

最优化方法应用分析

刘兴高 胡云卿 李国栋
林芯羽 周游 著



科学出版社

014013867

0242. 23

27

最优化方法应用分析

刘兴高 胡云卿 李国栋 著
林芯羽 周游



科学出版社

北京

0242. 23
27



北航

C1700596

内 容 简 介

本书系统讲述如何使用最优化科学来解决实际问题并创造最优化价值。精心选取了石油、化工、机械、冶金、能源、电力电子、航空航天、运输、通信、计算、网络、农业、生物、医药、经济、管理等领域的七十多个应用实例，系统阐述了最优化方法在各行各业的广泛应用。详细给出了实际优化问题，从优化模型的建立到优化模型的求解计算，一直到优化结果的分析与比较的全过程，通俗易懂，使读者近距离全面了解优化技术是如何解决实际问题的。

本书可作为高等院校自动化、控制、系统工程、工业工程、计算机、应用数学、经济、管理、化工、材料、机械、能源等相关专业的教材，也可作为有关研究人员和工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

最优化方法应用分析/刘兴高等著. —北京:科学出版社,2014. 1

ISBN 978-7-03-038962-6

I. ①最… II. ①刘… III. ①最优化算法-应用-研究 IV. ①O242.23

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 251262 号

责任编辑:杨向萍 张 宇 / 责任校对:宣 慧

责任印制:张 倩 / 封面设计:蓝正设计

科 学 出 版 社 出 版

北京市东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

骏杰印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 1 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2014 年 1 月第一次印刷 印张:20 1/2

字数: 413 000

定价: 98.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前　　言

通俗地讲,在一定限制条件下寻求某种决策方案,使所希望的指标达到最优的问题,就是最优化问题。在人们生产生活的实践当中,这样的问题比比皆是,上至诸如国家宏观层面的南水北调水指标如何最优分配、农村地区能源系统如何整体优化、西部地区能源消费结构如何最优调整,中至诸如城市电网的最优负荷配送、工厂生产计划的最优化、人力资源的最优配置,下至诸如反应器、内燃机、发电机、换热器等系统的最优设计,高压容器壳体、减速器传动比、生物量生长速率等部件或参数的优化,一日三餐的合理配餐等。这样的问题也涉及社会行业的各个方面,如石化行业的气液平衡数据拟合、混合物化学组成确定、热裂解反应器优化,机械、能源行业的最优设计、最优分配、整体优化,电力电子、航空航天行业的有功负荷最优分配、光伏发电系统效率最优化、航空发动机高速旋转轴优化设计,物联网行业的中转仓运输优化、通信及网络系统优化、计算系统可靠性问题优化,农业、生物、医药行业的酵酒酵母生产乙醇问题优化、水稻育苗问题优化、药物配方问题优化,经济、管理行业的GDP最优预测、基金最佳投资方案问题、产销问题的最优决策等。这些具体的问题,不仅处处存在,而且往往成为某类共性的普遍问题。

最优化科学为这些问题的解决提供了有力的支撑,它告诉人们在一切可能的方案中如何选择才能达到最佳效果。它可以分为三个层次:①最优化理论;②最优化方法;③实践与应用。其中,位于第一层次的最优化理论,主要研究从具体问题得到的数学模型的分类、性质、解的特点等信息;第二层次的最优化方法,则是基于最优化理论提炼得到的求解上述数学模型的计算方法;最优化方法只有在具体学科中进行实践与应用才能体现其自身的价值,即第三层次“到实践中去”的过程,也是使用最优化科学解决实际问题来创造最优化价值的过程。

本书内容侧重最优化科学的第三个层次“实践与应用”,主要特点如下:第一,精心选取了石油、化工、机械、冶金、能源、电力电子、航空航天、运输、通信、计算、网络、农业、生物、医药、经济、管理等领域的七十多个应用实例,阐述最优化方法在各行各业的广泛应用;第二,详细地给出了问题建模、优化计算与分析的全过程,通俗易懂,让读者近距离了解优化技术是如何解决实际问题的;第三,本书使用的数值优化算法均由作者所在的研究组自主开发,经过严格测试,形成了具有我国自主知识产权的优化软件包,书中也给出了研究组自主知识产权的主要程序代码,相关测试信息请参见研究组网站(<http://mypage.zju.edu.cn/liuxinggao>)。

读者如需详细、深入了解本书使用的数值优化算法,请参考作者所著的《应用最优化方法及 MATLAB 实现》一书。

全书共 6 章。按先后顺序分别介绍最优化方法在石油、化工、机械、冶金、能源、电力电子、航空航天、运输、通信、计算、网络、农业、生物、医药、经济、管理等领域中的应用。除 1.13 节外,每章的每小节介绍一个应用实例。实例分为问题描述、优化计算与分析两大部分。问题描述部分详细呈现了从问题提出到问题优化数学模型建立的全过程。优化计算与分析部分,先根据建立的优化模型判断优化问题的类型,选择相应的优化算法进行求解,每种算法在第一次使用时,都给出相应的算法原理流程图和算法的具体实现代码,以帮助读者更好地理解掌握本书介绍的算法;然后给出优化计算所需的调用命令以及计算结果,并将计算结果代入实际问题,赋予计算结果物理意义,对解做可行性分析或灵敏度分析等;最后,将书中结果与国内外公开报道的文献结果或 MATLAB 自带优化函数求解的计算结果进行详细对比分析,验证本书优化算法的正确性和优劣性。

本书的读者群是高等院校自动化、控制、系统工程、工业工程、计算机、应用数学、经济、管理、化工、材料、机械、能源等理工科专业的本科高年级学生、研究生,科研院所的研究人员和相关领域的工程技术人员。研究组的博士生刘平、马亮、张森、付尧以及硕士生许森琪等参与了本书的撰写工作,在此一并致谢。限于作者水平,书中疏漏之处在所难免,欢迎读者批评指正。

作 者

2013 年 5 月于浙江大学求是园

目 录

前言

第1章 最优化方法在石油、化工领域中的应用	1
1.1 热裂解反应器的优化	1
1.1.1 问题描述	1
1.1.2 优化计算与分析	5
1.2 烷基化过程的优化	14
1.2.1 问题描述	14
1.2.2 优化计算与分析	18
1.3 气液平衡数据的拟合	22
1.3.1 问题描述	22
1.3.2 优化计算与分析	25
1.4 炼油厂生产计划问题	28
1.4.1 问题描述	28
1.4.2 优化计算与分析	31
1.5 精馏塔回流比的优化	33
1.5.1 问题描述	33
1.5.2 优化计算与分析	36
1.6 发电机组燃料的最优分配问题	40
1.6.1 问题描述	40
1.6.2 优化计算与分析	42
1.7 连续搅拌槽式反应器的优化设计	43
1.7.1 问题描述	43
1.7.2 优化计算与分析	45
1.8 平衡混合物的化学组成的确定	46
1.8.1 问题描述	46
1.8.2 优化计算与分析	48
1.9 Gilliland 曲线的拟合	50
1.9.1 问题描述	50
1.9.2 优化计算与分析	51
1.10 混合池问题	55

1.10.1 问题描述	55
1.10.2 优化计算与分析	57
1.11 换热器系列的优化设计	58
1.11.1 问题描述	58
1.11.2 优化计算与分析	60
1.12 冷却器的优化设计	61
1.12.1 问题描述	61
1.12.2 优化计算与分析	62
1.13 其他应用实例	67
1.13.1 全循环干燥器干燥过程的优化	67
1.13.2 两阶段过程系统的优化设计	68
1.13.3 三阶段过程系统的优化设计	69
1.13.4 热交换器网络的优化	70
1.13.5 反应器网络的优化设计	72
1.13.6 抽水系统的优化	73
参考文献	74
第2章 最优化方法在机械、冶金、能源领域中的应用	76
2.1 曲柄摇杆机构再现给定轨迹的最优设计	76
2.1.1 问题描述	76
2.1.2 优化计算与分析	81
2.2 内燃机配气凸轮的优化设计	82
2.2.1 问题描述	82
2.2.2 优化计算与分析	85
2.3 链传动的优化设计	87
2.3.1 问题描述	87
2.3.2 优化计算与分析	90
2.4 摆块机构的最优设计	91
2.4.1 问题描述	91
2.4.2 优化计算与分析	94
2.5 二级圆柱齿轮减速器传动比最优分配的设计	95
2.5.1 问题描述	95
2.5.2 优化计算与分析	98
2.6 三级圆柱齿轮减速器传动比最优分配的设计	103
2.6.1 问题描述	103
2.6.2 优化计算与分析	106

2.7 高压容器壳体的优化设计	109
2.7.1 问题描述	109
2.7.2 优化计算与分析	111
2.8 等负载螺纹螺母的优化设计	113
2.8.1 问题描述	113
2.8.2 优化计算与分析	115
2.9 齿轮泵的优化设计	117
2.9.1 问题描述	117
2.9.2 优化计算与分析	119
2.10 圆柱螺旋弹簧的优化设计	122
2.10.1 问题描述	122
2.10.2 优化计算与分析	125
2.11 电弧炉炼钢的优化配料	126
2.11.1 问题描述	126
2.11.2 优化计算与分析	128
2.12 烧结生产系统中烧结矿的优化配料	129
2.12.1 问题描述	129
2.12.2 优化计算与分析	131
2.13 西部地区能源消费结构优化	133
2.13.1 问题描述	133
2.13.2 优化计算与分析	137
2.14 发电企业煤结构的最优混配	138
2.14.1 问题描述	138
2.14.2 优化计算与分析	140
2.15 农村地区能源系统的整体优化	141
2.15.1 问题描述	141
2.15.2 优化计算与分析	144
参考文献	145
第3章 最优化方法在电力电子、航空航天领域中的应用	147
3.1 有功负荷的最优分配	147
3.1.1 问题描述	147
3.1.2 优化计算与分析	149
3.2 电网架线的最优规划方案	150
3.2.1 问题描述	150
3.2.2 优化计算与分析	152

3.3 城市电网规划的负荷预测	154
3.3.1 问题描述	154
3.3.2 优化计算与分析	156
3.4 光伏发电系统的效率最优化研究	157
3.4.1 问题描述	157
3.4.2 优化计算与分析	159
3.5 感应电机控制的效率优化问题	160
3.5.1 问题描述	160
3.5.2 优化计算与分析	164
3.6 永磁同步电机最大转矩电流比控制的效率优化方法	165
3.6.1 问题描述	165
3.6.2 优化计算与分析	168
3.7 锅炉-涡轮发电系统的优化设计	169
3.7.1 问题描述	169
3.7.2 优化计算与分析	173
3.8 BUCK DC/DC 变换器的最优设计	175
3.8.1 问题描述	175
3.8.2 优化计算与分析	180
3.9 单相 Boost PFC 变换器的最优设计	181
3.9.1 问题描述	181
3.9.2 优化计算与分析	187
3.10 航空发动机高速旋转轴的优化设计	188
3.10.1 问题描述	188
3.10.2 优化计算与分析	191
参考文献	192
第4章 最优化方法在运输、通信、计算、网络领域中的应用	193
4.1 产销不平衡运输优化问题	193
4.1.1 问题描述	193
4.1.2 优化计算与分析	195
4.2 带中转仓库的运输优化问题	196
4.2.1 问题描述	196
4.2.2 优化计算与分析	199
4.3 BMZ 公司配件运输优化问题	200
4.3.1 问题描述	200
4.3.2 优化计算与分析	202

4.4 南水北调水指标的优化分配问题	204
4.4.1 问题描述	204
4.4.2 优化计算与分析	208
4.5 停车场选址优化问题	211
4.5.1 问题描述	211
4.5.2 优化计算与分析	212
4.6 通信系统可靠性最优分配问题	213
4.6.1 问题描述	213
4.6.2 优化计算与分析	215
4.7 马尔可夫型排队网络流量的最优控制	216
4.7.1 问题描述	216
4.7.2 优化计算与分析	218
4.8 网络的数据传输优化问题	219
4.8.1 问题描述	219
4.8.2 优化计算与分析	221
4.9 分布式和集中式认知无线电系统频谱能耗优化	223
4.9.1 问题描述	223
4.9.2 优化计算与分析	226
4.10 给定余度下可重构计算系统的可靠性优化问题	228
4.10.1 问题描述	228
4.10.2 优化计算与分析	232
参考文献	233
第5章 最优化方法在农业、生物、医药领域中的应用	234
5.1 发酵法产氢问题的优化	234
5.1.1 问题描述	234
5.1.2 优化计算与分析	235
5.2 酿酒酵母生产乙醇问题的优化	236
5.2.1 问题描述	236
5.2.2 优化计算与分析	242
5.3 芒麻新型生物酶脱胶问题的优化	247
5.3.1 问题描述	247
5.3.2 优化计算与分析	249
5.4 药物配方问题的优化	250
5.4.1 问题描述	250
5.4.2 优化计算与分析	251

5.5 水稻育苗问题的优化	253
5.5.1 问题描述	253
5.5.2 优化计算与分析	254
5.6 作物种植比例问题的优化	255
5.6.1 问题描述	255
5.6.2 优化计算与分析	257
5.7 温室番茄光合作用问题的优化	259
5.7.1 问题描述	259
5.7.2 优化计算与分析	261
5.8 毛竹林丰产年龄结构问题的优化	262
5.8.1 问题描述	262
5.8.2 优化计算与分析	264
5.9 草地放牧系统生物量生长速率问题的优化	266
5.9.1 问题描述	266
5.9.2 优化计算与分析	268
5.10 饲料配方问题的优化	268
5.10.1 问题描述	268
5.10.2 优化计算与分析	271
参考文献	272
第6章 最优化方法在经济、管理领域中的应用	273
6.1 证券组合投资问题	273
6.1.1 问题描述	273
6.1.2 优化计算与分析	274
6.2 成品油供应链的最优化问题	276
6.2.1 问题描述	276
6.2.2 优化计算与分析	281
6.3 GDP 预测模型的拟合	282
6.3.1 问题描述	282
6.3.2 优化计算与分析	285
6.4 人力资源配置问题	286
6.4.1 问题描述	286
6.4.2 优化计算与分析	289
6.5 基金最佳投资方案问题	290
6.5.1 问题描述	290
6.5.2 优化计算与分析	294

6.6 广告媒体策划问题	296
6.6.1 问题描述	296
6.6.2 优化计算与分析	299
6.7 生产计划问题	300
6.7.1 问题描述	300
6.7.2 优化计算与分析	304
6.8 产销调运经济问题	306
6.8.1 问题描述	306
6.8.2 优化计算与分析	308
6.9 配料问题	310
6.9.1 问题描述	310
6.9.2 优化计算与分析	311
6.10 合理配餐问题	312
6.10.1 问题描述	312
6.10.2 优化计算与分析	315
参考文献	316

第1章 最优化方法在石油、化工领域中的应用

1.1 热裂解反应器的优化

1.1.1 问题描述

用“产率矩阵”描述的反应器系统，每种反应物都会转化成确定的产品。当反应物种类较多时，通过对各反应物的量进行优化，使产品在达到生产量和需求限制的前提下，实现利润的最大化或者成本的最小化。在石蜡催化裂解的生产问题上，线性规划技术已经被广泛采用。本节通过对如图 1-1 所示的热裂解反应进行优化，阐明线性规划的应用。

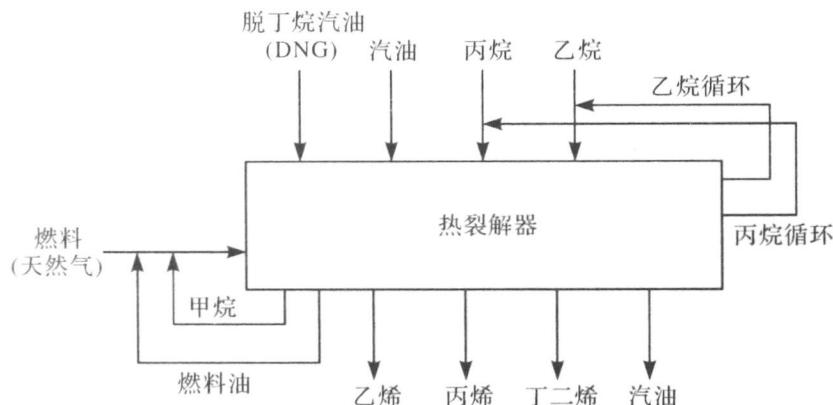


图 1-1 热裂解反应的流程图

对于石蜡的热裂解反应，不同进料及其对应的产品分布如表 1-1 所示。可用的进料包括乙烷、丙烷、汽油和脱丁烷汽油（以下简称 DNG）。基于工厂数据，按照表 1-1 所示矩阵，将会以不同比例生产出八种产品。裂解器的气相进料最大负荷为 200000lb^①/h（基于平均混合物的总流量）。对裂解器的负荷，每磅乙烷等价于 1.1lb 的乙烯，每磅丙烷、汽油、DNG 分别等价于 0.9lb、0.9lb、1.0lb 的乙烯。

下游过程存在对产品产量的限制，乙烯的产量限制为 50000lb/h，丙烯的产量限制为 20000lb/h。对各种类型的进料，热裂解反应器运行所需的热量如表 1-2 所示。

热裂解反应器生产的乙烷和丙烷可作为进料循环利用，同时，生产的甲烷和

① lb 为非法定计量单位，1lb=0.453592kg。

燃料油可作为燃料循环利用。从外部添加的燃料为天然气,天然气、甲烷和燃料油的热值如表 1-3 所示。进料成本、产品价格、燃料价格的组成如表 1-4 所示。

表 1-1 产品结构(质量分数)

产品	进料				产品	进料			
	乙烷	丙烷	汽油	DNG		乙烷	丙烷	汽油	DNG
甲烷	0.07	0.25	0.10	0.15	丙烯	0.01	0.15	0.15	0.18
乙烷	0.40	0.06	0.04	0.05	丁二烯	0.01	0.02	0.04	0.05
乙烯	0.50	0.35	0.20	0.25	汽油	0.01	0.07	0.25	0.30
丙烷	—	0.10	0.01	0.01	燃料油	—	—	0.21	0.01

表 1-2 不同进料热裂解所需的热量 (单位:Btu/lb)

进料类型	所需热量
乙烷	8364
丙烷	5016
汽油	3900
DNG	4553

表 1-3 各种燃料的热值 (单位:Btu/lb)

燃料	热值
天然气	21520
甲烷	21520
燃料油	18000

表 1-4 进料成本、产品价格和燃料价格 (单位:美分/lb)

进料	价格	产品	价格	燃料	价格
乙烷	6.55	乙烯	17.75	天然气	5.38
丙烷	9.73	丙烯	13.79	—	—
汽油	12.50	丁二烯	26.64	—	—
DNG	10.14	汽油	9.93	—	—

高温分解过程中必然存在热损失,这部分热损失的燃料需要固定为 $20.0 \times 10^6 \text{ Btu}^\text{①}/\text{h}$ 。

如何选择乙烷、丙烷、汽油、DNG 的进料量,才能使得该热裂解反应器单位时间内的收益最大化?

对进入和离开裂解器的流量,定义如下变量(单位为 lb/h):

x_1 为外部乙烷进料量;

① Btu 为非法定计量单位, $1 \text{ Btu} = 1.05506 \times 10^3 \text{ J}$ 。

x_2 为外部丙烷进料量；

x_3 为汽油进料量；

x_4 为 DNG 进料量；

x_5 为乙烷循环量；

x_6 为丙烷循环量；

x_7 为外部添加的燃料量。

在建模求解过程中，作如下假设：

(1) 热裂解产生的所有乙烷和丙烷，都作为进料循环利用。

(2) 热裂解产生的所有甲烷和燃料油，都作为燃料循环利用。

目标函数

以小时为单位，单位时间内该热裂解反应器的利润 f 表示为

$$f = \text{产品价值} - \text{原料成本} - \text{能耗成本}$$

乙烯价值为

$$\text{value}_1 = 17.75(0.50x_1 + 0.50x_5 + 0.35x_2 + 0.35x_6 + 0.20x_3 + 0.25x_4)$$

丙烯价值为

$$\text{value}_2 = 13.79(0.01x_1 + 0.01x_5 + 0.15x_2 + 0.15x_6 + 0.15x_3 + 0.18x_4)$$

丁二烯价值为

$$\text{value}_3 = 26.64(0.01x_1 + 0.01x_5 + 0.02x_2 + 0.02x_6 + 0.04x_3 + 0.05x_4)$$

汽油价值为

$$\text{value}_4 = 9.93(0.01x_1 + 0.01x_5 + 0.07x_2 + 0.07x_6 + 0.25x_3 + 0.30x_4)$$

以上四项相加，得到总的产品价值为

$$\text{value} = 9.39x_1 + 9.51x_2 + 9.17x_3 + 11.23x_4 + 9.39x_5 + 9.51x_6$$

原料成本为

$$\text{cost}_1 = 6.55x_1 + 9.73x_2 + 12.50x_3 + 10.14x_4$$

能耗成本为

$$\text{cost}_2 = 5.38x_7$$

综上所述，为使该热裂解反应器单位时间内的收益最大化，可令目标函数为

$$f(\mathbf{x}) = 2.84x_1 - 0.22x_2 - 3.33x_3 + 1.09x_4 + 9.39x_5 + 9.51x_6 - 5.38x_7$$

(1.1.1)

约束条件

(1) 由裂解器的生产能力为 200000lb/h，得

$$1.1(x_1 + x_5) + 0.9(x_2 + x_6) + 0.9x_3 + 1.0x_4 \leq 200000$$

整理得

$$1.1x_1 + 0.9x_2 + 0.9x_3 + 1.0x_4 + 1.1x_5 + 0.9x_6 \leq 200000 \quad (1.1.2)$$

(2) 由乙烯的产量限制为 50000lb/h, 得

$$0.5x_1 + 0.35x_2 + 0.25x_3 + 0.25x_4 + 0.5x_5 + 0.35x_6 \leq 50000 \quad (1.1.3)$$

(3) 由丙烯的产量限制为 20000lb/h, 得

$$0.01x_1 + 0.15x_2 + 0.15x_3 + 0.18x_4 + 0.01x_5 + 0.15x_6 \leq 20000 \quad (1.1.4)$$

(4) 乙烯循环量为

$$x_5 = 0.4x_1 + 0.4x_5 + 0.06x_2 + 0.06x_6 + 0.04x_3 + 0.05x_4$$

整理得

$$0.4x_1 + 0.06x_2 + 0.04x_3 + 0.05x_4 - 0.6x_5 + 0.06x_6 = 0 \quad (1.1.5)$$

(5) 丙烷循环量为

$$x_6 = 0.1x_2 + 0.1x_6 + 0.01x_3 + 0.01x_4$$

整理得

$$0.1x_2 + 0.01x_3 + 0.01x_4 - 0.9x_6 = 0 \quad (1.1.6)$$

(6) 热量的约束。

燃料燃烧产生的总热量(单位为 Btu/h)为

$$\begin{aligned} Q_1 &= 21520x_7 + 21520(0.07x_1 + 0.25x_2 + 0.10x_3 + 0.15x_4 + 0.07x_5 + 0.25x_6) \\ &\quad + 18000(0.21x_3 + 0.01x_4) \\ &= 1506.4x_1 + 5380x_2 + 5932x_3 + 3408x_4 + 1506.4x_5 + 5380x_6 + 21520x_7 \end{aligned}$$

裂解所需要的热量(单位为 Btu/h)为

$$\begin{aligned} Q_2 &= 8364(x_1 + x_5) + 5016(x_2 + x_6) + 3900x_3 + 4533x_4 \\ &= 8364x_1 + 5016x_2 + 3900x_3 + 4533x_4 + 8364x_5 + 5016x_6 \end{aligned}$$

根据能量守恒, 有

$$Q_1 = Q_2 + 20000000$$

即

$$\begin{aligned} &-6857.6x_1 + 364x_2 + 2032x_3 - 1145x_4 - 6857.6x_5 + 364x_6 + 21520x_7 \\ &= 20000000 \end{aligned} \quad (1.1.7)$$

数学模型

通过整理式(1.1.1)~式(1.1.7), 得到如下数学模型:

$$\begin{aligned} \max f(\mathbf{x}) &= 2.84x_1 - 0.22x_2 - 3.33x_3 + 1.09x_4 + 9.39x_5 \\ &\quad + 9.51x_6 - 5.38x_7 \end{aligned}$$

$$\text{s. t. } 0.4x_1 + 0.06x_2 + 0.04x_3 + 0.05x_4 - 0.6x_5 + 0.06x_6 = 0$$

$$0.1x_2 + 0.01x_3 + 0.01x_4 - 0.9x_6 = 0$$

$$\begin{aligned}
 & -6857.6x_1 + 364x_2 + 2032x_3 - 1145x_4 - 6857.6x_5 \\
 & + 364x_6 + 21520x_7 = 20000000 \\
 & -1.1x_1 - 0.9x_2 - 0.9x_3 - 1.0x_4 - 1.1x_5 - 0.9x_6 \geq -200000 \\
 & -0.5x_1 - 0.35x_2 - 0.25x_3 - 0.25x_4 - 0.5x_5 - 0.35x_6 \geq -50000 \\
 & -0.01x_1 - 0.15x_2 - 0.15x_3 - 0.18x_4 - 0.01x_5 - 0.15x_6 \geq -20000 \\
 & x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 7
 \end{aligned} \tag{1.1.8}$$

1.1.2 优化计算与分析

这是一个带非负约束的线性规划问题,可以用两阶段改进型单纯形法进行求解。两阶段改进型单纯形法的算法流程如图 1-2 所示。

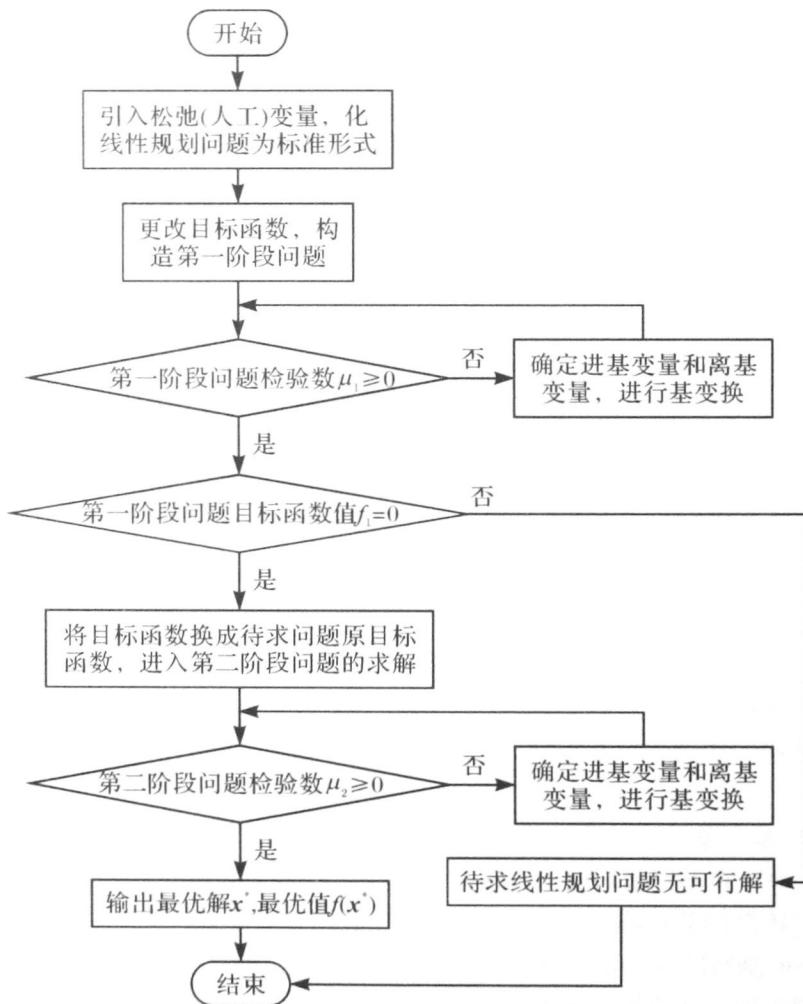


图 1-2 两阶段改进型单纯形法的算法流程图

基于图 1-2 所示的两阶段改进型单纯形法算法原理,开发了具有自主知识产权的线性规划求解函数 LP_simplex_standard_general,其主要功能函数程序