

柔性变结构控制 方法及应用

R
ROUXING BIANJIEGOU KONGZHI
FANGFA JI YINGYONG

李颖晖 张鹏 等著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

柔性变结构控制方法及应用

李颖晖 张 鹏 韩建定
雷晓桦 刘 聪 朱喜华 著
范炳奎

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书介绍了柔性变结构控制的理论及应用,为使读者能更全面地了解变结构控制的基本原理及应用,首先介绍了滑模变结构控制的基本原理及在永磁同步电机控制器设计中的典型应用,重点分析了柔性变结构控制的三种典型改进以及简化应用方法,并结合伺服系统的应用实例给出了仿真分析算例,结果验证了本书提出改进方法的有效性。

本书主要作为控制科学与工程专业研究生教学用教材,也可作为相关专业工程技术人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

柔性变结构控制方法及应用/李颖晖等著. —北京:国防工业出版社,2014.1

ISBN 978-7-118-08324-8

I. ①柔... II. ①李... III. ①伺服系统—研究 IV. ①TP275

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 276458 号

※
国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷责任有限公司

新华书店经售

*
开本 710×960 1/16 印张 11 字数 195 千字

2014 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2500 册 定价 32.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)88540777

发行邮购: (010)88540776

发行传真: (010)88540755

发行业务: (010)88540717



前 言

伺服系统在飞机仪表、自动驾驶仪、瞄准具、导弹及雷达等机载设备中当作执行元件被广泛应用,要求响应速度快、调节和整理时间短、控制精度高、控制信号连续而且平滑,因而常规的线性控制设计方法诸如 PID 控制以及滑模变结构控制无法满足特性要求,而柔性变结构控制是一种典型的非线性控制设计方法,且具有调节时间短、控制信号连续且平滑等特点,很适合应用于伺服系统。本书提出将柔性变结构控制理论应用于伺服系统,为伺服系统控制设计提供一种新思路。

变结构控制(Variable Structure Control, VSC)本质上是一类特殊的非线性控制,系统的“结构”并不固定,在动态过程中,根据系统当前的状态(如偏差及其各阶导数等)有目的地不断变化,迫使系统按照预定的“滑动模态”状态轨迹运动,所以又常称变结构控制为滑动模态控制(Sliding Mode Control, SMC),即滑模变结构控制。除了滑模变结构控制,还有一种变结构控制,它是变结构控制发展的另一个分支。它故意排除滑动模态,以达到较高的调节率和较短的整理时间为其目标,将其称之为“柔性变结构控制”(Soft Variable Structure Control, SVSC)。它与滑模变结构控制完全不同,柔性变结构控制通过连续改变控制器的参数或者结构,从而使系统达到或接近时间最优控制的性能。而且,柔性变结构控制的控制信号连续、平滑。

柔性变结构控制的发展源于不连续变结构控制。2004 年,德国人 J. Adamy 第一次系统总结了柔性变结构控制基本理论。不连续变结构控制的子控制器的选择策略是基于嵌套的正不变集。它具有与线性控制相似的结构,是一种能够使系统接近最优控制性能的设计方法。控制参数由某个连续选择的策略控制确定,这使得控制参数随时间连续变化,从而使得系统具有较短的调节时间和消除抖振等优点。目前有关柔性变结构控制领域已取得一系列重大研究成果,作者的研究团队多年一直密切跟踪国外柔性变结构控制理论的最新研究方法,同时致力于滑模变结构及柔性变结构控制的研究。在本书编写过程中,认真查阅国内外柔性变结构控制与应用方面的著作文献,注重结合柔性变结构控制的基本理论和最近的研究热点,使读者系统学习和掌握变结构控制的基本理论和最新

研究动态,力求语言简练通畅、内容扼要实用。

本书主要介绍变结构控制理论的一个分支——柔性变结构控制,为使读者对变结构控制有一个更全面的认识,第1章介绍了滑模变结构控制的基本原理,第2章详细介绍了滑模变结构控制在永磁同步电机中的应用,其余章节重点分析柔性变结构控制的三种典型改进以及简化应用方法,注重理论推导和实例分析相结合,采用“渐进式”思路推出全书内容。全书共分为9章,第1、2章主要介绍滑模变结构控制理论及在永磁同步电机中的一个典型应用;其余章节为本书的主体,重点介绍柔性变结构控制的基本理论与应用,主要包含两大部分,第一部分包括第3、4、5、6章,第二部分包括第7、8、9章。第一部分主要介绍柔性变结构控制的基本理论以及对三种典型的柔性变结构控制方法的改进,由于典型的柔性变结构控制方法难以应用于实际伺服系统,因此本书仅在简单的伺服系统中验证了改进控制方法的有效性和可行性,并将其与滑模变结构控制方法进行比较,从而体现出柔性变结构控制方法的特点和优势。第二部分在第一部分的基础上,提出了一些新的简化柔性变结构控制方法,以满足工程应用的需要,其中第7章在第4章研究改进的隐含李雅普诺夫(Lyapunov)函数柔性变结构控制方法的基础之上,提出了新的简化柔性变结构控制方法;第8章在第5章研究改进的动态柔性变结构控制方法的基础之上,为了解决实际应用中仅采用单一的控制方法难以获得期望的控制性能的问题,将其与PI控制方法相融合,从而产生的一种新的控制方法;第9章将PI控制和连续模糊增益调度控制相融合,提出了一种新的柔性变结构控制方法。通过全书的讲述可以看到,针对不同伺服系统的应用特点,采用不同柔性变结构控制的改进措施可取得良好的控制效果,读者可以根据需要,选择其中一部分详细阅读,也可全书通读,以了解柔性变结构控制的基本原理和典型应用。

由于编著者的学识有限,写作时间紧迫,不足之处在所难免,恳请广大专家、读者批评指正。

作者

2013年10月

目 录

第 1 章 滑模变结构控制	1
1.1 引言	1
1.2 基本概念	1
1.2.1 滑模变结构系统的概念和定义	2
1.2.2 两种没有滑模的变结构系统	5
1.3 滑模变结构控制的几个基本问题	7
1.3.1 滑模的存在性	10
1.3.2 滑模的可达性	11
1.3.3 滑模运动的稳定性	11
1.4 滑模运动的动态品质	12
1.4.1 趋近运动段	13
1.4.2 滑模运动段	13
1.5 滑模控制的性质	14
1.6 滑模变结构控制的抖振问题	15
1.6.1 抖振产生原因	15
1.6.2 抖振削弱方法	17
1.7 小结	20
第 2 章 永磁同步电机滑模变结构控制	21
2.1 引言	21
2.2 永磁同步电机滑模控制	21
2.2.1 滑模控制器的设计	21
2.2.2 稳定性分析	25
2.2.3 基于新型趋近律的滑模控制器的设计	25
2.3 永磁同步电机模糊滑模控制	28
2.3.1 模糊控制的基本理论	28
2.3.2 模糊滑模控制器的设计	30
2.3.3 稳定性分析	35

2.4	永磁同步电机自适应模糊滑模控制	38
2.4.1	自适应模糊滑模控制器的设计	38
2.4.2	自适应律设计	40
2.5	仿真实验研究	41
2.5.1	仿真模型的搭建	42
2.5.2	模块介绍及参数的设置	43
2.5.3	仿真结果分析	44
2.6	小结	48
第3章	柔性变结构控制	50
3.1	柔性变结构控制提出的背景	50
3.2	柔性变结构控制简介	51
3.2.1	柔性变结构控制基本原理	51
3.2.2	柔性变结构控制与滑模变结构控制的比较	53
3.3	发展历史及现状	55
3.3.1	柔性变结构控制的发展历程	55
3.3.2	柔性变结构控制方法概述	57
3.4	发展趋势	59
第4章	隐含李雅普诺夫函数柔性变结构控制	61
4.1	引言	61
4.2	预备知识	62
4.3	控制系统设计	64
4.3.1	理论基础和稳定性	65
4.3.2	子控制器和选择策略	67
4.3.3	隐含李雅普诺夫函数定理	69
4.3.4	控制参数计算	71
4.4	系统鲁棒性设计	72
4.4.1	时滞观测器设计	72
4.4.2	时滞观测器在位置跟踪系统中的应用	75
4.5	仿真与分析	75
4.5.1	滑模变结构控制仿真	76
4.5.2	改进的隐含李雅普诺夫函数柔性变结构控制仿真	78
4.6	小结	81
第5章	动态柔性变结构控制	82
5.1	引言	82

5.2	预备知识	83
5.3	控制系统设计	84
5.3.1	理论基础和稳定性	84
5.3.2	选择策略	86
5.3.3	控制参数计算	89
5.4	鲁棒性设计	89
5.4.1	RNN 不确定观测器设计	90
5.4.2	RNN 不确定观测器在位置跟踪系统中的应用	92
5.5	仿真和分析	94
5.5.1	滑模变结构控制仿真	95
5.5.2	改进的动态柔性变结构控制仿真	95
5.6	小结	98
第 6 章	变饱和状态柔性变结构控制	99
6.1	引言	99
6.2	控制系统设计	100
6.2.1	理论基础	100
6.2.2	稳定性和选择策略	102
6.2.3	控制参数计算	104
6.3	鲁棒性设计	105
6.3.1	干扰观测器设计基本原理	105
6.3.2	改进的干扰观测器设计	107
6.4	仿真和分析	110
6.5	小结	112
第 7 章	基于连续特征值配置的简化柔性变结构控制	113
7.1	引言	113
7.2	伺服系统模型	114
7.3	控制器设计	115
7.3.1	时滞控制设计	115
7.3.2	连续特征值配置控制设计	116
7.3.3	基于连续特征值配置的简化柔性变结构控制	117
7.4	性能分析	118
7.5	仿真和分析	119
7.6	小结	121

第 8 章 简化的动态柔性变结构 PI 控制	123
8.1 引言	123
8.2 直流电机模型	124
8.3 理论基础	124
8.3.1 简化的动态柔性变结构控制	124
8.3.2 简化的动态柔性变结构 PI 控制	126
8.3.3 滑模自适应 PI 控制	127
8.4 控制器设计与仿真	128
8.4.1 速度控制器设计与仿真	128
8.4.2 位置控制器设计与仿真	131
8.5 小结	134
第 9 章 基于分解控制的连续模糊增益调度 PI 控制	136
9.1 引言	136
9.2 系统动态模型	138
9.2.1 伺服系统模型	138
9.2.2 非线性摩擦模型的线性化	139
9.3 连续模糊增益调度 PI 控制设计	140
9.3.1 增益调度控制器结构	140
9.3.2 连续模糊增益调度 PI 控制	141
9.4 常参数化摩擦模型不确定性补偿	145
9.5 变参数化的模型不确定性补偿	149
9.6 仿真和分析	153
9.6.1 常参数化模型不确定性仿真	153
9.6.2 变参数化模型不确定性仿真	156
9.7 小结	158
参考文献	160

第1章 滑模变结构控制

1.1 引言

滑模(滑动模态)变结构控制本质上是一类特殊的非线性控制,其非线性表现为控制的不连续性,即一种使系统“结构”随时间变化的开关特性。变结构控制系统的原理在于,当系统状态穿越状态空间的滑动超平面时,反馈控制的结构就发生变化,从而使系统性能达到某个期望指标。滑动模态与系统的参数及扰动无关,使处于滑模运动的系统具有很好的鲁棒性。滑模变结构控制适用于线性系统与非线性系统、连续系统与离散系统、确定性系统与不确定性系统等,并且在实际工程中逐渐得到推广应用。

1.2 基本概念

广义地说,在控制过程中系统结构可发生变化的系统叫做变结构系统。

对于一个闭环系统,为了加快响应速度,偏差大于某值时采用比例控制;为了保证稳态精度,偏差小于其值时变为积分控制:

$$u = \begin{cases} K_1 e(t) & (|e(t)| > e^*) \\ K_2 \int e(t) dt & (|e(t)| \leq e^*) \end{cases} \quad (1.1)$$

式中: e^* 是大于0的常数。

这个系统的结构在瞬态过程中就发生了变化。其中, K_1 可以取得较大, K_2 可以取得较小,而控制质量可以得到保证。这个例子说明了改变系统结构的一种方法。这不过是平常说的积分分离的方法。

这个系统,满足一开始提出的广义变结构系统的定义,像这样的一些广义变结构系统还有很多。还有一类特殊的变结构系统,其特殊之处在于,系统的控制有切换,而且在切换面上系统将会沿着固定的轨迹产生滑动运动,这类特殊的变结构系统,叫做滑动模态变结构系统。

1.2.1 滑模变结构系统的概念和定义

“结构”的概念不同于控制系统的物理结构或其框图形式的结构,而是由描述系统的微分方程所形成的状态空间内的状态轨迹所体现的特有的几何性质,例如熟知的二阶线性系统的稳定(不稳定)节点、稳定(不稳定)焦点及中心点等(图 1.1)。这些状态轨迹的几何性质代表了控制系统在状态空间中的几何结构特点。据此,变结构控制系统的“结构”可定义为:系统的结构就是系统在状态空间(或相空间)的状态轨迹(或相轨迹)的总体几何(拓扑)性质^[1]。

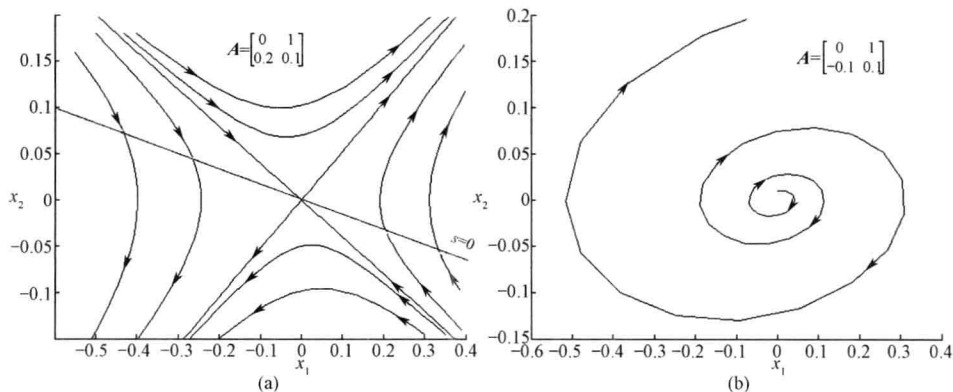


图 1.1 由状态轨迹描述的系统结构

(a) 鞍点; (b) 不稳定焦点。

本节将用一个例子来说明滑模变结构系统的概念。

式(1.2)描述的控制系统,被控对象是线性定常的。设此系统由下列方程描述:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a_1x_1 - a_2x_2 + u \end{cases} \quad (1.2)$$

式中: x_1, x_2 是系统状态变量; a_1, a_2 是固定参数; u 是控制函数。

用 x_1 构造一个控制作用:

$$u = -\varphi x_1 \quad (1.3)$$

当 $\varphi = \alpha$ 时,得到一种结构,其中 α 为常数:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a_1x_1 - a_2x_2 - \alpha x_1 \end{cases} \quad (1.4)$$

当 $\varphi = -\alpha$ 时,得到另一种结构:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a_1 x_1 - a_2 x_2 + \alpha x_1 \end{cases} \quad (1.5)$$

故系统有两个线性结构,或者说有两个线性模型。

假定 a_2 为负,并对 α 作适当限制,使得 $\varphi = \alpha$ 时,特征方程有正实部复根;而 $\varphi = -\alpha$ 时,特征方程有一正一负实根,则其相平面图分别如图 1.2 和图 1.3 所示。

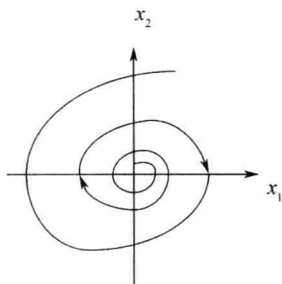


图 1.2 相平面图($\varphi = \alpha$)

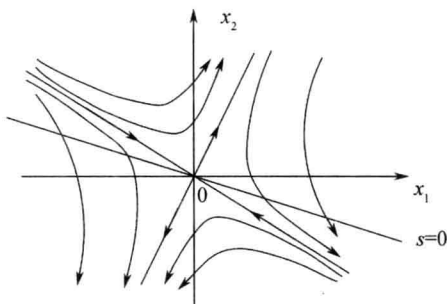


图 1.3 相平面图($\varphi = -\alpha$)

显然,每一种结构都不稳定。 $\varphi = \alpha$ 时,为不稳定焦点的情况,可称为不稳定焦点结构; $\varphi = -\alpha$ 时,为鞍点的情况,可称为鞍点结构。

请注意图 1.4 中 $s = Cx_1 + x_2 = 0$ ($C > 0$, 且为常数) 这条直线。 C 的选定,使它位于 x_1 轴和 $\varphi = -\alpha$ 时双曲线轨迹的渐近线之间。

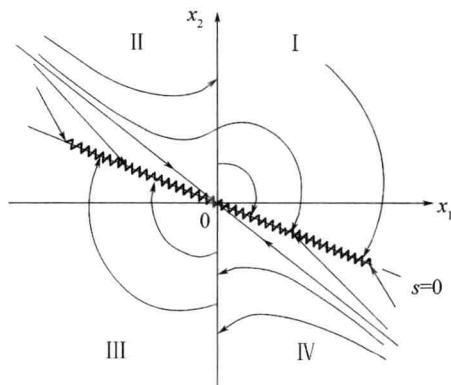


图 1.4 $\varphi = \begin{cases} \alpha & (x_1 s > 0) \\ -\alpha & (x_1 s < 0) \end{cases}$

我们将说明,在 $x_1 = 0$ 和 $s = 0$ 这两条直线上改变系统结构时,可以使系统稳定,若结构改变的规律具有如下形式:

$$s(x(t)) = \sum_{i=1}^n C_i x_i$$

$$\varphi = \begin{cases} \alpha & (x_1 s > 0) \\ -\alpha & (x_1 s < 0) \end{cases} \quad (1.6)$$

如图 1.4 所示,当 $x_1 > 0, s > 0$ (I 区) 和 $x_1 < 0, s < 0$ (III 区) 时,相轨迹为不稳定焦点的轨迹;当 $x_1 < 0, s > 0$ (II 区) 和 $x_1 > 0, s < 0$ (IV 区) 时,相轨迹为鞍点的轨迹。

由图 1.4 可见,系统状态的代表点由任何初始位置出发,总会碰到直线 $s = 0$,这里约定把碰到直线 $s = 0$ 叫做进入直线 $s = 0$ 。在这条直线的邻域,两结构的轨迹指向相对,故往后系统的运动将是沿着 $s = 0$ 这条直线的滑动模态,如图 1.4 中 $s = 0$ 上的锯齿线所示。直线 $s = 0$ 是控制产生切换的边界线,由于控制切换,直线 $s = 0$ 常被称为切换线;在 $s = 0$ 上,虽然 φ 发生切换,但控制不切换(因为 $u = -a |x_1| \operatorname{sgn} s$), $x_1 = 0$ 一般不叫切换线。

系统的运动一旦进入滑动模态,则 $Cx_1 + \dot{x}_1$ 应当等于 0,因为 $s = Cx_1 + x_2$ 。又因状态方程中 $\dot{x}_1 = x_2$,故有

$$Cx_1 + \dot{x}_1 = 0 \quad (1.7)$$

此关系式为一阶微分方程,它被用来作为描述滑动运动的方程,叫做滑动模态方程或滑动方程。显然,此方程的解为

$$x_1(t) = x_1(0) e^{-Ct} \quad (1.8)$$

式中: $x_1(0)$ 为 $x_1(t)$ 的初始状态, $x_1(0) = x_1(t)|_{t=0}$ 。

当 $C > 0$ 时,此解稳定,故变结构系统(1.2)、(1.3)、(1.6)也是稳定的。

由此例可见,两种结构都不稳定的变结构系统,如果正确选择切换线,引入滑动模态之后,可以是稳定的。

有了上述概念之后,可以给出大家公认的变结构控制系统的定义^[2]。

有一非线性控制系统

$$\dot{x} = f(x, u, t), x \in R^n, u \in R^m, t \in R \quad (1.9)$$

需要确定切换函数向量

$$s(x), s \in R^m \quad (1.10)$$

其具有的维数一般等于控制的维数,并且寻求变结构控制

$$u_i(x) = \begin{cases} u_i^+(x) & (s_i(x) > 0) \\ u_i^-(x) & (s_i(x) < 0) \end{cases} \quad (1.11)$$

这里变结构体现在 $u_i^+(x) \neq u_i^-(x)$, 使得切换面 $s_i(x) = 0$ 以外的相轨迹于有限时间内进入切换面, 切换面是滑动模态区, 滑动运动渐近稳定, 动态品质良好。这样的控制系统称为滑模变结构控制系统。

1.2.2 两种没有滑模的变结构系统^[3]

在变结构系统的研究早期, 除了滑模变结构系统以外, 还曾出现过两种设计变结构系统的方法, 这两种设计方法的共同点是控制有切换, 但不产生滑动模态。第一种方法是通过切换, 将两种结构的相轨迹按某种指标拼成一个良好的相轨迹。这种方法叫做切换模态变结构控制。第二种方法是从某一结构中选出良好的相轨迹, 然后通过切换让状态的代表点落到这一相轨迹上, 并沿该相轨迹运动。这种方法叫做沿退化轨迹运动模态的变结构控制。

1. 例一

考虑二阶系统 $\ddot{x} = -\varphi x$

具有两种结构 $\varphi = \alpha_1^2$ 和 $\varphi = \alpha_2^2$, $\alpha_1^2 > \alpha_2^2$ 。它们的相图分别由一组椭圆组成, 如图 1.5 和图 1.6 所示。

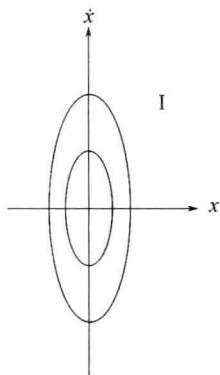


图 1.5 $\varphi = \alpha_1^2$

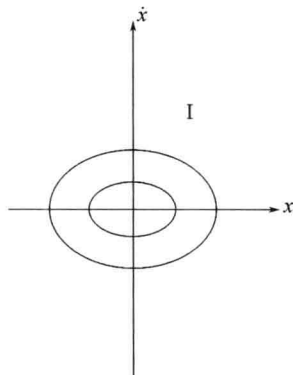


图 1.6 $\varphi = \alpha_2^2$

由相图可见, 两种结构都不是渐近稳定的, 但若选择如下切换逻辑:

$$\varphi = \begin{cases} \alpha_1^2 & (x\dot{x} > 0) \\ \alpha_2^2 & (x\dot{x} < 0) \end{cases} \quad (1.12)$$

就可实现渐近稳定, 相图如图 1.7 所示。

2. 例二

考虑二阶系统

$$\ddot{x} - \xi\dot{x} + \varphi x = 0 \quad (\xi > 0) \quad (1.13)$$

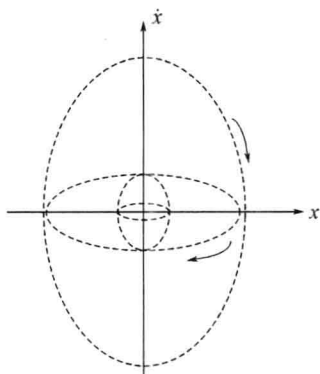


图 1.7 切换模态变结构控制

当 $\varphi = \alpha (\alpha > 0)$ 和 $\varphi = -\alpha$ 时, 有两种不同结构。这两种结构都是不稳定的, 其相图如图 1.8 和图 1.9 所示。

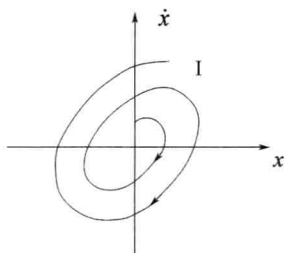


图 1.8 $\varphi = \alpha > 0$

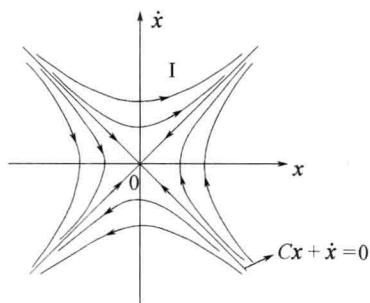


图 1.9 $\varphi = -\alpha$

图 1.8 中 $\varphi = \alpha (\alpha > 0)$ 的情形, 系统是不稳定的, 相轨迹从不稳定的焦点螺旋发散; 图 1.9 对应 $\varphi = -\alpha$ 的情形, 相轨迹只有沿着 II、IV 象限中稳定的特征向量的运动收敛于原点。如果能设法让状态的代表点从任一位置出发都能落到这个特征向量上, 则整个系统就渐近稳定。为此, 选择如下切换逻辑, 让切换线为鞍点相轨迹的一条渐近线和 $\dot{x}$ 轴:

$$\varphi = \begin{cases} \alpha & (xs > 0) \\ -\alpha & (xs < 0) \end{cases} \quad (1.14)$$

式中: $s = Cx + \dot{x}$, $C = -\lambda_2 = -\frac{\xi}{2} + \sqrt{\frac{\xi^2}{4} + \alpha}$ 。

其相图如图 1.10 所示。由相图可见, 这种沿退化轨迹运动模态的变结构系统是渐近稳定的。切换线正好是鞍点相轨迹的渐近线, 它是一条退化的轨迹。

不过要注意,不论切换模态变结构控制,还是沿退化轨迹运动模态的变结构控制,都没有产生新的轨迹,而只是沿原来结构的轨迹运动而已。只有滑动模态变结构控制,才能得到原系统未曾具有的轨迹。

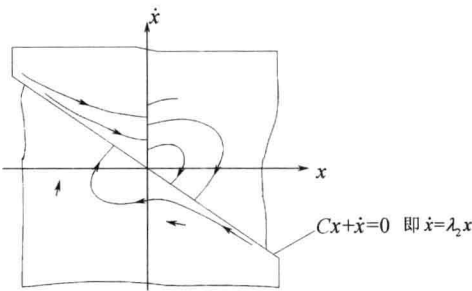


图 1.10 沿退化轨迹运动模态的变结构控制

切换模态变结构控制和沿退化轨迹运动模态变结构控制,逐渐被淘汰了。因为它们的应用被限制在具体的二阶系统,但是其算法是具有启发性的,了解它们有助于更好地理解 and 掌握滑模变结构控制。而滑模变结构控制,在变结构系统理论的发展过程中,起着特殊的作用。

1.3 滑模变结构控制的几个基本问题

现在考虑一般的情况,在系统

$$\dot{x}(t) = f(x,u,t), x \in R^n, u \in R^m, t \in R \tag{1.15}$$

的状态空间中,有一个切换面 $s(x) = s(x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n) = 0$, 它将状态空间分成两部分 $s < 0$ 及 $s > 0$ 。在切换面上有三种情况,如图 1.11 所示。

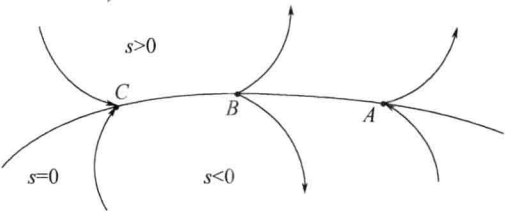


图 1.11 切换面上三种点的特性

通常点——系统运动点 RP (Representative Point) 运动到切换面 $s(x) = 0$ 附近时,穿越此点而过(点 A)。

起始点——系统运动点 RP 到达切换面 $s(x) = 0$ 附近时,从切换面的两边离开该点(点 B)。

终止点——系统运动点 RP 到达切换面 $s(x) = 0$ 附近时,从切换面的两边趋向于该点(点 C)。

在滑模变结构中,通常点和起始点无多大意义,而终止点却有特殊的含义,因为如果在切换面上某一区域内所有的运动点都是终止点的话,则一旦运动点趋近于该区域时,就被“吸引”到该区域内运动。此时,就称切换面 $s(x) = 0$ 上所有的点都是终止点的区域为滑动模态区,简称为滑模区。系统在滑模区的运动就叫做滑模运动。

按照滑模区上的运动点都必须是终止点这一要求,当运动点到达切换面 $s(x) = 0$ 附近时,必有

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} \leq 0 \text{ 及 } \lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} \geq 0 \quad (1.16)$$

式(1.16)也可写成

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \dot{s} \leq 0 \quad (1.17)$$

此不等式对系统提出了一个形如

$$v(x_1, x_2, \dots, x_n) = [s(x_1, x_2, \dots, x_n)]^2 \quad (1.18)$$

的李雅普诺夫 (Lyapunov) 函数的必要条件。由于在切换面邻域内函数式 (1.18) 是正定的,而按照式 (1.17), s^2 的导数是负半定的,也就是说在 $s = 0$ 附近 v 是一个非增函数,因此,如果满足条件式 (1.17),则式 (1.18) 是系统的一个条件李雅普诺夫函数。

滑模变结构控制是在状态空间中为控制系统设计一特殊超平面,利用不连续的控制规律,不断地变换系统的结构,即在一定条件下沿着规定的状态轨迹做切换,迫使系统状态沿着这个特定的超平面向平衡点滑动,最后渐近稳定于平衡点或平衡点的某个允许邻域内。

通过对控制函数的切换就可以不断反复地改变系统的结构,这种切换动作既可以受普通的开关控制,也可以按某种条件或指标作逻辑转换的控制。这里关心的是一种受“滑动模态”控制的切换策略,所谓“滑动模态 (Sliding Mode)”就是结构变换开关以极高的频率来回切换使系统反复工作在不同的结构下,这时状态的运动点则以极小的幅度在一条开关线上下穿行。以图 1.11 所示两种结构为例,这里选取系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 0.05x_1 + 0.1x_2 + u \end{cases} \quad (1.19)$$

控制函数为

$$u = -\varphi x_1 \quad (1.20)$$