师]生丙同学或者还有其他同学这种遇到问题能够产生联想，喜于广开思路，多想、多探索的学习品质，是我们每个同学都应该学习的，只有这样，我们才能把知识学活、记牢，用时得心应手.

[师]扇形的面积公式 $S=\frac{1}{2}lR$，课本上给出了弧度制下的证明，部分同学在角度制下也进行了证明，同学们考虑一下，能够写出弧度制下扇形的面积公式吗？即用角的弧度数 α 与圆的半径 R 表示扇形的面积.

[生]（略加思索答）$S=\frac{1}{2}|\alpha|R^2$.

[师]引入弧度制有什么好处呢？

[生丁]弧度制下的弧长公式比角度制下的弧长公式简单（板书）.

[生戊]弧度制下的扇形面积公式比角度制下的扇形面积公式简单（板书）.

（学生无人再答，教师予以补充）

[师]还有一点，弧度表示角时，找与角对应的实数相当方便，而角度表示角时，找与角对应的实数还须进行一番计算（板书）.

（关于进制上的优点，没有必要再向学生介绍）.

[师]几个例题能看懂吗？有什么问题提出来，我们再进行讨论.

[生]比较简单，能看懂.

[师]好．请同学们注意，例 4 中一般角的三角函数值是查表得到的．下面我们练习几个题．

Ⅱ．课堂练习

一、课本 P_{11} 练习　5、6、8、9、10

二、课本 P_{12} 习题 4.2　4、5、6(如果时间充足再做这些题)．

Ⅲ．课时小结

这节课，同学们自己找到了角的集合与实数集 **R** 的一一对应关系，对弧度制下的弧长公式、扇形面积公式有了深刻的理解，要把这两个公式记下来，并在解决实际问题中灵活运用，大家能总结出引入弧度制的好处，这点很好，以后的学习中，我们就是要随着学习内容的增加、知识的丰富，不断总结，不断归纳，梳理知识，编织知识的网络，使易记、好用．特别是生丙、生戊善于联想、积极探索的学习品质，更是我们大家学习的榜样，同学们这样持之以恒的坚持下去，我们的数学学习效果将会是非常出色的．

Ⅳ．课后作业

(一)课本 P_{12} 习题 4.2　7、8、9、11、12、13、14．

(二)1．预习内容

任意角的三角函数(P_{13}～P_{17} 例 2 结束，留下三角函数的几何表示——P_{14} 第 9 行至 P_{15} 练习结束)

2．预习提纲

锐角三角函数是用边的比来定义的，任意角的三角函数是怎样定义的？

板书设计

§4.2.2　弦度制(二)

角的集合与实数集之间是一一对应的即　　练习

正角 ⇄ 正实数
零角 ⇄ 0
负角 ⇄ 负实数

练习

弧长公式：

扇形面积公式：

引入弧度制的好处：　　小结

1．……

2．……

3．……

备课资料

1．一钟表的分针长 10 cm，经过 35 分钟，分针的端点所转过的长为_____ cm．……………………（　　）

A．70　B．$\frac{70}{6}$　C．$\frac{25\pi}{3}-4\sqrt{3}$　D．$\frac{35\pi}{3}$

答案：D

2．如果弓形的弧所对的圆心角为 $\frac{\pi}{3}$，弓形的弦长为 4 cm，则弓形的面积是_____ cm^2．……………………（　　）

A．$\frac{4\pi}{9}-4\sqrt{3}$　B．$\frac{4\pi}{3}-4\sqrt{3}$

C．$\frac{8\pi}{3}-4\sqrt{3}$　D．$\frac{8\pi}{3}-2\sqrt{3}$

答案：C

3．设集合 $M=\{\alpha\mid\alpha=k\pi\pm\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{\alpha\mid\alpha=k\pi+(-1)^k\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\}$ 那么下列结论中正确的是 ……………………（　　）

A．$M=N$　B．$M\subsetneqq N$

C．$N\subsetneqq M$　D．$M\not\subseteq N$ 且 $N\not\subseteq M$

答案：C

4．已知扇形的圆心角为 2 rad，扇形的周长为8 cm，则扇形的面积为_____ cm^2

答案：4

5．已知扇形 AOB 的圆心角 $\alpha=120°$，半径 $r=3$，求扇形的面积．

解：$\alpha=120°=\frac{2\pi}{3}$ rad

$\therefore S=\frac{1}{2}r^2\alpha=\frac{1}{2}\times3^2\times\frac{2\pi}{3}=3\pi$(面积单位)

答：扇形的面积为 3π 面积单位．

6．已知扇形的周长为 20 cm，当扇形的中心角为多大时，它有最大面积，最大面积是多少？

解：设扇形的中心角为 α rad，面积为 S cm^2．

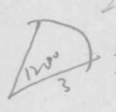
据题意 $r+r+\alpha r=20$，$\therefore r=\frac{20}{2+\alpha}$

$\therefore S=\frac{1}{2}r^2\alpha=\frac{1}{2}(\frac{20}{2+\alpha})^2\cdot\alpha=\frac{1}{2}\times\frac{400}{4+4\alpha+\alpha^2}\cdot\alpha=\frac{200}{\frac{4}{\alpha}+4+\alpha}\leqslant\frac{200}{4+2\sqrt{\frac{4}{\alpha}\cdot\alpha}}$

备课札记

$l=2r+l\alpha r$

$\frac{1}{2}l\cdot r$



$S=\frac{1}{2}r^2\alpha$

$S=\frac{1}{2}\alpha r^2$

$(2+\alpha)$

$2r+l=20$

$S=\frac{1}{2}l\cdot r^2$

$=\frac{1}{2}l\cdot R\cdot r$

$=\frac{1}{2}(20-2r)\cdot r$

$=10r-r^2$

$=-(r^2-10r)$