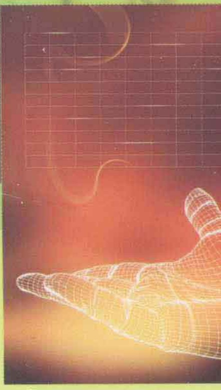
高等职业教育课程改革示范教材

工科数学（下册）

主编 杨军



GONGKE SHUXUE

南京大学出版社

高等职业教育课程改革示范教材

工科数学（下册）

主　编　杨　军
副主编　俞金元　陆　峰　盛秀兰
参　编　岳雪芳

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

工科数学 / 杨军主编. — 南京 ：南京大学出版社，2010.8

高等职业教育课程改革示范教材

ISBN 978-7-305-07433-2

Ⅰ. ①工… Ⅱ. ①杨… Ⅲ. ①高等数学—高等学校：技术学校—教材 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 157926 号

出 版 者　南京大学出版社
社　　址　南京市汉口路 22 号　　邮　编　210093
网　　址　http://www.NjupCo.com
出 版 人　左　健

丛 书 名　高等职业教育课程改革示范教材
书　　名　工科数学(下册)
主　　编　杨　军
责任编辑　王镇乾　　　　编辑热线　025-83685720

照　　排　南京南琳图文制作有限公司
印　　刷　宜兴市盛世文化印刷有限公司
开　　本　787×1092　1/16　印张 15.25　字数 376 千
版　　次　2010 年 8 月第 1 版　2010 年 8 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-07433-2
总 定 价　54.00 元

发行热线　025-83594756
电子邮箱　Press@NjupCo.com
　　　　　Sales@NjupCo.com(发行部)

前　言

本书是以高职院校的人才培养目标为依据，针对高职教育工科类专业的特点，结合编者多年的教学实践编写而成。在编写过程中，遵循“数学为基，工程为用”的原则，本书具有如下特点：

1. 强调重要数学思想方法的作用。按照应用型高技能人才对数学知识的实际需求，突出数学知识的基础性地位和工具性作用，强化与实际应用联系较多的基础知识和基本方法。采用“案例驱动”的方式，由实际问题引出数学知识，再将数学知识应用于处理各种生活和工程实际问题。

2. 淡化理论性和系统性。讲解基本概念、基本原理和基本解题技能时，做到由易到难、循序渐进和通俗易懂；多用图形、图表表达信息，采用有实际应用价值的案例、示例促进对概念、方法的理解；对基础理论一般不做论证，只给出解释或简单的几何说明。

3. 注重实际应用，强化针对性和实用性。在每一节前增加了学习目标，每一章后增加了小结与复习的内容，帮助学生总结重要结论和解题方法。每一节后都配备了类型合理、深度和广度适中的习题。还有专门与本书配备的练习册，方便学生在做课堂练习时使用。

4. 注重数学建模思想和方法的渗透。通过应用实例介绍数学建模过程，从而加深对数学概念的理解。同时在每章的最后一节专门设计了数学实验，以培养学生运用计算机及相应的数学软件求解数学模型的能力。

5. 设计若干模块，面向专业需求。本书共设计了十一个模块，其中以前三个模块(一元函数微积分学)为基础模块，后八个模块为选学模块，供不同专业选用，以满足工科各专业的特殊需求。

本书分上、下两册，共十一章。参加本书编写的有：陆峰(第一章、第七章、第九章)、杨军(第二章、第六章、第八章)、盛秀兰(第三章、第十章)、俞金元(第四章、第五章)、岳雪芳(第十一章)。全书由杨军修改、统稿、定稿。

本书的出版得到江苏城市职业学院公共课教学部、教务处以及南京大学出版社的大力支持，在此谨表示衷心感谢！

限于编者水平，加上时间仓促，书中难免有不当之处，敬请广大师生和读者批评指正。

编　者

2010 年 8 月

目　　录

第七章　向量代数与空间解析几何

我们生活的空间是一个三维世界.空间中各种事物其外形的基本构件是直线、平面、曲线和曲面.如何描述空间中的平面和直线以及一些简单的曲面和曲线,是本章的基本内容.为了进行这种描述,需要建立空间直角坐标系,还需引入一个特殊的量——向量.

第一节　向量及其运算

学习目标

1. 理解空间直角坐标系的概念,向量的概念及其表示,掌握空间两点间的距离公式.

2. 理解向量坐标的概念,会用坐标表示向量的模、方向余弦及单位向量.

3. 知道向量的线性运算、数量积和向量积的定义,并掌握用坐标进行向量的运算(线性运算、数量积、向量积).

4. 掌握两向量的夹角公式,一向量在另一向量上的投影公式及用向量的坐标表示两向量平行和垂直的充要条件.

一、空间直角坐标系

在空间内取定一点 O,过点 O 作三条具有相同的长度单位,且两两互相垂直的数轴,依次记为 x 轴(横轴)、y 轴(纵轴)、z 轴(竖轴),统称为**坐标轴**,它们构成一个空间直角坐标系,称为**O-xyz 坐标系**.点 O 称为**坐标原点**.数轴的正向通常符合右手法则,即以右手握住 z 轴,当右手的四个手指从 x 轴正向以 $\frac{\pi}{2}$ 角度转向 y 轴正向时,大拇指的指向是 z 轴的正方向(如图 7.1).

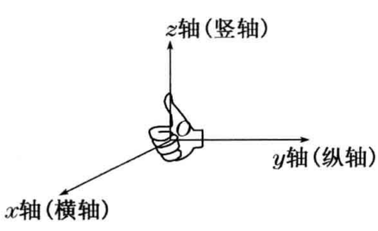


图 7.1

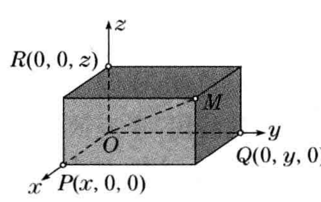


图 7.2

1. 点的空间直角坐标

设点 M 是空间的一点,过点 M 分别作与三条坐标轴垂直的平面,分别交 x 轴、y 轴和 z 轴于点 P,Q,R.点 P,Q,R 叫做**点 M 在坐标轴上的投影**(如图 7.2).设点 P,Q,R 在三条坐

标轴上的坐标依次为 x,y,z，于是点 M 惟一地确定有序数组 x,y,z. 反之，给定有序数组 x，y,z，总能在三条坐标轴上找到以它们为坐标的点 P,Q,R. 过这三个点分别作垂直于三条坐标轴的平面，三个平面必然交于点 M. 由此可见，空间中的点与三个有序实数是一一对应的. 有序数组 x,y,z 称为**点 M 的坐标**. 可记作 $M(x,y,z)$.

2. 坐标面

在空间直角坐标系中，任意两个坐标轴可以确定一个平面，这种平面称为**坐标面**. x 轴及 y 轴所确定的坐标面叫做 **xOy 面**，另两个坐标面是 **yOz 面**和 **zOx 面**(如图 7.3).

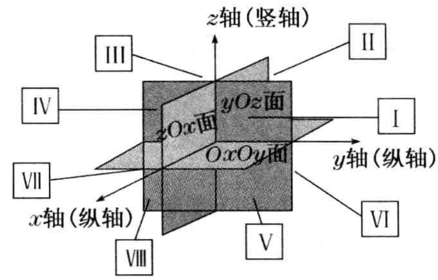


图 7.3

3. 卦限

三个坐标面把空间分成八个部分，每一部分叫做**卦限**，八个卦限分别用字母Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ、Ⅵ、Ⅶ、Ⅷ表示(如图 7.3)，各卦限中点的坐标有如下特点：

Ⅰ(+,+,+)；　　Ⅱ(−,+,+)；

Ⅲ(−,−,+)；　　Ⅳ(+,−,+)；

Ⅴ(+,+,−)；　　Ⅵ(−,+,−)；

Ⅶ(−,−,−)；　　Ⅷ(+,−,−).

二、向量及其运算

1. 向量的概念

在研究力学、物理学以及其他应用科学时，常会遇到这样一类量，它们既有大小，又有方向. 例如力、力矩、位移、速度、加速度等，这一类量叫做**向量**或**矢量**. 在数学上，用一条有方向的线段(称为**有向线段**)来表示向量. 有向线段的长度表示向量的大小，有向线段的方向表示向量的方向. 以 A 为起点、B 为终点的有向线段所表示的向量记作$\overrightarrow{AB}$. 向量也常用一个字母表示，印刷上常用粗体字母表示，如 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{F}$ 等，书写时，常在字母上方标上箭头来表示，如$\vec{a}$、$\vec{r}$、$\vec{v}$、$\vec{F}$等.

起点为原点 O、终点在点 M 的向量$\overrightarrow{OM}$称为点 M 的**向径**，记作 $\boldsymbol{r}$. 不考虑向量起点在何处，即一个向量可以在空间任意地平行移动，这种向量称为**自由向量**. 如果两个向量大小相等，方向相同，则称 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ **相等**，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$.

向量的大小叫做向量的**模**. 向量 $\boldsymbol{a}$、$\vec{a}$、$\overrightarrow{AB}$的模分别记为$|\boldsymbol{a}|$、$|\vec{a}|$、$|\overrightarrow{AB}|$. 模等于 1 的向

量叫做**单位向量**. 与向量 $\boldsymbol{a}$ 方向相同的单位向量，记做 $\boldsymbol{a}^0$. 模等于 0 的向量叫做**零向量**，记作 $\boldsymbol{0}$ 或 $\vec{0}$. 零向量的起点与终点重合，它的方向可以看作是任意的.

2. 向量的线性运算

(1) 向量的加法与减法运算

仿照物理学中关于力和速度合成的平行四边形法则，我们对一般向量规定加法运算如下：对任意两向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$，将它们的始点放在一起，并以 $\boldsymbol{a}$ 及 $\boldsymbol{b}$ 为邻边，作一平行四边形，则与 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 有共同始点的对角线 $\boldsymbol{c}$（如图 7.4）就叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的**和**，记作

$$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},$$

这样规定的两个向量的和的方法叫做向量加法的**平行四边形法则**.

从图 7.4 中可看出 $\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AC}$，从而 $\boldsymbol{c}=\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}$. 这表明，若由 $\boldsymbol{a}$ 的终点为始点作向量 $\boldsymbol{b}$，则以 $\boldsymbol{a}$ 的始点为始点，以 $\boldsymbol{b}$ 的终点为终点的向量 $\boldsymbol{c}$ 就是向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，这一法则叫做**三角形法则**. 按三角形法则，可以规定有限个向量的和（如图 7.5 所示），把有限多个向量首尾相连，其和为以第一向量始点为始点，最后一个向量的终点为终点的向量.

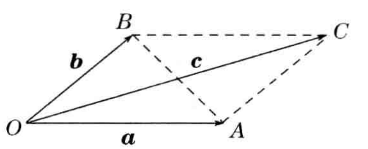


图 7.4

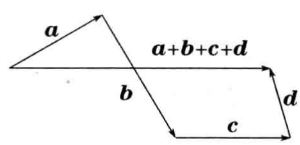


图 7.5

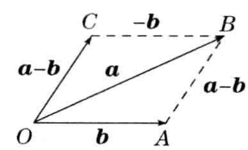


图 7.6

如果一个向量的模与向量 $\boldsymbol{b}$ 相等，而方向相反，则称此向量为向量 $\boldsymbol{b}$ 的**负向量**，记作 $-\boldsymbol{b}$. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $-\boldsymbol{b}$ 的和称为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的**差**，记作 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 可按图 7.6 的方法作出.

(2) 数与向量的乘法运算

设 $\boldsymbol{a}$ 为任意向量，λ 为任意实数，规定 λ 与 $\boldsymbol{a}$ 的乘积 $\lambda\boldsymbol{a}$ 是一个平行于 $\boldsymbol{a}$ 的向量，它的模为：$|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$. 当 $\lambda>0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 同向，当 $\lambda<0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 反向，当 $\lambda=0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 为零向量.

向量的加法、数与向量的乘法有以下**运算性质**：

① 交换律　$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$；

② 结合律　$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$，

　　　　　$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$（$\lambda,\mu$ 是实数）；

③ 分配律　$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$（$\lambda,\mu$ 是实数），

　　　　　$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$（$\lambda$ 是实数）.

根据数与向量的乘法，可以得出下面的定理.

定理 7.1　向量 $\boldsymbol{b}$ 与非零向量 $\boldsymbol{a}$ 平行的充要条件是存在惟一的实数 λ，使 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$.

证明　充分性是显然的，下面证明必要性.

设 $\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{a}$. 当 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同方向时，取 $\lambda=\dfrac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}$；当 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 反方向时，取 $\lambda=-\dfrac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}$，则 $\boldsymbol{b}$ 与 $\lambda\boldsymbol{a}$ 同向，且

$$|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|=\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|.$$

因此 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$.

再证明数 λ 的惟一性. 设 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$，又设 $\boldsymbol{b}=\mu\boldsymbol{a}$，两式相减得

$$(\lambda-\mu)\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0},$$

即 $|\lambda-\mu|\,|\boldsymbol{a}|=0$. 因 $|\boldsymbol{a}|\neq 0$，故 $|\lambda-\mu|=0$，即 $\lambda=\mu$.

【例 7.1】 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线向量为 $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{b}$，试用向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{DA}$.

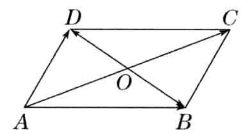


图 7.7

解 设 $\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{BD}$ 的交点为 O(如图 7.7)，由于平行四边形对角线互相平分，故

$$\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a},\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\boldsymbol{b}.$$

根据三角形法则，有

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}),$$

$$\overrightarrow{DA}=-\overrightarrow{AD}=-(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OD})=-\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}).$$

(3) 向量的坐标表示式

在空间直角坐标系中，设向量 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别表示方向与 x,y,z 轴正向相同的单位向量，它们又称为直角坐标系 $O-xyz$ 的**基本单位向量**. 下面我们将给出空间内任一向量如何用基本单位向量表示的方法.

任给向量 $\boldsymbol{r}$，对应有点 $M(x,y,z)$，使 $\overrightarrow{OM}=\boldsymbol{r}$. 以 OM 为对角线、三条坐标轴为棱作长方体(如图 7.8)，有

$$\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PN}+\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{OR},$$

根据数与向量的乘法，易证

$$\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{i},\overrightarrow{OQ}=y\boldsymbol{j},\overrightarrow{OR}=z\boldsymbol{k},$$

则

$$\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OM}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}.$$

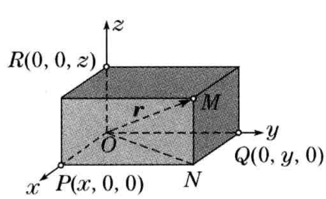


图 7.8

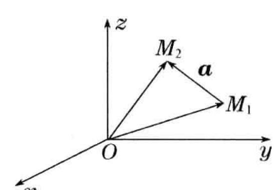


图 7.9

设向量 $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{M_1M_2}$ 的起点坐标为 $M_1=(x_1,y_1,z_1)$，终点坐标为 $M_2=(x_2,y_2,z_2)$，由图 7.9 可看到

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}&=\overrightarrow{M_1M_2}=\overrightarrow{OM_2}-\overrightarrow{OM_1}=(x_2\boldsymbol{i}+y_2\boldsymbol{j}+z_2\boldsymbol{k})-(x_1\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k})\\&=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}.\end{aligned}$$

记 $a_x=x_2-x_1$，$a_y=y_2-y_1$，$a_z=z_2-z_1$，则有

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}, \tag{7.1}$$

或

内容简介

本书是在高职数学课程教学改革的基础上编写的，反映了当前高职教育培养应用型高技能人才数学课程设置的教学理念。本书分为上、下两册：上册内容包括函数极限与连续、一元函数微分学及应用、一元函数积分学及应用、常微分方程、无穷级数、傅里叶级数与积分变换等六章；下册内容包括向量代数与空间解析几何、多元函数微积分学、线性代数初步、概率论与数理统计初步、图论初步等五章。本书采用案例驱动方式，突出数学思想传授，淡化理论推导，增加数学实验，注重实际应用，面向专业需求。

本书可作为高职教育工科各专业通用的数学教材，也可作为工程技术人员的参考用书。

□责任编辑 王镇乾
□装帧设计 顾　群
□责任校对 贾红燕

ISBN 978-7-305-07433-2

9 787305 074332 >

总定价：54.00元（上下册