高·等·学·校·教·材

信号与系统分析

李录明　罗省贤　编著

XINHAOYUXITONGFENXI

UESTCP
电子科技大学出版社

高等学校教材

信号与系统分析

李录明　罗省贤　编著

电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书较系统地论述了信号与系统分析的基本理论及方法，并扩展了数字信号处理及现代信号处理的有关内容。全书共分八章，第一章至第六章为信号与系统分析的基础理论和基础方法，内容包括信号与系统的时域分析基础、付里叶变换、拉普拉斯变换、Z 变换以及变换域的信号与系统分析的基础和方法。第七章的重点为信号处理及数字信号处理方法，属于信号与系统分析的应用。第八章简单介绍了现代信号处理中的功率谱估计、高阶谱和小波变换的理论方法，有助于读者了解信号处理的发展动态。

本书可作为信息工程、通信工程、信号与信号处理、图像处理、计算机科学与技术、电子科学与技术、地球物理及地球探测与信息技术专业或学科本科生教材和研究生参考教材，也可供相关专业师生及工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统分析/李录明，罗省贤编著. —成都：电子科技大学出版社，2002.8

ISBN 7—81065—916—2

Ⅰ. 信… Ⅱ. ① 李… ② 罗… Ⅲ. ①信号分析②信号系统—系统分析 Ⅳ.TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 051793 号

信号与系统分析

李录明　罗省贤　编著

出　　版：电子科技大学出版社　（成都市建设北路二段四号，邮编：610054）
责任编辑：许宣伟
发　　行：新华书店
印　　刷：成都宏明印刷厂印刷
开　　本：787 × 1092　1/16　印张　19.25　印数：450 千字
版　　次：2002 年 8 月第一版
印　　次：2002 年 8 月第一次印刷
书　　号：ISBN 7-81065-916-2/TN · 47
印　　数：1-2000 册
定　　价：22.00 元

前　言

信息充满整个世界，当今社会已进入信息革命时代，并且已经形成了一种飞速发展的新产业——信息产业（IT—Information Technology）。面对信息无所不在的时代，更需要理性化、系统化地认识、分析和研究信息，才能充分有效地利用信息。

信息是宇宙物质和运动（包括人脑的思维活动）的不均匀性的度量。信息不但存在，而且还需要不断地以某种方式传递和交换，要使大量的信息不断流动，才能发挥信息的有效性，产生相应的作用，推动社会的发展。用什么样的方式才能有效传递信息呢？从古至今，人们在长期社会实践中发明创造了许多的信息传递方法，如古代的烽火台用火光传递敌人入侵的消息，古战场上的击鼓鸣金用音响发布战斗号令等等。这些简单而原始、但具有代表性的信息传递方式，是利用将信息转变为光或声的方法，形成光信号或声信号来传递信息。由此可见，人们是按事先约定的某种协议、规则将信息转化为信号的形式进行传递。通过长期理论研究和实践，人们相继发明了利用电信号、磁信号来传递信息，于是就有了今天我们都熟悉并且在社会活动中离不开的电话、电视、雷达及计算机网络，将文字、语音、图像等信息转换为电信号或电磁信号进行传输和处理，这些以信号为核心，能产生、传输或处理信号的客观实体就称为系统。更概括地说，系统就是由一些相互作用和相互依赖的事物组成，具有特定功能的整体，如通信系统、自动控制系统、机械系统以及生产管理、交通运输、生物群体都是系统。一台电视机、一台计算机，甚至一个人的身体、一个城市、人类社会，乃至地球、宇宙分别都是或大或小、或简单或复杂的系统，它们的共同特点都是对外界表现一定的功能。系统在受到一个或多个输入信号作用时，就会产生一个或多个相应的输出信号，输出信号与输入信号的关系受系统功能的控制。正是基于这一共同点，许许多多属于完全不同领域的问题，只要其具有一定的独立性，则都是有关“信号与系统”的问题，例如人造地球卫星如何在运动中保持与地球的定点通信？如何按照投入和产出考查企业的效益？高保真音响设备中放大器应具有什么样的性能等等不胜枚举的问题，都是信号与系统的问题。要很好地分析与解决这些问题，迫切需要有统一、简洁且行之有效的分析方法，由此而形成了一个新的学科分支“信号与系统分析”。

“信号与系统分析”是一种能对不同领域问题进行分析和研究的统一分析方法，而且至今还在不断地发展着，应用范围也在不断扩大，在通信工程、航空与航天、地球物理与探矿、医学、军事、气象、生物工程、电子工程、信息工程、计算机应用等众多领域起着重要作用。因此，信号与系统是众多专业的重要专业基础理论课。

本书是编者在多年教学和应用研究工作的基础上，参阅了相关教材而编写的。全书分为八章，第一至第四章由罗省贤编写，第五至第八章由李录明编写。第一章介绍了信号分析的基础知识；第二章讨论系统分析原理、方法及时域分析法；第三章讨论信号相关分析基础理论及卷积运算；第四章至第六章讨论变换域分析方法，包括频域、复频域和 Z 域系统分析法以及相关的线性变换，即付里叶变换、拉普拉斯变换和 Z 变换；第七章讨论了滤波系统及数字滤波系统的设计方法。第八章对现代信号分析及处理方法作了

简单介绍，有助于读者了解信号分析与处理的发展动态，本章可作为研究生必学内容。本书注重信号与系统分析中的基础理论、物理概念以及应用问题，未涉及状态变量分析内容，但适当扩展了相关的信号处理方法和现代信号处理的新内容，适应信号处理数字化的发展方向。课程内容比较丰富且重点突出、综合性强，有利于各不同专业的学生选择学习，适合作为各专业本科生教科书及研究生的参考教材，也可供工程技术人员参阅。全书由杨绍国教授审稿。

由于编者水平所限，书中难免存在一些错误及疏漏之处，恳请读者提出宝贵意见。

编　　者

2002 年 5 月

目　　录

第一章　信号分析基础

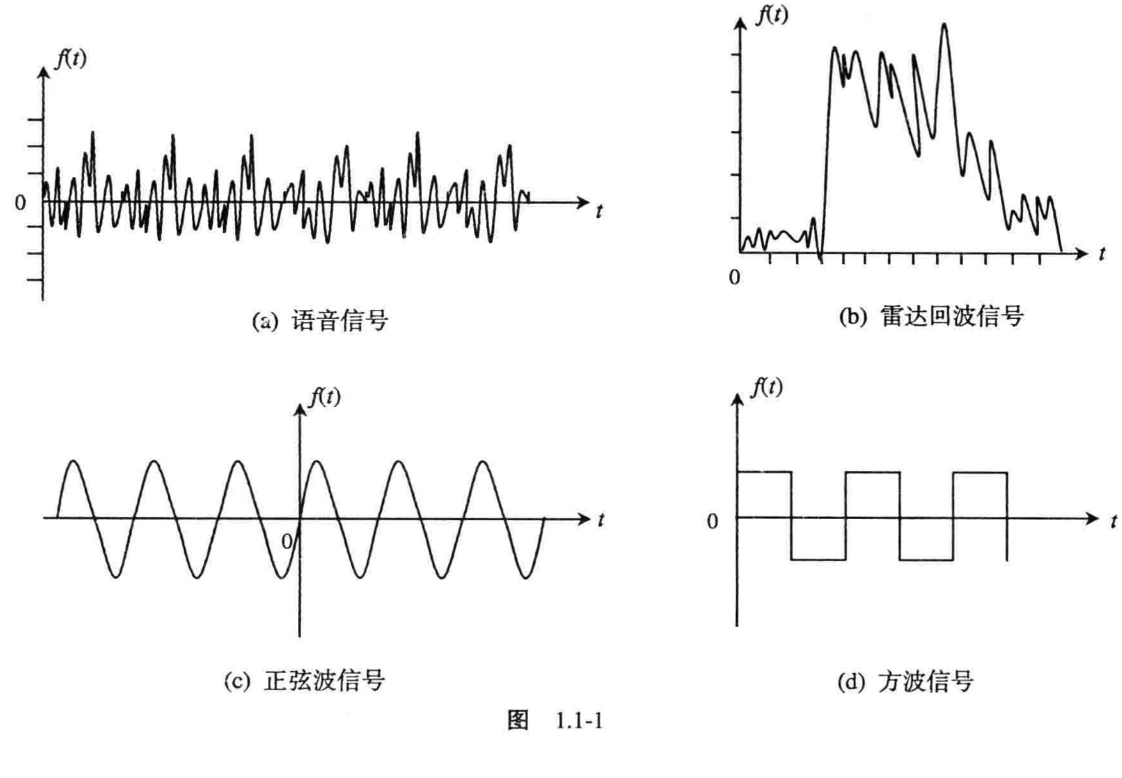
本章讨论信号分析中的一些基础概念，信号的定义、分类、表示方法和分解方法，信号的基本运算，连续信号转换为离散信号的采样方法和采样定理。

1.1　信号的概念及分类

1.1.1　信号的概念

为了传送信息，需要用适当的设备将信息转换为电信号、声信号或光信号（通称为信号）。为了对信号进行分析与研究，必须使用数学方法来对信号进行描述，即建立信号的数学模型。

信号是描述和记录信息的物理状态随时间变化的过程，是运载信息的载体和信息的表现形式，常可表示为时间的函数（或序列），而函数的图像则称为信号的波形，如图 1.1-1 所示。



(a) 语音信号　(b) 雷达回波信号

(c) 正弦波信号　(d) 方波信号

图　1.1-1

常见电信号的基本形式是随时间变化的电流和电压。例如，正弦信号的函数表达式为 $f(t) = A\sin\omega t$，其信号波形为正弦波。

在数学上，信号表示为一个或多个自变量的函数。对于有规律的信号，一般可写出

信号的数学解析表达式即函数表达式，通过讨论函数值随自变量以及参变量的变化规律，就可分析信号的变化规律。为叙述上方便起见，一般可以不区分“函数”与“信号”，当然严格说二者有一定的差异，函数是信号的数学描述，而信号则强调了物理过程和波形。

1.1.2 信号的分类

按照信号的不同性质和数学特征，可以有不同的信号分类方法。按物理性质划分有光信号、电信号、声信号等。按信号用途划分有雷达信号、电视信号、通信信号等。按信号的数学对称性划分有奇信号、偶信号、非对称信号等。按信号能量特点划分有能量信号、功率信号。按信号连续性划分有连续信号、离散信号。按信号确定性划分有确定信号、随机信号。按信号周期性划分有周期信号、非周期信号。后四种分类方法是信号分析中常用的分类方法。

1. 连续信号与离散信号

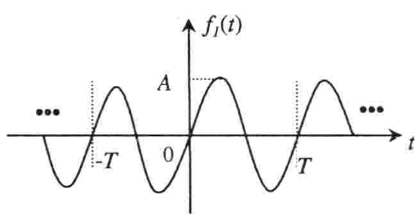
根据函数的时间自变量取值的连续性和离散性划分信号类型。

连续信号——在某一时间间隔内，除有限个间断点外所有瞬时都有确定函数值的信号（即对自变量的任意取值，都可以给出确定的函数值），称为连续时间信号，简称连续信号。连续信号也称为模拟信号。

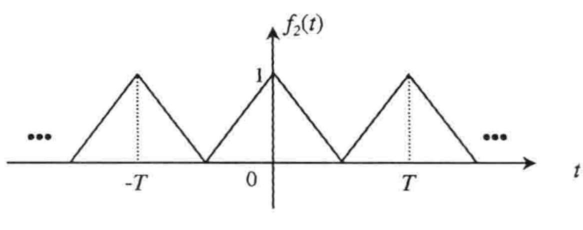
例 1.1-1　正弦信号 $f(t)=\sin\omega t \qquad -\infty<t<+\infty$

在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内，对于任意时刻 t_0，都有确定的函数值 $\sin\omega t_0$，如图 1.1-2（a）。

例 1.1-2　分段信号　$f(t)=\begin{cases}1 & t\ge 0, t\le t_0\\ 0 & t<0, t>t_0\end{cases}$



(a)



(b)

图 1.1-2

该信号在 $(-\infty,\infty)$ 区间任意确定时刻 t，都有确定函数值 1 或 0。

离散信号——仅在某些离散的时刻才有确定函数值，而在其它时刻无定义的信号，称为离散时间信号，简称离散信号。

离散信号的自变量取值是离散的，而且对应的函数值数字化后形成一数字序列，因此离散信号也称为数字信号或离散序列。数字信号与模拟信号的表示方法和分析方法是不相同的。

2．确定信号与随机信号

确定信号——能用确定的解析表达式表示的信号，称为确定信号或规则信号。对于确定信号，给定某一时间值，就可以根据确定的时间函数得到相应的函数值。

例 1.1-3　$f(t)=e^{-\alpha t}$、$x(t)=\sin 2\pi ft$ 都是确定信号的表达式。如图 1.1-2 及图 1.1-3。

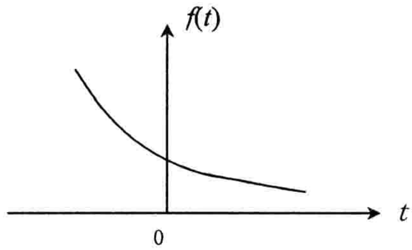


图　1.1-3

随机信号——不能用确定的解析表达式表示、具有不可预知的不确定性的信号称为不确定信号，或称随机信号。对于随机信号，只可能知道在某时刻取某个值的概率。

在实际问题中，严格意义上的确定信号是不存在的，因为在信号的采集和传输过程中，不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响，而干扰和噪声都具有随机特性，最终，信号往往是确定的有效信号和随机的干扰噪声的组合或叠加。

3．周期信号与非周期信号

周期信号——以一定时间间隔无始无终重复变化的信号。

周期信号必定满足

$$f(t)=f(t+nT)\qquad n=0,\pm,\pm 2,\cdots \tag{1.1-1}$$

使上式成立的最小 T 值称为 $f(t)$ 的周期。即每经过时间 T，$f(t)$ 的取值重复一次，称 $f(t)$ 是以 T 为周期的周期信号。

例 1.1-4　图 1.1-2（a）中的正弦信号和图 1.1-2（b）中的三角信号是以 T 为周期的周期信号。

非周期信号——不满足（1.1-1）式，即不具有周而复始变化规律的信号称为非周期信号。

例如图 1.1-3 所示 $f(t)=e^{-t}$ 为非周期信号。

广义地说，非周期信号也可看作周期无限大的周期信号，而周期信号当周期趋于无限大时就转变为非周期信号。

如果两个周期信号 $f_1(t)$和$f_2(t)$ 的周期具有公倍数，则二者和 $f(t)=f_1(t)+f_2(t)$ 也是周期信号，其周期为二个信号周期的最小公倍数。

例 1.1-5　信号 $f(t)=\sin t+\cos 2t$，其中 $\sin t$ 是周期信号，周期为 $T_1=2\pi$，$\cos 2t$ 也是周期信号，周期为 $T_2=\pi$，T_1，T_2 的最小公倍数为 2π，因此 $f(t)$ 是一个周期为 $T=2\pi$ 的周期信号。

4．能量信号与功率信号

能量信号——在无限大的时间间隔内，信号的能量为有限值、平均功率为零的信号称为能量信号。

信号能量定义为

$$E=\int_{-\infty}^{+\infty}f^2(t)dt \tag{1.1-2}$$

信号平均功率定义为

$$P = \lim_{T_0 \to \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t) dt \tag{1.1-3}$$

功率信号——在无限大的时间间隔内，信号的总能量无限大，信号的平均功率为有限值的信号称为功率信号。

周期信号一定是功率信号。对于一般非周期信号，如果信号的能量有限，该信号为能量信号，如果能量无限则可能为功率信号。

1.2 信号的基函数表示法与正交函数

已经证实，将信号 $f(t)$ 表示为一组基本函数（简称为基函数）的线性组合，易于数学实现和具体应用。选择适当的基函数，可以使信号的表示法得到统一的一般性信号表示形式，有利于不同形式信号之间的分析和比较。

1.2.1 信号的基函数表示法

设 $\Phi_0(t), \Phi_1(t), \cdots, \Phi_N(t)$ 为一组基函数，N 可取无穷大，则任意信号 $f(t)$ 可表示为

$$f(t) = \sum_n a_n \Phi_n(t) \qquad (n\ \text{为任意整数}) \tag{1.2-1}$$

即 $f(t)$ 可表示为一组基函数的线性组合。

要使 $f(t)$ 表示某一个具体的信号，关键是如何选择最佳基函数和确定系数 a_n。由于实际应用（1.2-1）式时，只能取有限项，因此 a_n 系数为有限个。信号的基函数表示法期望能独立地确定任意一项的系数，这一性质称为系数的终结性。已经证明，基函数为正交函数集时，$f(t)$ 的基函数表示具有系数的终结性。

1.2.2 函数的正交性

1．正交函数

设 $f_1(t)$、$f_2(t)$ 为定义在某一时间区间 $(t_1 < t < t_2)$ 内的两个函数。下面讨论两个函数的正交性。

类似矢量投影的方法，可以用 $f_1(t)$ 在 $f_2(t)$ 中的投影分量 $C_{12} f_2(t)$ 近似表示 $f_1(t)$，即

$$f_1(t) \approx C_{12} f_2(t) \qquad (t_1 < t < t_2) \tag{1.2-2}$$

这种近似表示所产生的近似误差用函数 $\varepsilon(t)$ 表示为

$$\varepsilon(t) = f_1(t) - C_{12} f_2(t) \tag{1.2-3}$$

式中 C_{12} 为待定系数，C_{12} 的选择应使 $f_1(t)$ 和 $C_{12} f_2(t)$ 达到最佳的近似程度，为此采用最小平均误差能量作为“最佳近似”的标准，即有

$$\overline{\varepsilon^2}(t) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [f_1(t) - C_{12} f_2(t)]^2 dt \tag{1.2-4}$$

要获得使 $\overline{\varepsilon^2}(t)$ 达到最小的 C_{12}，应有

$$\frac{d\overline{\varepsilon^2}(t)}{dC_{12}}=0 \tag{1.2-5}$$

即
$$\frac{d}{dC_{12}}\left\{\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2}[f_1(t)-C_{12}f_2(t)]^2dt\right\}=0$$

或
$$\frac{1}{t_2-t_1}\left\{\int_{t_1}^{t_2}\frac{d}{dC_{12}}f_1^2(t)dt-2\int_{t_1}^{t_2}\frac{d}{dC_{12}}[C_{12}f_1(t)f_2(t)]dt+\int_{t_1}^{t_2}\frac{d}{dC_{12}}[C_{12}^2f_2^2(t)]dt\right\}=0$$

求导后有
$$C_{12}\int_{t_1}^{t_2}f_2^2(t)dt=\int_{t_1}^{t_2}f_1(t)f_2(t)dt$$

所以
$$C_{12}=\frac{\int_{t_1}^{t_2}f_1(t)f_2(t)dt}{\int_{t_1}^{t_2}f_2^2(t)dt} \tag{1.2-6}$$

上式表明，当 $C_{12}=0$ 时，$f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 无相似之处，或者说 $f_1(t)$ 中不包含 $f_2(t)$ 的分量，称 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 在区间 (t_1,t_2) 内正交。故得两函数的正交条件为

$$\int_{t_1}^{t_2}f_1(t)f_2(t)dt=0 \tag{1.2-7}$$

当 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 是复函数时，正交条件为

$$\int_{t_1}^{t_2}f_1(t)\overline{f_2(t)}dt=\int_{t_1}^{t_2}\overline{f_1(t)}f_2(t)dt=0 \tag{1.2-8}$$

$\overline{f_1(t)}$、$\overline{f_2(t)}$ 为 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的复共轭。

凡正交的函数称为正交函数。

当 $0<C_{12}<1$ 时，两函数不正交，具有一定的相关性，$f_1(t)$ 中包含了 $f_2(t)$ 的分量，C_{12} 为分量系数，也称为相关系数。当 $C_{12}=1$ 时，$f_1(t)=f_2(t)$，两函数完全相等。

例 1.2-1　函数 $\cos t$ 与 $\sin t$ 在区间 $(0,2\pi)$ 是正交的，因为二者满足正交条件

$$C_{12}=\frac{\int_0^{2\pi}\cos t\sin tdt}{\int_0^{2\pi}\sin^2 tdt}=0$$

例 1.2-2　设 $f(t)$ 为一方波函数如图 1.2-1 所示，试用正弦波 $\sin t$ 在 $(0,2\pi)$ 区间内最佳地近似表示 $f(t)$。

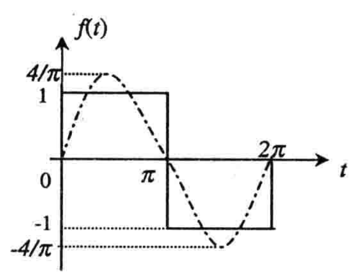


图　1.2-1

解：由图 1.2-1 知，方波 $f(t)$ 的函数表达式为

$$f(t)=\begin{cases}1 & 0<t<\pi\\ -1 & \pi<t<2\pi\end{cases}$$

在区间 $(0,2\pi)$ 内，$f(t)$ 可近似表示为

$$f(t)\approx C_{12}\sin t$$

由（1.2-6）式可得系数 C_{12} 为

$$C_{12}=\frac{\int_0^{2\pi}f(t)\sin tdt}{\int_0^{2\pi}\sin^2 tdt}=\frac{\int_0^{\pi}\sin tdt-\int_{\pi}^{2\pi}\sin tdt}{\pi}=\frac{4}{\pi}$$

所以 $$f(t)\approx\frac{4}{\pi}\sin t$$

$\frac{4}{\pi}$就是$f(t)$与正弦波的相关系数。

2．正交函数集

设n个函数$f_1(t),f_2(t),\cdots,f_n(t)$构成了一个函数集，若在区间$(t_1,t_2)$内，这些函数满足下列正交条件

$$\begin{cases}\int_{t_1}^{t_2}f_i(t)f_j(t)dt=0 \quad i\neq j\\ \int_{t_1}^{t_2}f_i^2(t)dt=K_i\end{cases} \tag{1.2-9}$$

则称此函数集为正交函数集。若常数$K_i=1$，则为归一化正交函数集。

在区间(t_1,t_2)内，任一个函数$f(t)$都可以用n个正交函数的线性组合来近似表示

$$\begin{aligned}f(t)&\approx C_1f_1(t)+C_2f_2(t)+\cdots+C_nf_n(t)\\&=\sum_{i=1}^{n}C_if_i(t)\end{aligned} \tag{1.2-10}$$

上式为$f(t)$的基函数表示式，类似地C_i为基函数近似表达式中的相关系数，下面推导相关系数C_i的计算公式。

为求得（1.2-10）式均方误差最小时的相关系数C_i，设均方误差为

$$\overline{\varepsilon^2}(t)=\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2}[f(t)-\sum_{n=1}^{N}C_nf_n(t)]^2dt$$

令 $$\frac{d\overline{\varepsilon^2}}{dC_i}=0$$

则 $$\frac{d}{dC_i}\left\{\int_{t_1}^{t_2}[f(t)-\sum_{n=1}^{N}C_nf_n(t)]^2dt\right\}=0$$

即 $$\int_{t_1}^{t_2}\frac{d}{dC_i}\left\{f^2(t)-2f(t)[\sum_{n=1}^{N}C_nf_n(t)]+[\sum_{n=1}^{N}C_nf_n(t)]^2\right\}dt=0$$

对C_i求导后有 $$\int_{t_1}^{t_2}\left\{-2f(t)f_i(t)+2[\sum_{n=1}^{N}C_nf_n(t)]f_i(t)\right\}dt=0$$

由正交条件 $\int_{t_1}^{t_2}f_i(t)f_j(t)dt=0\,(i\neq j)$可得

$$\int_{t_1}^{t_2}f(t)f_i(t)dt=\int_{t_1}^{t_2}C_if_i^2(t)dt$$