



TEACHING MATERIALS  
FOR COLLEGE STUDENTS

高等学校教材

# 工程断裂力学

• 薛世峰 侯密山 主编 •



中国石油大学出版社



TEACHING MATERIALS  
FOR COLLEGE STUDENTS

高等学校教材

# 工程断裂力学

---

Fracture Mechanics

薛世峰 侯密山 主编

中国石油大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

工程断裂力学/薛世峰,侯密山主编. —东营:  
中国石油大学出版社,2012.4  
ISBN 978-7-5636-3633-4

I. ①工… II. ①薛…②侯… III. ①工程力学:断  
裂力学 IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 237361 号

中国石油大学(华东)规划教材

书 名: 工程断裂力学  
主 编: 薛世峰 侯密山

---

责任编辑: 秦晓霞 (0532—86981532)  
封面设计: 青岛友一广告传媒有限公司

---

出版者: 中国石油大学出版社(山东 东营 邮编 257061)  
网 址: <http://www.uppbook.com.cn>  
电子信箱: [shiyoujiaoyu@126.com](mailto:shiyoujiaoyu@126.com)  
印刷者: 青岛星球印刷有限公司  
发 行 者: 中国石油大学出版社(电话 0532—86981532,0546—8392563)  
开 本: 180 mm×235 mm 印张:9.25 字数:193 千字  
版 次: 2012 年 4 月第 1 版第 1 次印刷  
定 价: 15.80 元

# 前言

Preface

编者按照高等学校工科相关专业(工程力学、机械、土木工程等)的教学要求,并结合其在中国石油大学(华东)长期从事工程力学、材料力学、弹性力学、断裂力学等课程教学的经验,组织编写了本教材,主要适用于32~48学时的工程断裂力学教学需求。

本书重点阐述了断裂力学的基本概念和理论,并按线弹性断裂力学、弹塑性断裂力学和疲劳强度三部分模块组织内容。其中,线弹性断裂力学部分由侯密山教授编写,包括第一章绪论、第二章裂纹尖端附近线弹性应力场、第三章裂纹尖端能量释放率、第四章复合型裂纹;弹塑性断裂力学和疲劳强度部分由薛世峰教授编写,包括第五章小范围屈服下的I型裂纹塑性区及 $K$ 因子修正、第六章弹塑性断裂力学简介、第七章疲劳裂纹扩展;曹宇光副教授编写了第八章断裂力学性能参数测试。全书由薛世峰教授统稿。

本书在编写过程中参考引用了部分国内外教材和公开发表的研究资料,在此向这些文献的作者表示感谢!

编者

2011年10月

# 目 录

Contents

第 1 章 绪 论 .....	1
1.1 断裂力学的产生 .....	1
1.2 断裂力学的任务 .....	2
1.3 断裂力学的基本概念 .....	3
1.3.1 裂纹的分类与基本形式 .....	3
1.3.2 应力强度因子与能量释放率 .....	4
1.3.3 断裂韧度与断裂准则 .....	5
本章小结 .....	7
参考文献 .....	7
第 2 章 裂纹尖端附近线弹性应力场 .....	8
2.1 I 型裂纹的应力场和位移场 .....	8
2.1.1 I 型裂纹的 Westergaard 应力函数 .....	8
2.1.2 I 型裂纹的应力、位移全场解 .....	10
2.1.3 I 型裂纹尖端附近的应力场、位移场局部解 .....	12
2.2 II 型裂纹尖端附近的应力场和位移场 .....	14
2.3 III 型裂纹尖端附近的应力场和位移场 .....	15
2.4 应力强度因子与断裂准则 .....	17
2.4.1 应力强度因子 .....	17
2.4.2 脆性断裂准则 .....	18
2.5 应力强度因子计算 .....	20
2.5.1 解析法 .....	20
2.5.2 叠加法 .....	25
2.5.3 有限单元法 .....	28



2.6 三维裂纹问题 .....	30
2.6.1 无限体内的椭圆形片状裂纹 .....	31
2.6.2 表面裂纹 .....	33
本章小结 .....	36
参考文献 .....	37
<b>第3章 裂纹尖端能量释放率 .....</b>	<b>38</b>
3.1 Griffith 能量平衡理论 .....	38
3.2 Orowan 理论——对 Griffith 能量平衡理论的修正 .....	40
3.3 能量释放率与脆性断裂的能量准则 .....	40
3.3.1 恒定位移情况 .....	41
3.3.2 恒定载荷情况 .....	42
3.4 能量释放率与应力强度因子的关系 .....	44
3.5 裂纹扩展阻力( $R$ )曲线的概念 .....	47
本章小结 .....	49
参考文献 .....	49
<b>第4章 复合型裂纹 .....</b>	<b>50</b>
4.1 最大周向应力理论 .....	50
4.2 最大能量释放率理论 .....	54
4.2.1 确定支裂纹的应力强度因子 $\bar{K}_I$ 、 $\bar{K}_{II}$ 的起始值 .....	55
4.2.2 主裂纹沿分支方向 $\theta=\theta_0$ 起始扩展的能量释放率 .....	55
4.2.3 主裂纹的起始扩展方向——满足能量释放率最大的方向 .....	56
4.2.4 断裂判据 .....	57
4.3 应变能密度因子理论 .....	58
4.4 工程上应用的近似断裂判据 .....	64
本章小结 .....	66
参考文献 .....	67
<b>第5章 小范围屈服下的 I 型裂纹塑性区及 <math>K</math> 因子修正 .....</b>	<b>69</b>
5.1 $K$ 主导区的概念与线弹性断裂力学适用范围 .....	70
5.2 塑性理论简介 .....	71
5.2.1 Mises 屈服条件 .....	71
5.2.2 Tresca 屈服条件 .....	71
5.3 Irwin 对 I 型裂纹尖端塑性区估计与 $K$ 因子修正 .....	72

5.3.1	裂纹尖端塑性区的大致形状 .....	72
5.3.2	Irwin 裂纹尖端塑性区的假设 .....	74
5.3.3	线弹性断裂力学的适用范围 .....	77
5.3.4	应力强度因子 $K$ 的修正 .....	78
5.4	D-B 带状屈服区模型 .....	81
	本章小结 .....	83
	参考文献 .....	84
<b>第 6 章</b>	<b>弹塑性断裂力学简介 .....</b>	<b>85</b>
6.1	裂纹尖端张开位移 COD 理论 .....	85
6.1.1	Irwin 小范围屈服条件下的 COD 表达式 .....	85
6.1.2	D-B 带状屈服区模型的 COD .....	86
6.1.3	全面屈服条件下的 COD .....	87
6.2	$J$ 积分理论 .....	89
6.2.1	$J$ 积分的回路定义及其守恒性 .....	89
6.2.2	$J$ 积分与裂端应力应变场 .....	90
6.2.3	$J$ 与 $G$ 的关系, $J$ 与 COD 的关系 .....	91
6.2.4	$J$ 积分的形变功率定义 .....	93
	本章小结 .....	95
	参考文献 .....	96
<b>第 7 章</b>	<b>疲劳裂纹扩展 .....</b>	<b>97</b>
7.1	传统疲劳理论回顾 .....	97
7.2	疲劳裂纹的萌生和扩展 .....	99
7.2.1	疲劳裂纹萌生机理 .....	99
7.2.2	疲劳裂纹扩展机理 .....	101
7.3	疲劳裂纹扩展速率 .....	102
7.4	影响疲劳裂纹扩展速率的因素 .....	105
7.4.1	载荷比 $R$ .....	105
7.4.2	过载 .....	106
7.4.3	其他因素 .....	107
7.5	裂纹闭合效应 .....	107
7.6	常幅循环载荷下的疲劳寿命估计 .....	109
7.7	变幅疲劳问题简介 .....	112
7.8	应变疲劳简介 .....	114



7.9 应力腐蚀开裂与环境促进裂纹扩展	115
7.10 腐蚀疲劳裂纹扩展	117
本章小结	118
参考文献	119
<b>第8章 断裂力学性能参数测试</b>	<b>121</b>
8.1 金属材料平面应变断裂韧度 $K_{Ic}$ 测试	121
8.1.1 测试原理和方法	121
8.1.2 试样形状、尺寸和制备	122
8.1.3 实验装置与实验步骤	124
8.1.4 实验的结果处理及 $K_{Ic}$ 有效性判断	125
8.2 裂纹顶端张开位移(COD)测试	127
8.2.1 测试方法	127
8.2.2 试样制备	128
8.2.3 特征 COD 值的确定	129
8.3 金属材料延性断裂韧度 $J_{Ic}$ 的测试	130
8.3.1 测试方法	130
8.3.2 试样制备	131
8.3.3 实验装置与实验步骤	133
8.3.4 结果处理与有效性的判断	135
参考文献	137
<b>附表 第二类椭圆积分表</b>	<b>138</b>



# 第 1 章 绪 论

断裂力学应用固体力学的理论和方法研究含缺陷构件或结构的破坏问题。由于它的研究模型与实际结构更趋于一致,因此其结果已在航空航天、机械、化工、石油、海洋,以及生物医学、地震、工程地质等领域得到广泛应用。应用促进发展,发展带动应用,断裂力学作为一门正式的学科,虽然只有六七十年的历史,但已成为固体力学中一个比较活跃的分支。

## 1.1 断裂力学的产生

在断裂力学出现以前(从伽利略时代到 20 世纪中期),人们将传统的控制构件不产生强度失效而能安全工作的理论称为强度条件或安全设计,其基本思想是保证构件的工作应力不超过材料的许用应力,表示为:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma] \quad (1-1)$$

这就是所谓的经典强度理论,最初由伽利略在 1638 年提出。

经典强度理论对确保构件的安全工作具有重大的作用,至今仍然是必不可少的。但随着近代科学技术的发展,人们在生产实践中逐步认识到,在某些情况下,严格按照“安全设计”理论设计出的构件其实并不安全,破断事故仍然不断发生。高强度材料或超高强度材料构件(屈服应力  $\sigma_s \geq 1\,400$  MPa,普通 A<sub>3</sub> 钢的屈服应力约为 230 MPa)、焊接结构、低温或腐蚀环境中的结构等,具有如下特点:发生强度破坏时,构件的工作应力不仅低于材料的屈服应力,甚至低于材料的许用应力。20 世纪 40 年代到 50 年代发生过的部分典型事例如下:

(1) 世界上有近 40 座焊接铁桥突然破断倒塌。

(2) 二战期间美国建造的近 5 000 艘全焊接“自由号”船连续发生 1 000 多起脆断事故,其中的 238 艘完全报废,有的甚至是在平静的海面上突然被折成两段。

(3) 1944 年,美国克利夫兰(Cleveland)液化气罐发生大破裂,这也许是最令人瞩目的由结构破裂导致的灾难性事故了。据报道,此次事故带来的最严重后果是液化天然气容器的大火和随之而来的大爆炸,它使 79 座房屋、2 个工厂、大约 217 辆汽车彻底毁坏,35 座房屋和 13 个工厂遭到严重破坏,另有 130 人丧生、300 人重伤。

对这些事故的调查研究表明:材料内部存在缺陷、焊接处存在焊缝,以及低温使材料



的韧性降低、疲劳载荷等因素的作用,是微观裂纹发生扩展造成低应力断裂的主要原因。低应力脆断事件皆发源于构件的缺陷处,用经典的强度理论不能对此做出安全的设计。

经典强度理论的设计根据是把材料视为无缺陷的均匀连续体,而实际构件中总是不可避免地存在各种缺陷,致使材料的实际强度大大低于理论模型的强度。于是,为了保证构件的安全工作,以裂纹体为研究对象的一门学科——断裂力学,就应运而生了。

事实上,格里菲斯(Griffith)早在 1921 年就对含缺陷的玻璃材料的强度问题进行了研究,发表了裂纹尖端能量释放率的相关结果<sup>[1]</sup>。19 世纪 50 年代初,欧文(Irwin)<sup>[2]</sup>和奥罗文(Orowan)<sup>[3]</sup>各自独立地将格里菲斯(Griffith)理论扩展到金属材料上,奠定了断裂力学学科发展的基础。经过半个多世纪的发展,断裂力学已经在许多领域解决了大量的生产实际问题,特别是在抗断设计、预测构件的疲劳寿命、制定质量验收标准和检修制度等方面起到了非常重要的作用,但断裂力学还是一门新兴学科,在基本理论、测试技术和应用计算方面有很多争议和不成熟之处,正处于发展之中。

## 1.2 断裂力学的任务

按照断裂力学的观点,构件断裂的全过程应该包括微观裂纹的形成、生长、成为宏观裂纹,并扩展至断裂的过程。

一般认为:裂纹空间尺度  $a < (0.05 \sim 0.1) \text{ mm}$  的扩展过程为微观裂纹扩展阶段,属于微观断裂力学研究的范畴;裂纹空间尺度  $a > (0.05 \sim 0.1) \text{ mm}$  的扩展过程为宏观裂纹扩展阶段,属于宏观断裂力学研究的范畴。当缺陷的空间尺度可用  $\text{cm}$  单位度量时,则可视其为构件的几何尺寸,属于结构完整性评定的范畴,为材料力学研究的内容。

对于金属材料,微观断裂力学的研究要用到金属物理学的近代成果,需广泛采用各种位错模型研究裂纹的微观扩展机理,目前,还很难定量解释实际工程中的微观断裂现象。宏观断裂力学可以广泛应用比较成熟的弹塑性理论进行研究,所得结果可以直接通过实验验证,在很多方面成功地解释了由裂纹造成的宏观断裂现象,与工程实际结合非常紧密。宏观裂纹在外载荷作用下,按裂纹尖端塑性区的大小,可分为线弹性断裂力学和弹塑性断裂力学。相对来说,线弹性断裂力学发展比较成熟,已广泛应用于工程实践,弹塑性断裂力学还处于蓬勃发展中。

本书主要介绍宏观断裂力学的基本理论和其中比较成熟的内容,以下所提到的“断裂力学”一词,如不作特别说明,均指宏观断裂力学。

裂纹体在一定的外力作用下,裂纹是否会开裂或起裂,起裂后裂纹的扩展规律如何,这是断裂力学要研究的主要问题。在不增加外力的情况下,裂纹会以极高的速度扩展,称为裂纹的失稳扩展,此时构件已完全失去承受载荷的能力。如果裂纹起裂后,还需要增加外力才能继续扩展,称为裂纹的稳定扩展,也称为亚临界扩展。经过一定的稳定扩展,最后失稳扩展,造成构件的断裂。所有这些反映了裂纹的扩展规律。

因此,断裂力学的基本任务为:应用弹塑性理论,研究裂纹体的裂纹扩展规律,以便最终解决构件的强度问题。

## 1.3 断裂力学的基本概念

### 1.3.1 裂纹的分类与基本形式

实际构件中的缺陷是多种多样的,例如:不同材料间的不完全连接,焊接中的气泡、焊缝,冶炼产生的气孔,以及加工引起的刀痕、刻槽等。在断裂力学中,从最危险的角度出发,通常把这些缺陷都简化为裂纹,并统称为“裂纹”。

#### 1) 按裂纹的几何特征分类

按裂纹的几何特征可分为穿透裂纹、表面裂纹和深埋裂纹三类,如图 1-1 所示。

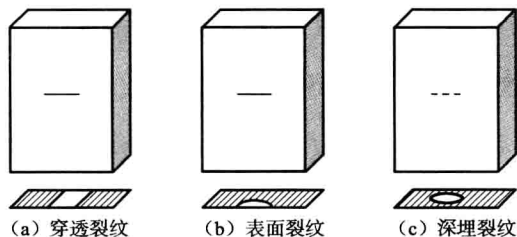


图 1-1 裂纹的几何特征分类

(1) 穿透裂纹。贯穿构件厚度的裂纹称为穿透裂纹。通常把延伸到构件厚度一半以上的裂纹都视为穿透裂纹,并作为理想尖裂纹处理,即裂纹尖端的曲率半径趋近为零。这种简化是趋于安全的考虑。穿透裂纹可以是直线的,也可以是曲线的,或为其他任意形状。

(2) 表面裂纹。裂纹位于构件表面,或裂纹深度相对于构件厚度比较小,可作为表面裂纹处理。表面裂纹常简化为半椭圆形状。

(3) 深埋裂纹。位于构件内部的裂纹称为深埋裂纹,常简化为椭圆片状裂纹或圆形片状裂纹。

#### 2) 按裂纹受力特征分类

按裂纹的受力特征可分为 I 型裂纹(张开型裂纹)、II 型裂纹(滑开型裂纹)和 III 型裂纹(撕开型裂纹),如图 1-2 所示。其中, I 型和 II 型裂纹为平面问题。

(1) I 型或张开型。在与裂纹面正交的拉应力作用下,裂纹面产生张开位移而形成的一种裂纹,裂纹上下表面沿垂直方向的位移分量不连续,如图 1-2(a) 所示。

(2) II 型或滑开型。在平行于裂纹面并与裂纹尖端线垂直的剪应力作用下,裂纹面产生沿裂纹延长线方向的相对滑动而形成的一种裂纹。裂纹上下表面沿裂纹延长线方



向的位移分量不连续,如图 1-2(b)所示。

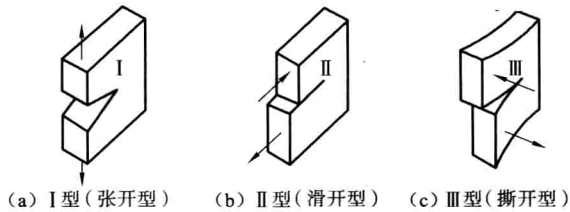


图 1-2 裂纹的力学特征分类

(3) III型或撕开型。在平行于裂纹面并与裂纹尖端线平行的剪应力作用下,裂纹面产生沿裂纹体平面外的撕开变形而形成的一种裂纹。裂纹上下表面沿裂纹体平面外的位移分量不连续,如图 1-2(c)所示。

其中,工程结构中以 I 型裂纹最常见,也最危险,是断裂力学的重点。实际裂纹体的裂纹可能是几种基本裂纹类型的组合,称为复合型裂纹。

### 1.3.2 应力强度因子与能量释放率

目前研究裂纹扩展规律有两种观点:裂纹尖端应力场强度的观点、裂纹尖端能量平衡的观点。从历史上看,裂纹尖端能量平衡理论最早是由格里菲斯提出的。与这两种观点相联系的是如下两个基本概念。

#### 1) 应力强度因子

基于裂纹尖端应力场强度的观点,设裂纹体为线弹性材料,由弹性力学方法可以得到裂纹尖端附近的应力场为:

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (1-2)$$

对于平面裂纹体,式(1-2)为裂纹尖端附近一点 A 处的三个应力分量,即  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  和  $\tau_{xy}$ ,如图 1-3 所示。其中,  $f_{ij}(\theta)$  为角分布函数,与点到裂纹尖端的距离无关。

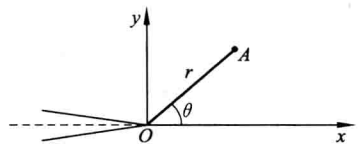


图 1-3 平面裂纹体尖端

对于给定的裂纹类型与外载荷大小,  $K$  为一个与坐标无关的常数。由式(1-2)可以看出,当  $r \rightarrow 0$  时,  $\sigma_{ij} \rightarrow \infty$ 。显然,以裂纹尖端附近某一点处应力的大小来衡量裂纹尖端是否安全已经毫无意义。但  $K$  却是一个有限常量,其大小可以用于衡量整个裂纹尖端附近应力场的强弱程度,称为裂纹尖端应力场强度因子,简称为应力强度因子。应力强度因子是线弹性断裂力学中的一个重要概念,它的大小与裂纹和构件的几何形状、作用力的大小和形式有关,与坐标选择无关。对于 I 型、II 型和 III 型裂纹,应力强度因子分别记为  $K_I$ 、 $K_{II}$  与  $K_{III}$ ,其国际单位为  $\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}} = 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-\frac{3}{2}}$ 。

## 2) 能量释放率

能量平衡观点认为,由于裂纹扩展,系统必然会释放出一定的能量,与此同时,形成新的裂纹表面也需要消耗一定的能量。如果系统释放的能量低于形成新裂纹表面所需的能量,则裂纹不会扩展;如果系统释放的能量大于或等于形成新裂纹表面所需的能量,则裂纹就会扩展或处于临界状态。

裂纹扩展单位面积所释放的能量称为裂纹扩展的能量释放率,简称为能量释放率,通常用  $G$  表示。对于 I 型、II 型和 III 型裂纹,能量释放率分别记为  $G_I$ 、 $G_{II}$  与  $G_{III}$ ,其国际单位为  $N/m$ 。

与应力强度因子一样,能量释放率  $G$  也是线弹性断裂力学中的一个重要概念。它的大小不但与裂纹和构件的几何形状、作用力的大小和形式有关,还与材料的机械性能有关,而与坐标选择无关。

### 1.3.3 断裂韧度与断裂准则

#### 1) 断裂韧度

如上所述,应力场强度因子是描述整个裂纹尖端附近应力场强弱程度的物理量。理论与实验证明,当外力不断增加时,应力场强度因子  $K$  亦随之增加,当  $K$  达到某一临界值时,即使外力不再增加,裂纹也会急剧地高速扩展。应力强度因子的这一临界值记为  $K_c$ ,称为材料的断裂韧度。显然,材料的断裂韧度  $K_c$  愈大,裂纹愈不容易失稳扩展,它是材料抵抗裂纹失稳扩展能力的一个韧性指标。同样,对应于能量平衡的观点,使裂纹失稳扩展的能量释放率的临界值记为  $G_c$ ,是材料抵抗裂纹失稳扩展能力的又一个韧性指标, $G_c$  同样被称为材料的断裂韧度。能量释放率的临界值也称为裂纹扩展的阻力率,记为  $R$ 。

值得注意的是,断裂韧度与应力强度因子(或能量释放率)是两个不同的物理量。断裂韧度是材料的固有特性,它与材料的性质、热处理条件以及温度有关,而与构件和裂纹的几何因素、外加载荷大小无关。断裂韧度的数值只能通过实验得到,但断裂韧度是应力强度因子(或能量释放率)的临界值,二者又有着密切的联系。

#### 2) 断裂准则

根据上面的分析与讨论,在线弹性范围内,裂纹失稳扩展的临界条件可以表示为:

$$K = K_c \quad (1-3)$$

$$G = G_c \quad (1-4)$$

式(1-3)和(1-4)称为线弹性条件下的断裂准则,也称为脆性断裂准则。通常,前者被称为应力强度因子准则,后者被称为能量释放率准则。

断裂韧度的数值需通过实验测得,但应力强度因子与能量释放率可以通过解析方法或数值方法确定,也可以通过实验方法确定。确定材料的断裂韧度与相应裂纹体的应力强度因子或能量释放率,建立正确的断裂准则是断裂力学研究的首要任务。



以下通过对一个简单例题的分析来初步了解断裂力学分析问题的一些特点。

**【例题 1.1】** 铝合金 2024-T3 的抗拉强度极限  $\sigma_b = 500$  MPa, I 型裂纹的断裂韧度  $K_{Ic} = 108$  MPa  $\cdot \sqrt{\text{m}}$ ; 钢 D6AC 的抗拉强度极限  $\sigma_b = 1\ 700$  MPa, I 型裂纹的断裂韧度  $K_{Ic} = 59$  MPa  $\cdot \sqrt{\text{m}}$ 。若用两种材料分别制成几何尺寸完全相同的平板, 都有  $2a = 2$  mm 的 I 型中心穿透直线裂纹, 在线弹性条件下, 已知应力强度因子的表达式为  $K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$ 。试计算裂纹失稳扩展时的临界应力  $\sigma_c$ 。

**【解】** 根据断裂准则(1-3), 在裂纹失稳扩展时应有:

$$K_I = \sigma_c \sqrt{\pi a} = K_{Ic}$$

对铝合金 2024-T3 有临界应力:

$$\sigma_c = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi a}} = \frac{108 \sqrt{1\ 000}}{\sqrt{3.14 \times 1}} = 1\ 927 \text{ (MPa)}$$

$\sigma_b = 500$  MPa, 所以:

$$\sigma_c > \sigma_b$$

对钢 D6AC 有临界应力:

$$\sigma_c = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi a}} = \frac{59 \sqrt{1\ 000}}{\sqrt{3.14 \times 1}} = 1\ 053 \text{ (MPa)}$$

$\sigma_b = 1\ 700$  MPa, 所以:

$$\sigma_c < \sigma_b$$

由上述计算可以看出:

(1) 裂纹失稳扩展的临界应力公式中包含了裂纹尺寸  $a$ , 这是断裂力学中的断裂准则与经典强度理论的强度条件的一个根本不同。

(2) 钢 D6AC 的裂纹失稳扩展的临界应力  $\sigma_c$  低于拉伸强度极限  $\sigma_b$ , 而且只有  $\sigma_b$  的 62%。这说明在拉断之前, 由于裂纹的存在和失稳扩展, 构件就已经断裂。这就解释了近几十年来, 为什么虽然已严格按照经典强度理论进行设计, 但仍然发生了多起重大的断裂事故。

(3) 铝合金 2024-T3 的裂纹失稳扩展的临界应力  $\sigma_c$  高于拉伸强度极限  $\sigma_b$ , 这说明直到拉断之前, 构件不会出现裂纹失稳扩展, 构件应该按照传统的经典强度理论进行设计。由此可见, 断裂力学的产生, 并非完全否定了经典的强度理论, 它只不过是强度理论的进一步发展。

(4) 比较铝合金 2024-T3 和钢 D6AC 的断裂特性, 可以看出: 强度极限高的, 在拉断之前, 往往容易出现裂纹失稳, 这种现象不是偶然的, 而是具有一般性的。也就是说: 低强度材料, 在经典意义下的断裂之前不容易发生裂纹失稳扩展。这就说明了格里菲斯断裂理论提出多年, 却曾无人认识到其重要性与应用意义的原因在于当时生产水平不高, 所采用的材料大都是中、低强度材料。经过二三十年, 随着科学技术的进步, 在接二连三的事故面前, 人们才想起这位几十年前的断裂力学创始人。

## 本章小结

1. 本章简要介绍了断裂力学的产生过程与产生原因,以及断裂力学的任务。

2. 裂纹分类。

按裂纹的几何特征可分为穿透裂纹、表面裂纹和深埋裂纹三类;按裂纹的受力特征可分为张开型裂纹(I型)、滑开型裂纹(II型)和撕开型裂纹(III型)。

3. 研究裂纹扩展规律有两种观点:一种是裂纹尖端应力场强度的观点,另一种是裂纹尖端能量平衡的观点。

(1) 应力强度因子概念:裂纹尖端附近的应力场主项为如下形式:

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_{ij}(\theta)$$

式中, $K$ 为一个有限常量,称为裂纹尖端应力场强度因子,是线弹性断裂力学中的一个重要参数,其国际单位为  $\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}} = 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-\frac{3}{2}}$ 。

(2) 能量释放率概念:裂纹扩展单位面积所释放的能量称为裂纹扩展的能量释放率,简称为能量释放率,用  $G$  表示,其国际单位为  $\text{N/m}$ 。

4. 断裂韧度与断裂准则。

(1) 断裂韧度:记裂纹失稳扩展前应力强度因子的最大值(临界值)为  $K_c$ ,称为材料的断裂韧度。材料的断裂韧度  $K_c$  愈大,材料抵抗裂纹失稳扩展能力越强。同样,裂纹失稳扩展的临界能量释放率值记为  $G_c$ ,称为裂纹扩展的阻力率(也称为断裂韧度)。

断裂韧度与应力强度因子(或能量释放率)不同,断裂韧度是材料的固有特性,只能由实验得到。

(2) 断裂准则:在线弹性范围内,裂纹失稳扩展的临界条件称为线弹性条件下的断裂准则,表示为:

$$K = K_c, \quad G = G_c$$

## 参考文献

- [1] Griffith A A. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. Philosophical Transactions of Royal Society of London, 1921, A221: 163-197.
- [2] Irwin G R. Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. Journal of Applied Mechanics, 1957, 24: 361-364.
- [3] Orowan E. Fracture and Strength of Solids. Reports on Progress in Physics, 1948: 185.

## 第 2 章 裂纹尖端附近线弹性应力场

由前可知,研究裂纹扩展规律的观点有两种:一种是裂纹尖端能量平衡的观点,另一种是裂纹尖端应力场强度的观点。虽然裂纹尖端能量平衡的观点早于应力场强度的观点,但后者在断裂力学基本理论研究与应用方面更普遍。用裂纹尖端附近的应力场强度来衡量裂纹尖端附近区域的安全程度,是 Irwin<sup>[1]</sup> 在 1957 年提出的。

本章假设裂纹体材料为线弹性,应用 Westergaard<sup>[2]</sup> 复变应力函数法,首先对无限大平板直线穿透裂纹的二维问题进行分析,然后在此基础上求解一些简单问题的应力强度因子。

本章还将简要介绍三维裂纹的一些常用结果。

### 2.1 I 型裂纹的应力场和位移场

#### 2.1.1 I 型裂纹的 Westergaard 应力函数

含有长  $2a$  的穿透直线裂纹的无限大平板,在无限远处受双向等值拉应力作用,如图 2-1 所示,这是一个典型的 I 型裂纹问题。对解析函数  $Z_1(z)$ ,引入记号  $\tilde{Z}_1(z) = \int \tilde{Z}_1(z) dz$ ,  $\tilde{Z}_1(z) = \int Z_1(z) dz$  和  $Z_1'(z) = \frac{dZ_1(z)}{dz}$ ,则此 I 型裂纹问题的 Westergaard 应力函数表示为:

$$\Phi(x, y) = \operatorname{Re} \tilde{Z}_1 + y \operatorname{Im} \tilde{Z}_1 \quad (2-1)$$

则裂纹体内任一点的直角坐标应力分量  $\sigma_x$  为:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\operatorname{Re} \tilde{Z}_1) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (y \operatorname{Im} \tilde{Z}_1) \\ &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \operatorname{Re} \tilde{Z}_1}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \operatorname{Im} \tilde{Z}_1 + y \frac{\partial \operatorname{Im} \tilde{Z}_1}{\partial y} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial y} (-\operatorname{Im} \tilde{Z}_1) + \frac{\partial}{\partial y} (\operatorname{Im} \tilde{Z}_1 + y \operatorname{Re} Z_1) \\ &= \operatorname{Re} Z_1 - y \operatorname{Im} Z_1' \end{aligned}$$



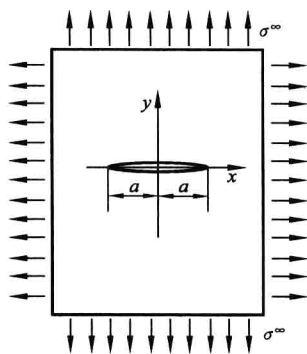


图 2-1 I 型裂纹

类似推导可得到各应力分量：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \operatorname{Re} Z_I - y \operatorname{Im} Z'_I \\ \sigma_y &= \operatorname{Re} Z_I + y \operatorname{Im} Z'_I \\ \tau_{xy} &= -y \operatorname{Re} Z'_I \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

下面导出位移分量。先考虑平面应力问题，根据平面应力胡克定律及式(2-2)，沿  $x$  轴位移分量为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu \sigma_y) \\ &= \frac{1}{E}(\operatorname{Re} Z_I - y \operatorname{Im} Z'_I) - \frac{\nu}{E}(\operatorname{Re} Z_I + y \operatorname{Im} Z'_I) \end{aligned}$$

式中， $E$  为材料的弹性模量； $\nu$  为泊松比。

积分得  $x$  方向位移为：

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{E} \int [(\operatorname{Re} Z_I - y \operatorname{Im} Z'_I) - \nu(\operatorname{Re} Z_I + y \operatorname{Im} Z'_I)] dx \\ &= \frac{1}{E} \int \left[ (1-\nu) \frac{\partial \operatorname{Re} \tilde{Z}_I}{\partial x} - (1+\nu)y \frac{\partial \operatorname{Im} Z_I}{\partial x} \right] dx \\ &= \frac{1}{E} [(1-\nu) \operatorname{Re} \tilde{Z}_I - (1+\nu)y \operatorname{Im} Z_I] \end{aligned} \quad (2-3a)$$

同理可得  $y$  方向位移分量为：

$$v = \frac{1}{E} [2 \operatorname{Im} \tilde{Z}_I - (1+\nu)y \operatorname{Re} Z_I] \quad (2-3b)$$

同理，得平面应变条件下的位移表达式为：

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1+\nu}{E} [(1-2\nu) \operatorname{Re} \tilde{Z}_I - y \operatorname{Im} Z_I] \\ v &= \frac{1+\nu}{E} [2(1-\nu) \operatorname{Im} \tilde{Z}_I - y \operatorname{Re} Z_I] \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$