

XIAOXUESHUXUE GAINIAN
JIAOXUE YANJIU

中小学教师
继续教育用书

小学数学概念教学研究

金玉茶 王定基 主编



东北师范大学出版社

中小学教师继续教育用书

XIAOXUE SHUXUE GAINIAN

JIAOXUE YANJIU

■ 东北师范大学出版社

长 春

小学数学概念 教学研究

■ 金玉茶 王定基 主编

(吉) 新登字 12 号

☐ 出 版 人：贾国祥

☐ 责任编辑：张志文

☐ 封面设计：未 名

☐ 责任校对：丁 峰

☐ 责任印制：张允豪

中小学教师继续教育用书
小学数学概念教学研究
金玉茶 王定基 主编

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 138 号 (130024)

电话：0431—5695744 5688470

传真：0431—5695734

网址：<http://www.nenu.edu.cn>

电子函件：Chubs@ivy.nenu.edu.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版

吉林工学院印刷厂印刷

2000 年 11 月第 1 版 2000 年 11 月第 1 次印刷

开本：850×1168 1/32 印张：6.125 字数：150 千

印数：0 001 — 5 000 册

ISBN 7 - 5602 - 2698 - 1/G · 1590 定价：7.50 元

出版说明

历史将翻开新的一页，人类即将跨入 21 世纪。21 世纪是充满机遇和挑战的世纪，是一个科学技术更加发达，竞争更加激烈，社会对人的素质要求更高的世纪。提高人的素质的关键在教育，振兴教育的关键在教师，只有造就一支高素质的教师队伍，才能满足 21 世纪教育发展的要求。而建立和完善适应 21 世纪需要的中小学教师继续教育制度，则是造就高素质中小学教师队伍的根本措施。

1998 年 6 月，国家教育部师范教育司制定并印发了《中小学教师继续教育课程开发指南》（以下简称《指南》）。《指南》对中小学教师继续教育的教学内容和课程体系作了原则规定，对现阶段中小学教师继续教育提出了基本要求，这标志着我国中小学教师继续教育教学内容和课程体系的确立。

我们组织编写的这套教材是以《指南》为指导，按《指南》所规定的课程和内容要求而编写的。我们目前出版的这些教材，大部分都是《指南》中规定的必修课。根据中小学教师继续教育开展的情况，我们还将陆续组织编写出版《指南》中规定的其他教材。

在教材编写过程中，我们认真汲取了“八五”期间全国各地开展中小学教师继续教育的宝贵经验，坚持从中小学教师队伍建设

设的需要和中小学校的实际出发，力求反映先进的教育思想、教育理论，反映最新的学科知识发展动态、教育教学改革实践和研究成果，反映现代教育技术和先进教学方法，在确保科学性的前提下，进一步突出了教材内容的针对性、实效性、先进性和时代性，体现了中小学教师继续教育的特点和要求。

由于时间仓促，加之中小学教师继续教育教材建设尚处在起步阶段，缺乏足够的经验，缺憾之处在所难免，恳请广大读者不吝赐教，并在研究和探讨方面与我们进行更多的合作。

希望本教材能对广大中小学教师完善自我，提高自身素质，顺利地跨入 21 世纪，助一臂之力。

东北师范大学出版社

1999 年 8 月

目 录

第一章 小学数学概念教学的作用和要求 / 1

第一节 概念教学的意义和作用 / 1

第二节 小学数学概念编排体系的具体剖析 / 3

思考与练习 / 4

第二章 小学数学概念的编排体系 / 5

第一节 数学概念的编排特点 / 5

第二节 小学数学概念的剖析 / 12

思考与练习 / 72

第三章 小学数学概念的形成过程 / 73

第一节 小学数学概念的表述形式 / 73

第二节 小学生掌握概念的心理特点与遵循的认识规律 / 74

第三节 重视数学概念的形成过程 / 77

思考与练习 / 78

第四章 小学数学概念与逻辑常识/79

- 第一节 概念与小学数学概念/79
- 第二节 小学数学概念与词语/81
- 第三节 概念的内涵和外延/82
- 第四节 如何给概念下定义/83
- 第五节 小学数学概念的划分/86
- 第六节 小学数学中的分析与综合/89
- 第七节 小学数学中的抽象与概括/90
- 第八节 小学数学中的类比方法/93
- 思考与练习/94

第五章 小学数学概念的课堂教学与研究/95

- 第一节 小学数学概念的课堂教学/95
- 第二节 概念教学的课型案例/101
- 思考与练习/141

第六章 知识迁移的研究/142

- 第一节 知识迁移的含义与类别/142
- 第二节 知识迁移的理论及应用重点/144
- 思考与练习/146

附：教学实录/147

后 记/188

第一章

小学数学概念教学 的作用和要求

数学是基础科学的基础，数学概念是小学数学知识的重要组成部分。数学概念是客观事物的数量关系和空间形式的本质属性在人的思维中的反映，是思维形式的一种。数学概念是进行数学逻辑判断、推理、论证的重要基础。因此，在小学数学教学中，应该十分重视概念的教学。然而，在以往的数学教学中，由于对概念教学的作用和地位认识不足，很多教师忽视概念教学，把主要精力放在计算、应用题及几何形体知识的教学上，把训练重点也放在了培养学生的计算能力和解题能力上。他们对概念教学与其他知识教学的关系认识不足，对深入理解概念对学习其他相关知识的促进作用认识不足，因此，教学中只注重让学生死记硬背概念，不注重让学生理解概念的生成过程和概念间的内在逻辑关系。本章旨在引导教师摒弃这些错误的教学方法，把正确认识数学概念的方法引到教学上来。

第一节 概念教学的意义和作用

数学是一门科学性、逻辑性非常强的学科，在数学的各个分支里都包含着丰富的逻辑，因此，可以这样讲，离开逻辑的数学

就是一大堆缺乏生机的数字、字母、符号与几何形体的堆砌，数学的魅力也就荡然无存了。数学概念作为数学的基础，在数学的学习中起着十分重要的作用。归纳起来，概念在数学教学中有以下几方面的作用：

1. 概念是判断的基础。判断同概念一样，也是思维形式的一种，但判断是概念与概念的联合，它表述出我们思考分析的对象具有某种属性或者不具有某种属性，它总是肯定什么东西或否定什么东西。正是由于判断是由概念构成的，所以判断要以概念为基础。要进行正确的判断，就要对概念有深刻的理解与掌握。例如：速度一定，路程和时间是否成正比例？要对它进行正确的判断，就需要理解正比例的概念，即两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，当两种量所对应的数的比值一定时，我们就说这两种量成正比例关系。因为已知：路程/时间=速度（一定），所以根据概念可判定答案是肯定的。

2. 概念是理解法则、公式、定律的基础。法则、定律、公式是小学数学中的基础知识，而这些基础知识又是建立在概念的基础上的。学生对概念的理解水平直接影响着他对法则、定律、公式的理解水平和掌握运用程度，间接影响他对数学知识的深入学习。例如，要理解比的基本性质，教师首先要引导学生理解比的概念，即两个数相除又叫做两个数的比，同时引导学生理解比与除法的关系，再通过商不变的性质，推出比的基本性质。

3. 概念是思考的前提。理解、解答数学问题的过程就是运用概念进行判断、推理的思维过程。有了对概念的深刻理解，才能进行正确、合理的思考，最终实现问题的解决。例如：已知等腰三角形的一个底角是 70° ，求它的顶角是多少度？如果学生不知道等腰三角形、底角、顶角、三角形的内角及这些数学概念的含义，就很难解决这一数学问题。再如：在比例尺是 $1:10000$ 的地图上，量得 A 地到 B 地的距离是 5 厘米。求 A 地到 B 地的实际距离。如

果学生不理解比例尺、图上距离、实际距离这三个数学概念的含义，这道题就解不出来。

4. 已知概念是学习新概念的基础。教学中，新概念是利用学生已知的概念来定义的，或在已知概念的基础上形成的。因此，对新概念的学习、理解要在学生深入理解并熟练掌握已知概念的基础上进行才能产生良好的教学效果，否则，学生所获得的新概念是僵死的，不成体系的。比较典型的是涉及整除的概念，例如，两个数公有的约数叫做这两个数的公约数。学生学习这个概念时，约数是学生已知的概念，学完公约数后再学习互质数，公约数又成了学生已知的概念。

第二节 小学数学概念编排 体系的具体剖析

小学数学概念总共约有 700 多个。根据学生的年龄特点和认知规律，所有概念基本按照由浅入深的原则分段编排，注意了数与量的概念的联系、运算概念与数量概念的联系、应用题概念与数量和运算概念的联系。所有数学概念分类如下。

1. 数的概念：自然数、基数、序数、数位、计数单位、零、整数、奇数、偶数、小数、分数、百分数、倒数等。

2. 几何形体的概念：点、直线、线段、射线、垂线、平行线、角、直角、锐角、钝角、平角、周角、正方形、长方形、平行四边形、梯形、三角形、直角三角形、圆、扇形、正方体、长方体、圆柱、圆锥、周长、面积、体积等。

3. 计算方面的概念：加、加数、和、减、减数、被减数、差、乘、因数、积、除、除数、被除数、商。

4. 数的整除方面的概念：整除、约数、倍数、质数、合数、互

质数、质因数、分解质因数、公约数、最大公约数、公倍数、最小公倍数等。

5. 比和比例的概念：比、比值、比例尺、比例、正比例、反比例。

6. 计量方面的概念：长度单位、重量单位、时间单位、面积单位、体积单位、容积单位。

7. 式的有关概念：等式、不等式、方程、方程的解、解方程。

8. 统计方面的概念。

〔思考与练习〕

1. 你如何理解小学数学概念在教学中的作用和意义？

2. 小学数学概念分类主要体现在哪几方面？编排时，注意了哪几方面的联系？

第二章

小学数学概念的编排体系

第一节 数学概念的编排特点

概念是人们反映事物本质属性的思维形式，小学数学概念是小学数学知识体系中的重要内容。正确理解概念和运用概念是提高学生思维能力的基础，只有形成正确、清晰、完整的数学概念体系，才能系统地掌握基础知识，形成一定的解题技能、技巧。同时，概念也是探索知识和综合运用知识解决实际问题的基石。小学生对客观事物的认识一般是先通过感觉、知觉，再经过思维形成观念，建立表象，这是感性认识阶段。在感性认识基础上再经过比较、分析、综合、抽象、概括等系列思维活动认识事物的本质属性，形成概念，这是理性认识阶段。

小学数学概念是遵循循序渐进、螺旋式上升的基本原则，根据学生的年龄特点和认识的客观规律，按照数学知识的科学性、系统性编写的，由浅入深，由易到难。

一、注重各概念之间的联系，体现前有孕伏，后有发展

数学概念的系统性极强，概念之间的联系十分紧密。例如，数的整除这部分概念极多，各概念间的相互联系、衔接密切，教学

连续性极强,可建立联系如图 2-1,这样就可以帮助学生理解和系统掌握各概念,并使之有机结合起来。又如,教材编排加法、乘法、除法概念时,紧紧抓住各概念之间的联系。加法是乘法的前源,由特殊加法,即加数相同的加法来引出乘法概念,突出乘法的意义,即几个相同加数的和的简便运算。然后由乘除法互逆关系引出除法概念,即已知两个因数的积与其中一个因数,求另一个因数的运算。再以乘法概念教学为例,在加法教学中有意识地让学生计算同数连加的题目,如 $6+6$ 、 $6+6+6$ ……为乘法概念教学作知识孕伏。在乘法教学中让学生计算 $6 \times (\quad) = 54$ 一类题目,又为进一步进行除法概念教学创造了前提条件。这样,有利于概念的形成和发展。

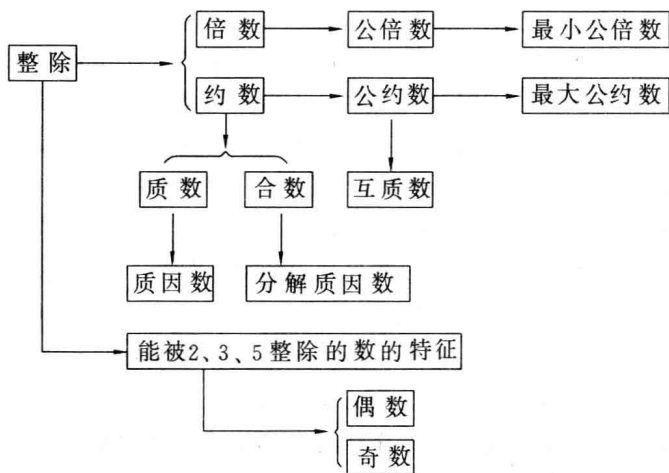


图 2-1

教材在编排每个概念时,考虑到小学生的年龄特点和认知规律,分阶段进行概念教学。以学习分数概念为例,教学分为二个阶段。第一阶段是从实例出发,作描述性介绍,浅显地了解分数

的有关知识，这是认识阶段。第二阶段对分数下定义，对分数概念进行精确论述。两个阶段对学生的要求也有所不同，教学循序渐近，从而使学生加深和巩固对概念的理解。

二、注重联系实际，通过直观操作及时抽象概括

小学生的思维具有具体、形象的特点，他们对事物的认识往是具体的、局部的，逻辑思维能力也有了初步的发展。学生通过对实物（其数、形、量等）进行观察、操作、归纳、类比、推理等活动，联系现实生活，从而获得具体概念。因此，教师要给学生提供生动、有趣的生活背景及有关的概念性素材，使学生真正理解概念；要关注学习过程中的认识体验，及时抽象概括，进而加深学生对数学概念的理解。例如，在几何形体的教学中，教材考虑到生活中学生对形体的概念的建立，要经过立体→平面→立体建模这一过程，所以在低年级时教材安排了对立体图形（长方体、正方体、圆柱等）和平面图形的认识，这符合儿童认识形体的规律，体现了数学是现实中的数学。随着学生年龄的不断增长，教材中出现了几何知识中的点、线、面、体的概念，先初步认识直线、线段、角，再学习平面图形，最后学习立体几何图形。在学习平面几何图形时，从认识长方形和正方形的几何特征开始，然后学习角、线、平行线及平行四边形、三角形、梯形，接着深入探索立体图形（长方体、正方体、圆柱体、锥体等）的有关概念。而且中年级的教材中出现的平面图形都是直线图形，到高年级才出现了对曲线图形——圆的认识，对圆的特征、周长、面积有了比较抽象的概述，并通过直观操作、实验等方法进行教学。可见，教材注重从实际出发，加强操作活动，直观再现，演绎推理，让学生通过量一量、折一折、画一画等方式，进一步比较、分析、抽象概括，以获得几何图形的概念。这些大都是以创设生活实景、联系生活实际来直观描述图形概念的，也有的以下定义的形式来

描述几何图形的本质属性。虽然这些定义还不够精确，但它们与以后要学到的精确的数学定义也不矛盾。教材编排几何图形除让学生观察标准图形外，还让学生使用变式图形，使学生进一步认识图形的本质属性和非本质属性，真正建立清晰的表象，在对几何图形的量、计算及运用过程中，加深对几何形体的概念的理解和掌握，培养学生的空间观念。

三、充分进行概念的比较、对照

小学数学概念之间虽然联系紧密，但是也有许多相近或相反的、容易混淆的概念。为了让学生更好地掌握概念，教材编排时，把易混概念及时进行对比，使学生形成准确、清晰的数学概念。例如，相近的概念——质数、质因数和互质数，化简比和求比值，条形和折线统计图等；相反的概念——化法和聚法，正比例和反比例，最大公约和最小公倍等。以正、反比例为例，教材先安排正比例概念，再安排反比例概念，并增加了对这两个概念的对比，如表 2-1。

表 2-1

	正比例	反比例
相同点		
不同点		

这样，有利于加深学生对正、反比例概念和意义的理解，使学生能更好地判断实际问题中哪些成正比例关系，哪些成反比例关系。教材着重揭示正、反比例关系的本质特征，即从两种相关联的量相对应的数的比值（商）或积一定来定义，使学生对正、反比例的量的变化规律有鲜明印象。

教材编排时，注重让学生在理解各概念的基础上，区别易混

淆的概念，这样，学生对易混淆的概念很容易掌握和区分，也能合理地建构概念，减轻记忆的负面作用，使概念内化。

四、加强对数学概念的整理，使所学概念系统化

小学教材的最后一个单元，把小学阶段所有的概念进行系统的整理和复习，使学生对所学的数学概念的理解得到巩固和加深，运用概念解决实际问题的能力得到进一步提高，进而达到小学数学概念教学预定的教学目的。这一单元很重要，关系到学生是否能牢固地掌握所学全部的数学知识。教材把小学所学全部概念，包括数的概念、几何形体的概念、计算方面的概念、比和比例的概念、计量方面的概念、式的有关概念、统计的有关概念依次整理复习。

由于每部分知识原来都是分散在各册逐步教学的，尽管在编排时注重了知识间的联系和系统性，但是在教材的组织和教学时间上仍受到一定限制。通过这一单元总的整理和复习，学生对所学的数学概念的掌握会更加系统，更加完整。

教材在复习每一部分数学概念时，注重了知识间的内在联系和系统性。例如，复习数的意义时，先复习自然数，然后复习整数，再复习分数，最后复习小数。这样，可使学生进一步明确数的概念和发展，以及各相关概念的联系和区别。复习分数、小数的基本性质时，注重使学生明确地认识到它们的一致性。复习平面图形的周长和面积时，把直线图形和曲线图形放在一起，用图解表示它们之间的关系，如图 2-2。

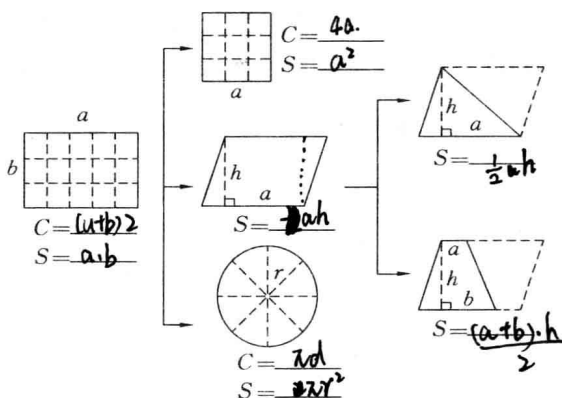


图 2-2

教材根据不同概念的特点及学生的基础,采取了不同形式,对概念进行再现、整理和区分,这样,就能更好地调动学生系统地整理概念的积极性,进一步加深学生对所学概念的理解。

五、注重概念获得的过程性目标,重视学生探索和实践的体验

概念教学并不是让小学生创造出什么数学新概念、新成果,而是通过观察、操作、猜测等方式,培养学生探索新知的意识。在教学安排上,并不是直接呈现数学结论,而是让学生通过系列的思维活动,求得概念结论,将学习数学概念的过程变成再认识的过程,使学生在观察、操作、讨论、交流、猜测、归纳、分析、整理的过程中,理解数学问题的提出、数学概念的形成及结论的获得。

概念的获得应贯彻一个原则,就是要使学生学会用自己的思维方式,根据自己的体验,重新创造有关的数学概念。在数学概念教学过程中,学生所要认识的数学概念虽然是人类已知的,但对学生来说却是新的、未知的,他们学习时仍然需要经历一个由