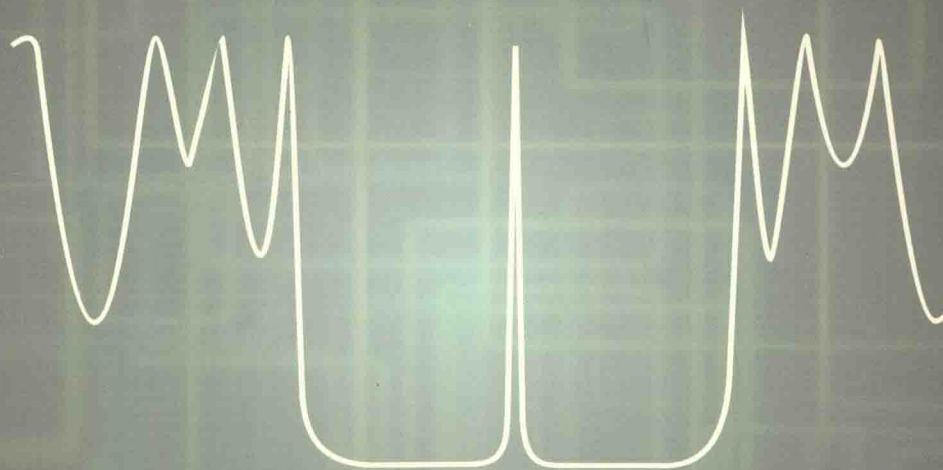


信息材料与应用技术丛书

光子、声子晶体 的传输理论

Transfer Theory of
Photonic
and Phononic crystal

刘启能 刘沁 著



科学出版社

信息材料与应用技术丛书

光子、声子晶体的传输理论

刘启能 刘 沁 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书介绍了一维光子、声子晶体的传输理论和传输特性。传输理论方面重点介绍了传输矩阵法、色散法、共振理论、干涉理论。传输特性方面重点介绍了能带特性、缺陷模特性、滤波特性、全反射隧穿特性。

本书可供从事光子、声子晶体的理论和应用研究的科技人员、研究生阅读。

图书在版编目(CIP)数据

光子、声子晶体的传输理论 / 刘启能, 刘沁著. —北京: 科学出版社, 2013.10

(信息材料与应用技术丛书)

ISBN 978-7-03-038893-3

I. ①光… II. ①刘… ②刘… III. ①光子-晶体-信息传输 ②声子-晶体-信息传输 IV. ①TN919.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 245253 号

责任编辑: 杨 岭 黄 嘉 / 责任校对: 郭瑞芝

责任印制: 邝志强 / 封面设计: 墨创文化

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

成都创新包装印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 10 月第 一 版 开本: B5 (720 × 1000)

2013 年 10 月第一次印刷 印张: 13 3/4

字数: 265 000

定价: 65.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

光子、声子晶体是一类结构参数在空间呈周期性变化的人造带隙材料，由于波在光子、声子晶体中传播时会与光子、声子晶体的周期结构发生相互作用，从而产生波带隙。利用光子、声子晶体的带隙可以十分方便地控制波的传播，从而使得光子、声子晶体在现代科学技术上具有十分广泛的应用前景。因此，光子、声子晶体的研究备受国内外研究者的重视和关注，成为目前物理学科前沿的一个活跃的研究领域。

作者所带领的科研团队于2004年开始对一维光子、声子晶体的传输理论进行系统的研究，在一维光子、声子晶体的传输矩阵、色散方法的建立，一维光子、声子晶体缺陷模的共振理论和干涉理论的建立，一维受限光子、声子晶体模型的建立，一维光子、声子晶体全反射隧穿效应的共振理论和干涉理论的建立等方面都取得了丰富成果。本书将这些成果做了系统的整理后奉献给读者，作为科研参考之用。

本书共有8章内容，各章内容大致如下：第1章介绍光子晶体的概念，并重点介绍一维光子晶体的三种研究方法，即特征矩阵法、传输矩阵法和色散法；第2章介绍一维光子晶体的能带和缺陷模特性，并介绍材料的吸收对一维光子晶体的能带和缺陷模特性的影响，以及一维掺杂光子晶体的滤波特性；第3章介绍三种典型一维受限光子晶体模型，即一维平板光子晶体、一维矩形光子晶体、一维圆柱光子晶体，并重点介绍三种典型一维受限光子晶体中光的模式特征、能带特征和缺陷模特性；第4章介绍一维光子晶体全反射隧穿效应，并重点介绍一维光子晶体全反射隧穿效应的共振理论和干涉理论；第5章介绍声子晶体的概念，并重点介绍一维声子晶体的两种研究方法，即转移矩阵法和色散法；第6章介绍一维声子晶体的能带和缺陷模特性，介绍材料的吸收对一维声子晶体的能带和缺陷模特性的影响，以及一维掺杂声子晶体的滤波特性；第7章介绍三种典型的一维受限声子晶体模型，即一维平板声子晶体、一维矩形声子晶体、一维圆柱声子晶体，并重点介绍三种典型一维受限声子晶体中光的模式特征、能带特征和缺陷模特性；第8章介绍一维声子晶体全反射隧穿效应，并重点介绍一维声子晶体全反射隧穿效应的共振理论和干涉理论。

由于作者水平有限，书中不妥之处在所难免，热忱欢迎读者给予批评指正。

刘启能 刘 沁

2013年2月

目 录

前言

第 1 章 一维光子晶体的传输方法	(1)
1.1 光子晶体的概念与性质	(1)
1.1.1 光子晶体的分类	(1)
1.1.2 光子晶体的性质	(1)
1.1.3 光子晶体的研究方法	(2)
1.2 一维光子晶体的特征矩阵	(3)
1.2.1 TE 波的特征矩阵	(3)
1.2.2 TM 波的特征矩阵	(4)
1.3 一维光子晶体的传输矩阵	(7)
1.3.1 分层介质系统的传输矩阵	(8)
1.3.2 传输矩阵法与特征矩阵法的比较	(10)
1.4 色散函数法和解析法	(12)
1.4.1 色散函数法	(12)
1.4.2 能带的解析法	(13)
参考文献	(16)
第 2 章 一维光子晶体的能带和缺陷模	(18)
2.1 无吸收情况下的能带	(18)
2.1.1 小周期数光子晶体的能带	(18)
2.1.2 大周期数光子晶体的能带	(21)
2.2 有吸收情况下的能带	(21)
2.2.1 光在吸收介质中传播的处理方法	(22)
2.2.2 吸收对能带的影响	(22)
2.3 无吸收情况下的缺陷模特性	(23)
2.3.1 入射角对缺陷模的影响	(24)
2.3.2 杂质折射率对缺陷模的影响	(25)
2.3.3 杂质厚度对缺陷模的影响	(25)
2.4 光子晶体的滤波器的理论设计	(26)

2.4.1	可调谐滤波器的设计标准	(26)
2.4.2	可调谐光子晶体滤波器的设计原理	(26)
2.4.3	多通道滤波器	(29)
2.5	有吸收情况下的缺陷模	(31)
2.5.1	消光系数对缺陷模的影响	(32)
2.5.2	周期数对缺陷模的影响	(33)
2.6	色散对能带和缺陷模的影响	(34)
2.6.1	色散模型	(34)
2.6.2	色散对能带的影响	(35)
2.6.3	色散对缺陷模的影响	(38)
2.7	光子晶体缺陷模的理论解释	(41)
2.7.1	缺陷模的共振理论	(41)
2.7.2	缺陷模的干涉理论	(46)
2.8	含负折射率光子晶体的能带	(51)
2.8.1	能带随入射角的变化特征	(52)
2.8.2	能带随折射率的变化特征	(53)
2.8.3	能带随光学厚度的变化特征	(54)
2.9	光子晶体中光场的分布	(55)
2.9.1	光场的分布公式	(55)
2.9.2	光强的分布特征	(56)
	参考文献	(61)
第3章	一维横向受限光子晶体	(62)
3.1	一维平板光子晶体的能带和缺陷模	(62)
3.1.1	一维平板光子晶体的能带	(62)
3.1.2	一维平板掺杂光子晶体的缺陷模	(66)
3.2	一维圆柱光子晶体的能带和缺陷模	(69)
3.2.1	一维圆柱光子晶体的能带	(69)
3.2.2	一维圆柱掺杂光子晶体的缺陷模	(74)
3.3	一维矩形光子晶体能带和缺陷模	(77)
3.3.1	一维矩形光子晶体的能带	(78)
3.3.2	一维矩形掺杂光子晶体的缺陷模	(81)
	参考文献	(85)
第4章	全反射隧穿效应	(86)
4.1	全反射隧穿现象	(86)
4.1.1	模型	(86)

4.1.2	全反射隧穿现象的特征	(87)
4.2	全反射隧穿效应的共振理论	(91)
4.2.1	模型	(91)
4.2.2	共振理论	(92)
4.3	全反射隧穿效应的干涉理论	(96)
4.3.1	一维小周期数光子晶体	(96)
4.3.2	一维大周期数光子晶体	(101)
	参考文献	(106)
第 5 章	一维声子晶体的传输方法	(108)
5.1	声子晶体的概念与性质	(108)
5.1.1	声子晶体的分类	(108)
5.1.2	声子晶体的性质	(108)
5.2	弹性波的基础理论	(109)
5.2.1	弹性波	(109)
5.2.2	弹性波的波动方程	(110)
5.2.3	吸收介质中弹性波	(110)
5.3	垂直入射一维声子晶体的转移矩阵	(111)
5.4	固-流结构声子晶体的转移矩阵	(113)
5.4.1	转移矩阵	(113)
5.4.2	色散法	(116)
5.5	固-固结构声子晶体的转移矩阵	(117)
5.6	SH 波的转移矩阵及其色散关系	(120)
5.6.1	转移矩阵	(120)
5.6.2	色散关系	(123)
	参考文献	(123)
第 6 章	一维声子晶体的能带和缺陷模	(125)
6.1	正入射情况下的能带和缺陷模	(125)
6.1.1	声子晶体的能带	(125)
6.1.2	吸收对能带的影响	(127)
6.1.3	声子晶体的缺陷模	(130)
6.1.4	吸收对缺陷模的影响	(133)
6.2	固-流结构声子晶体的能带和缺陷模	(135)
6.2.1	能带特征	(136)
6.2.2	缺陷模特征	(138)
6.2.3	多通道声滤波	(141)

6.2.4	缺陷模的共振理论	(144)
6.2.5	缺陷模的干涉理论	(149)
6.3	固-固结构声子晶体的能带和缺陷模	(153)
6.3.1	固-固结构声子晶体的能带	(153)
6.3.2	固-固掺杂声子晶体的缺陷模	(157)
6.4	SH波在声子晶体中的能带和缺陷模	(160)
6.4.1	SH波的能带	(161)
6.4.2	缺陷模特征	(162)
	参考文献	(163)
第7章	一维横向受限声子晶体的能带和缺陷模	(165)
7.1	一维平板声子晶体中的能带和缺陷模	(165)
7.1.1	能带特征	(165)
7.1.2	缺陷模特征	(168)
7.2	一维矩形声子晶体中的能带和缺陷模	(170)
7.2.1	能带特征	(170)
7.2.2	缺陷模特征	(174)
7.3	一维圆柱形声子晶体中的能带和缺陷模	(176)
7.3.1	能带特征	(176)
7.3.2	缺陷模特征	(180)
	参考文献	(183)
第8章	声子晶体的全反射隧穿效应	(184)
8.1	全反射隧穿效应	(184)
8.1.1	小周期数声子晶体的全反射隧穿效应	(184)
8.1.2	大周期数声子晶体的全反射隧穿效应	(189)
8.1.3	SH波的全射隧穿效应	(191)
8.2	全反射隧穿效应的共振理论	(194)
8.2.1	模型	(194)
8.2.2	共振理论	(195)
8.3	全反射隧穿效应的干涉理论	(199)
8.3.1	一维小周期数声子晶体	(199)
8.3.2	一维大周期数声子晶体	(204)
	参考文献	(208)
索引		(210)

第 1 章 一维光子晶体的传输方法

1.1 光子晶体的概念与性质

光子晶体的概念是由S.John和E.Yablonovitch^[1,2]在1987年分别提出来的。所谓光子晶体就是其折射率呈周期性变化的人造带隙材料。光在光子晶体中传播时会与光子晶体的周期结构发生相互作用，从而产生带隙。利用光子晶体的带隙可以十分方便地控制光波的传播，因此光子晶体在现代科学技术上有着十分广阔的应用前景。这使得对光子晶体的研究成为目前光学的前沿领域内一个活跃的问题。

1.1.1 光子晶体的分类

按照组成光子晶体的介质排列方式的不同，可将其分为一维、二维和三维光子晶体。所谓一维光子晶体是指介质折射率在空间一个方向具有周期性分布的光子晶体材料。简单结构的一维光子晶体通常由两种介质交替叠层而成，在垂直于介质层方向上介电常数是空间位置的周期性函数，而在平行于介质层平面的方向上介电常数不随空间位置变化。一维光子晶体在结构上最为简单，易于制备，但是它却具有其他高维光子晶体的基本特性。因此，对一维光子晶体的研究成为光子晶体研究领域内的重要内容。

二维光子晶体是指在二维空间各方向上具有光子频率禁带特性的材料，它是由许多介质杆平行而均匀地排列而成的。这种结构在垂直于介质杆的方向上(两个方向)介电常数是空间位置的周期性函数，而在平行于介质杆的方向上介电常数不随空间位置而变化。

三维光子晶体是指在三维空间各方向上具有光子频率禁带特性的材料。三维光子晶体具有全方位的光子带隙，即落在带隙中的光在任何方向都被禁止传播。这一特性具有极其重要的应用前景。

1.1.2 光子晶体的性质

光子晶体自诞生以来，在短短的20多年里，迅速成为光学前沿领域研究的热点课题，主要是因为光子晶体具有光子禁带，能控制光的传播状态、抑制自发辐

射, 引入缺陷后产生光子局域等独特的性质。

光子晶体的最重要特性是具有光子带隙, 落在带隙中的光是被禁止传播的。光子带隙的存在会带来许多重要的应用。光子晶体的周期性结构可以抑制自发辐射。爱因斯坦曾经认为, 自发辐射是不可控制的, 它必将不可避免地受激吸收和受激发射共存。现在利用光子晶体有可能改变这一论断。自发辐射的几率与光子所在频率的态的数目成正比。当原子被放在一个光子晶体里面, 而它自发辐射的光频率正好落在光子禁带中时, 由于该频率光子的态的数目为零, 因此自发辐射几率为零, 自发辐射也就被抑制。利用光子晶体也可以增强自发辐射, 如在光子晶体中加入杂质, 光子禁带中会出现品质因子非常高的缺陷态, 具有很大的态密度, 这就增加了该频率光子的态数目, 从而实现自发辐射的增强。

光子晶体的另一个主要特性是光子局域。所谓光子晶体的光子局域是指当光子晶体存在周期缺陷时, 会在原来的光子禁带中出现频率很窄的缺陷态, 和缺陷态频率吻合的光子有可能被局域在缺陷位置, 一旦其偏离缺陷处, 光就将迅速衰减。利用光子晶体的光子局域性质可以有效地实现对光子的控制。

1.1.3 光子晶体的研究方法

这里简单介绍几种在光子晶体的研究中用得比较广泛的基本计算方法。

(1) 平面波展开法。平面波展开法是光子晶体计算中使用最早的一种, 多用于二维光子晶体和三维光子晶体的计算。它是应用布洛赫定理把介电常数和电场或磁场用平面波展开, 将Maxwell方程组化成一个本征方程, 求解本征方程即可得到光子能带。该方法是一种近似的数值算法, 其计算结果的准确性与展开级数的收敛快慢有关。

(2) 特征矩阵法。特征矩阵法(传输矩阵法)是利用Maxwell方程和电磁波的边界条件, 将光子晶体的每层介质的光传输特性转换成矩阵形式, 即特征矩阵, 将光在整个光子晶体中的传输关系转换成矩阵的运算关系。该方法是一种精确的数值算法, 多用于一维光子晶体的计算。由于特征矩阵法是一种精确的数值算法, 因此它优于其他近似的数值算法。

(3) 多重散射法。多重散射法是将光子晶体作为散射体置于开放系统中, 当电磁波与散射体相互作用时要产生散射波, 通过求解散射波的展开系数可求得散射振幅、传输系数, 进而获得散射波的能带结构。多重散射法多用于二维光子晶体和三维光子晶体的计算。

(4) 时域有限差分法。时域有限差分法是直接把含时间变量的Maxwell方程在Yee氏网格空间中转化为差分方程。在这种差分格式中, 每个网格点上的电场或磁

场分量仅与它相邻的磁场或电场分量及上一时间步该点的场值有关，在每一时间步计算网格空间各点的电场和磁场分量，随着时间步的推进就能直接模拟电磁波的传播及其与物体的相互作用过程。时域有限差分法多用于二维光子晶体和三维光子晶体的计算。

1.2 一维光子晶体的特征矩阵

特征矩阵法是研究电磁波在一维分层介质系统中传输的经典方法，也是研究一维光子晶体的主要方法。关于特征矩阵的推导，在很多光学书上都能够找到，如玻恩的《光学原理》。这里将相应的公式列出。

一维光子晶体由折射率分别为 n_1 和 n_2 的两种材料交替组成，厚度分别为 d_1 和 d_2 ，一个周期厚度为 $d_1 + d_2$ ，共有 N 个周期，入射空间折射率为 n_0 ，透射空间折射率为 n_t ，如图1.2.1所示。对于TE波的特征矩阵，很多文献里都有推导，这里直接给出结果。这里仅推导TE波的特征矩阵。

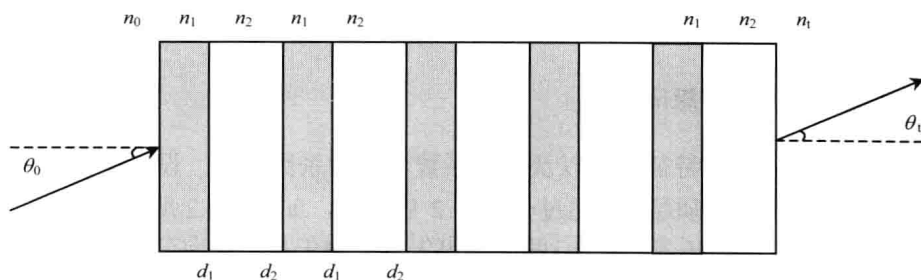


图1.2.1 一维光子晶体

1.2.1 TE波的特征矩阵

TE波在每层介质中的传输特性都可用一个 2×2 的特征矩阵表示，对于第 j 层介质，其特征矩阵为^[3]

$$\begin{bmatrix} \cos \delta_j & -\frac{i}{p_j} \sin \delta_j \\ -ip_j \sin \delta_j & \cos \delta_j \end{bmatrix} \quad (1.2.1)$$

式中， $\delta_j = (2\pi/\lambda) n_j d_j \cos \theta_j$ ； θ_j 是光线在该介质层中与界面法线方向的夹角； λ 为入射光的波长。对于TE波， $p_j = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} n_j \cos \theta_j$ 。

一维光子晶体一个基本周期单元的特征矩阵为

$$\mathbf{M}_0 = \begin{bmatrix} \cos \delta_1 & -\frac{i}{p_1} \sin \delta_1 \\ -ip_1 \sin \delta_1 & \cos \delta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_2 & -\frac{i}{p_2} \sin \delta_2 \\ -ip_2 \sin \delta_2 & \cos \delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (1.2.2)$$

一维光子晶体整体的特征矩阵为

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0^N = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}^N = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (1.2.3)$$

一维光子晶体的反射系数 r 和透射系数 t 分别为

$$r = \frac{(M_{11} + M_{12}p_t)p_0 - (M_{21} + M_{22}p_t)}{(M_{11} + M_{12}p_t)p_0 + (M_{21} + M_{22}p_t)}, \quad t = \frac{2p_0}{(M_{11} + M_{12}p_t)p_0 + (M_{21} + M_{22}p_t)} \quad (1.2.4)$$

其中, 下标 0 表示入射空间; t 表示出射空间。一维光子晶体的反射率 R 和透射率 T 分别为

$$R = |r|^2, \quad T = \frac{p_t}{p_0} |t|^2 \quad (1.2.5)$$

1.2.2 TM 波的特征矩阵

下面推导 TM 波的特征矩阵以及反射系数和透射系数公式。设 TM 波从介质 1 入射到厚度为 d_2 的介质层 2, 通过介质层 2 后透射, 如图 1.2.2 所示。

在图 1.2.2 中, E_1 和 H_1 表示界面 1 两侧的电矢量和磁矢量的切向分量, E_2 和 H_2 表示界面 2 两侧的电矢量和磁矢量的切向分量。对于界面 1, 切向分量 E_1 和 H_1 连续, 有

$$E_1 = E_{1i} \cos \theta_1 - E_{1r} \cos \theta_1 = E_{1t} \cos \theta_2 - E'_{2r} \cos \theta_2 \quad (1.2.6)$$

$$H_1 = H_{1i} + H_{1r} = H_{1t} + H'_{2r} = n_2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_{1t} + E'_{2r}) \quad (1.2.7)$$

光从界面 1 到界面 2 的位相差为 $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} n_2 d_2 \cos \theta_2$, 因此有

$$E_{2i} = e^{i\beta} E_{1t}, \quad H_{2i} = e^{i\beta} H_{1t}, \quad E_{2r} = e^{-i\beta} E'_{2r}, \quad H_{2r} = e^{-i\beta} H'_{2r} \quad (1.2.8)$$

对于界面 2, 切向分量 E_2 和 H_2 连续, 有

$$E_2 = E_{2t} \cos \theta_3 = E_{2i} \cos \theta_2 - E_{2r} \cos \theta_2 = E_{1t} e^{i\beta} \cos \theta_2 - E'_{2r} e^{-i\beta} \cos \theta_2 \quad (1.2.9)$$

$$H_2 = H_{2t} = H_{2i} + H_{2r} = H_{1t} e^{i\beta} + H'_{2r} e^{-i\beta} = n_2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_{1t} e^{i\beta} + E'_{2r} e^{-i\beta}) \quad (1.2.10)$$

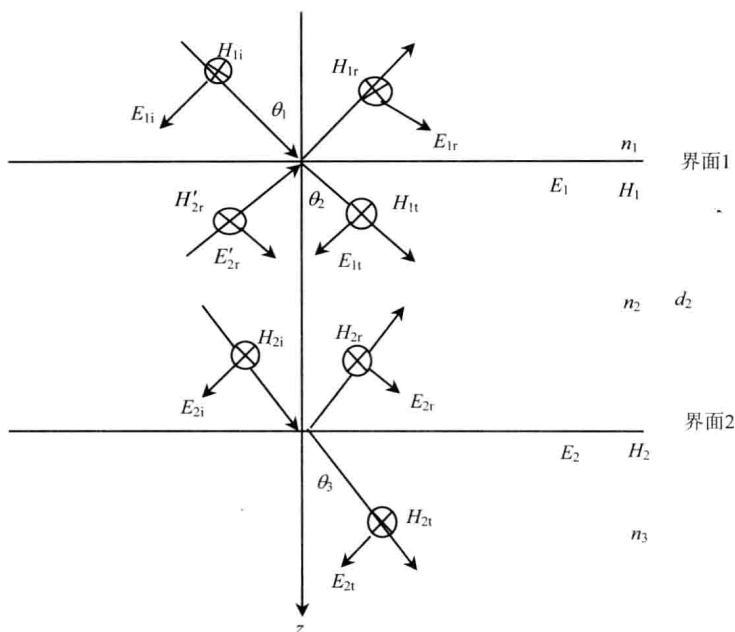


图1.2.2 TM波在介质层中传播

由式(1.2.9)和式(1.2.10)得

$$E_{1t} e^{i\beta} = \frac{1}{2} \left(E_2 / \cos \theta_2 + \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} H_2 / n_2 \right) \quad (1.2.11)$$

$$E'_{2r} e^{-i\beta} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} H_2 / n_2 - E_2 / \cos \theta_2 \right) \quad (1.2.12)$$

将式(1.2.11)和式(1.2.12)代入到式(1.2.6)和式(1.2.7)得

$$E_1 = \cos \beta E_2 - i \sin \beta \frac{1}{\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \frac{n_2}{\cos \theta_2}}} H_2 \quad (1.2.13)$$

$$H_1 = -i \sin \beta \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \frac{n_2}{\cos \theta_2}} E_2 + \cos \beta H_2 \quad (1.2.14)$$

将式(1.2.13)和式(1.2.14)表示为矩阵关系

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ H_1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & -i \sin \beta / p_2 \\ -i p_2 \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_2 \\ H_2 \end{bmatrix}, \quad p_2 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \frac{n_2}{\cos \theta_2}} \quad (1.2.15)$$

其特征矩阵为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -i \sin \beta / P_2 \\ -i P_2 \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (1.2.16)$$

TM 波的反射系数 $r = E_{1r} / E_{1i}$ 和透射系数 $t = E_{2t} / E_{1i}$ 满足

$$\begin{bmatrix} (1-r) \cos \theta_1 E_{1i} \\ (1+r) n_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{2t} \cos \theta_3 \\ n_3 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{1i} t \cos \theta_3 \\ n_3 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} t E_{1i} \end{bmatrix} \quad (1.2.17)$$

展开式(1.2.17)得

$$(1-r) \cos \theta_1 = \left(M_{11} \cos \theta_3 + M_{12} n_3 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \right) t \quad (1.2.18)$$

$$(1+r) n_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} = \left(M_{21} \cos \theta_3 + M_{22} n_3 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \right) t \quad (1.2.19)$$

由式(1.2.18)和式(1.2.19)解出反射系数和透射系数分别为

$$r = -\frac{(M_{11} + M_{12} P_3) P_1 - (M_{21} + M_{22} P_3)}{(M_{11} + M_{12} P_3) P_1 + (M_{21} + M_{22} P_3)}, \quad t = \frac{2 P_1 \cos \theta_1 / \cos \theta_3}{(M_{11} + M_{12} P_3) P_1 + (M_{21} + M_{22} P_3)} \quad (1.2.20)$$

其中, $P_1 = n_1 \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} / \cos \theta_1$, $P_3 = n_3 \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} / \cos \theta_3$ 。式(1.2.20)和式(1.2.4)是有区别的, TM 波的反射系数公式与 TE 波的反射系数公式还相差一个“-”号; TM 波的透射系数公式与 TE 波的透射系数公式还相差一个系数 $\cos \theta_1 / \cos \theta_3$ 。

TM 波沿 z 轴的入射能流密度 S_{iz} 、反射能流密度 S_{rz} 、透射能流密度 S_{tz} 满足

$$S_{iz} = \frac{1}{2} n_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E_{1i}|^2 \cos \theta_1, \quad S_{rz} = \frac{1}{2} n_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E_{1r}|^2 \cos \theta_1, \quad S_{tz} = \frac{1}{2} n_3 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E_{2t}|^2 \cos \theta_3 \quad (1.2.21)$$

光强的反射率 R 和透射率 T 分别为

$$R = S_{rz} / S_{iz} = |r_{\text{TM}}|^2, \quad T = S_{tz} / S_{iz} = \frac{n_3 \cos \theta_3}{n_1 \cos \theta_1} |t_{\text{TM}}|^2 \quad (1.2.22)$$

取 $n_1 = 1$ (空气), $n_2 = 1.8$ (氧化铝), $n_3 = 2.38$ (硫化锌), $d_2 = 200\text{nm}$, $\lambda = 600\text{nm}$ 。

利用式(1.2.22)计算出反射率 R 和透射率 T 随入射角的响应曲线, 如图1.2.3所示。在图1.2.3中, 虚线为反射率曲线, 点划线为透射率曲线, 实线为 $R + T$ 随入射角的响应曲线。由图1.2.3看出, 入射角在 $0 \sim \pi/2$ 内变化时, 恒有 $R + T = 1$, 这表明由 TM 波的反射系数和透射系数公式推出的反射率 R 和透射率 T 满足能量守恒, 从而验证了上述 TM 波的反射系数和透射系数公式的正确性。

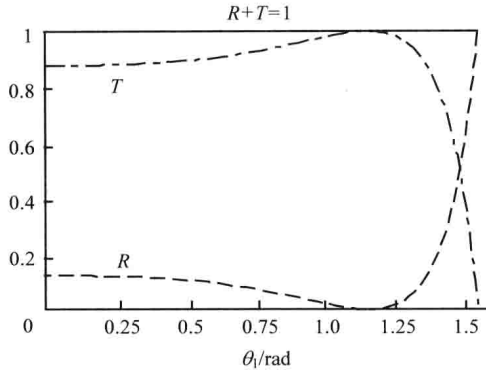


图1.2.3 反射率和透射率随入射角的响应曲线

利用式(1.2.20)考察TM波和TE波垂直入射的情况下其反射波与入射波的位相关系,如图1.2.4所示。由图1.2.4看出,当TM波垂直入射时,其反射波的电矢量 E_{1r} 与入射波的电矢量 E_{1i} 方向相反,即是反相的;而当TE波垂直入射时,其反射波的电矢量 E_{1r} 与入射波的电矢量 E_{1i} 方向相同,即是同相的。

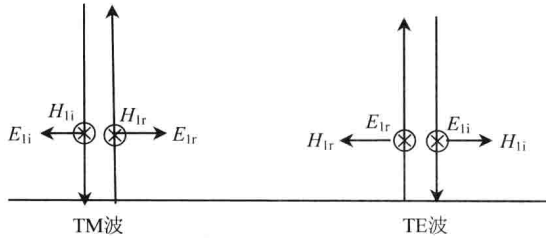


图1.2.4 TM波和TE波垂直入射其反射波与入射波的位相

由式(1.2.20)可直接得出在垂直入射情况下TM波的反射系数为

$$r_{\text{TM}} = -r_{\text{TE}} \quad (1.2.23)$$

式(1.2.23)正是图 1.2.4 中反映出的结果,即垂直入射时 TM 波的反射波与入射波的位相关系和 TE 波的情况相反。因此,式(1.2.20)不仅能够反映反射波与入射波的数量关系,而且还能反映反射波与入射波的位相关系。

利用上述公式可以计算一维有限周期光子晶体的能带结构。其中,透射率 $T=0$ 对应光子晶体的禁带,透射率 $T>0$ 对应光子晶体的导带。这种计算方法称为特征矩阵法。

1.3 一维光子晶体的传输矩阵

前面介绍的特征矩阵法是将单层介质作为分层介质系统的“最小基本单元”,

推导出单层介质对应的特征矩阵，整个分层介质系统的特征矩阵则由各单层介质的特征矩阵的乘积得到。但是，仔细分析分层介质系统的结构就会知道，单层介质并不是分层介质系统的“最小基本单元”，单层介质是由两个界面夹一段介质组成，因此界面和一段介质才是分层介质系统的“最小基本单元”。由于特征矩阵法将单层介质作为分层介质系统的“最小基本单元”，因此对于小于“最小基本单元”的单个界面或一段介质上电磁波的传输问题，特征矩阵法就无法解决。

特征矩阵法作为研究电磁波在分层介质系统中传输的经典方法，不能解决电磁波通过单个界面或一段介质的传输问题确实是一个遗憾。为了弥补特征矩阵法的这个遗憾，下面将界面和一段介质分别作为分层介质系统的“最小基本单元”，推导出比特征矩阵法更基本、使用范围更广的新方法——传输矩阵法^[4,5]。

1.3.1 分层介质系统的传输矩阵

设分层介质系统的界面垂直于 z 轴，在第 i 层介质中沿 z 轴正方向和负方向传播的电磁波的电场分别表示为 $E_i^+ e^{i(k_i \cos \theta_i z - \omega t)}$ 和 $E_i^- e^{i(k_i \cos \theta_i z + \omega t)}$ ，其中， θ_i 为波传播方向与 z 轴夹角， k_i 为波矢， ω 为圆频率。可以引入一个二维电场波矢 \mathbf{E}_i ，即

$$\mathbf{E}_i = \{ E_i^+ e^{i(k_i \cos \theta_i z - \omega t)}, E_i^- e^{i(k_i \cos \theta_i z + \omega t)} \} \quad (1.3.1)$$

来同时描述介质中沿 z 轴正方向和负方向传播的电磁波的电场。当电场波矢 \mathbf{E}_i 通过一个“系统”后转变为电场波矢 \mathbf{E}_j ， \mathbf{E}_i 和 \mathbf{E}_j 可以表示为以下矩阵关系，即

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{m} \mathbf{E}_j \quad (1.3.2)$$

其中， \mathbf{m} 为一个 2×2 矩阵，称为该“系统”的传输矩阵。

分层介质系统实际上是由“界面”和“一段介质”两个“最小基本单元”组合而成的，下面分别推导电场波矢在这两个“最小基本单元”上的传输矩阵。

设电磁波从第 i 层介质传到相邻的第 j 层介质，第 i 层介质中电场波矢 \mathbf{E}_i 为

$$\mathbf{E}_i = \{ E_i^+ e^{i(k_i \cos \theta_i z - \omega t)}, E_i^- e^{i(k_i \cos \theta_i z + \omega t)} \}$$

第 j 层介质中电场波矢 \mathbf{E}_j 为

$$\mathbf{E}_j = \{ E_j^+ e^{i(k_j \cos \theta_j z - \omega t)}, E_j^- e^{i(k_j \cos \theta_j z + \omega t)} \}$$

先推导 TE 波在界面处的传输矩阵，如图 1.3.1 所示。由界面处电场 \mathbf{E} 和磁场 \mathbf{H} 的切向分量连续有

$$E_i^+ + E_i^- = E_j^+ + E_j^- \quad (1.3.3)$$

$$H_i^+ \cos \theta_i - H_i^- \cos \theta_i = H_j^+ \cos \theta_j - H_j^- \cos \theta_j \quad (1.3.4)$$

将 $\mathbf{H} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n \mathbf{E}$ 代入式(1.3.4)得