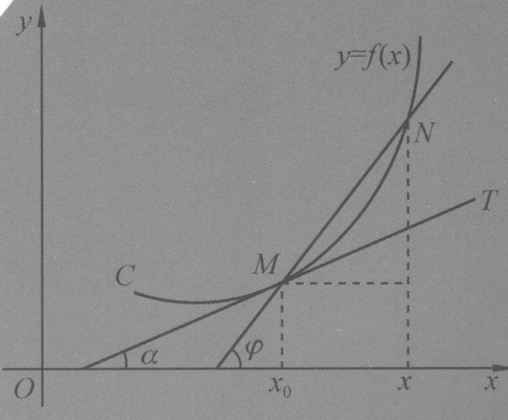
新世纪高等学校教材
普通高等教育精品教材

# 高等数学

GAODENG SHUXUE

冯喜全　饶三平　主　编
陈　嫄　金本清　程贤锋　副主编




北京师范大学出版集团

新世纪高等学校教材

普通高等教育精品教材



# 高等数学

GAODENG SHUXUE

冯喜全　饶三平　主　编
陈　嫄　金本清　程贤锋　副主编



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学 / 冯喜全，饶三平主编. —北京：北京师范大学出版社，2013.8（2013.9重印）

ISBN 978-7-303-16744-9

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①冯…②饶… Ⅲ. ①高等数学－高等学校－教材 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 172738 号

营销中心电话 010-58802181 58805532
北师大出版社高等教育分社网 http://gaojiao.bnup.com
电子信箱 gaojiao@bnupg.com

出版发行：北京师范大学出版社 www.bnup.com
北京新街口外大街 19 号
邮政编码：100875
印　　刷：北京中印联印务有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：170 mm × 230 mm
印　　张：21
字　　数：390 千字
版　　次：2013 年 8 月第 1 版
印　　次：2013 年 9 月第 2 次印刷
定　　价：36.00 元

策划编辑：胡廷兰　范　林　　责任编辑：兰小银
美术编辑：毛　佳　　装帧设计：毛　佳
责任校对：李　菡　　责任印制：孙文凯

# 前　言

高等数学是高等院校各专业的重要基础课，它既为各专业后续课程的学习准备必要的数学知识与方法，又对学生科学思维的训练起着重要的作用．本书根据教育部制订的“高等数学课程教学基本要求”，由多年来一直从事高等数学教学工作的一线优秀教师执笔编写，参阅了相关的优秀教材，结合本校教学为理工类及经管类各专业学生编写了本书．全书系统地讲解了高等数学的基础知识和基本方法，主要内容包括函数、极限与连续、导数与微分、中值定理及导数的应用、不定积分、定积分及其应用、空间解析几何与向量代数、多元函数微分学、二重积分、无穷级数、常微分方程．本书共分十章，注重数学理论和实际应用的结合，主要体现在以下几个方面．

1. 本书在内容编排上注意与初等数学的衔接性和高等数学前后知识的连贯性，结合学生的特点，注重从具体到抽象的认知，由浅入深，突出重点、难点．

2. 作为高等数学教材，本书内容全面、结构严谨、推理严密、详略得当，力图培养学生严谨的科学精神和创新能力．本书注重基本概念的引入，大胆简化了一些理论性过强且烦琐的证明，淡化定理的证明过程，突出具体计算，尽量给以直观解释，强调知识的应用性．

3. 本书的例题都是精心编选的，解答是对题目的精透剖析，有利于学生掌握相关的概念、理论和方法．各章节之后配备了足量的各种类型的习题供学生练习，在例题、习题搭配上，前后呼应，通过练习巩固所学知识．书后还附有练习题答案，便于自行检查及自学．

4. 为了与现行的中学教学相衔接，本书在适当章节中介绍了反三角函数、极坐标的概念及有关结论．为了开阔学生视野，激发学生的学习数学的兴趣，还适当编入了与数学知识和内容相关的背景介绍和数学家简介．

本书由南昌工程学院理学系的冯喜全老师、饶三平老师主编，陈嫄老师、金本清老师、程贤锋老师副主编．在全书的编写过程中，得到了南昌工程学院教务处处长陆伟锋教授博士及南昌工程学院理学系易敏副教授、温秋根副教授、龚建华副教授等人的热心指导和大力支持，在此对他们表示深深的感谢！

尽管我们在出版前经过了多次仔细的修改与校正，但难免还有缺点和疏漏之处，恳请使用本书的教师和读者给予批评指正．

编　者

2013 年 4 月

# 微积分学简介

## 微积分学

微积分(calculus，拉丁语意为用来计数的小石头)是高等数学中研究函数的微分(differentiation)、积分(integration)以及有关概念和应用的数学分支，它是数学的一个基础学科，并成为了现代大学教育的重要组成部分．微积分学是一门研究变化的科学，正如几何学是研究空间的科学一样．

微积分学在科学、经济学和工程学领域有广泛的应用，用来解决那些仅依靠代数学不能有效解决的问题．微积分学在代数学、三角学和解析几何学的基础上建立起来，并包括微分学、积分学两大分支．微分学包括求导数的运算，是一套关于变化率的理论，它使得函数、速度、加速度和曲线的斜率等均可用一套通用的符号进行演绎．积分学包括求积分的运算，为定义和计算面积、体积等提供一套通用的方法．微积分学基本定理指出，微分和积分互为逆运算，这也是两种理论被统一成微积分学的原因．我们可以以两者中任意一者为起点来讨论微积分学，但是在教学中一般会先引入微分学．

微积分学的发展与应用几乎影响了现代生活的所有领域．它与大部分科学分支关系密切，特别是物理学、经济学亦经常会用到微积分学．几乎所有现代技术，如建筑、航空等都以微积分学作为基本数学工具．

## 历史背景

积分的起源很早，古希腊时期就有用穷尽的方法来求特殊图形面积的研究．阿基米德用内接正多边形的周长来

穷尽圆周长，而求得圆周率的近似值；也用一连串的三角形来填充抛物线的图形，以求得其面积．这些都是穷尽法的古典例子．

文艺复兴之后，基于实际的需要及理论的探讨，积分技巧有了进一步的发展．譬如为了航海的方便，杰拉杜斯·麦卡托发明了所谓的麦卡托投影法，使得地图上的直线就是航海时保持定向的斜驶线．

17 世纪是微积分学的酝酿时期，观念在摸索中，计算是个别的，应用也是个别的．而后戈特弗里德·威廉·莱布尼茨和艾萨克·牛顿两人几乎同时使微积分观念成熟，澄清微、积分之间的关系，使计算系统化，并且把微积分大规模使用到几何与物理研究上．学术界曾对于谁发明微积分有极大的争论，两人亦曾为争夺微积分的发明权诉诸皇家学会仲裁．在他们创立微积分以前，人们把微分和积分视为独立的学科，之后才确实划分出“微积分学”这门学科．而“微积分”之名与其使用之运算符号则是莱布尼茨所创．

在牛顿、莱布尼茨以前，对微分、积分最有贡献的大概要算皮埃尔·德·费马，可惜他未能体会两者之间的密切关系．而牛顿的老师伊萨克·巴罗虽然知道两者之间有互逆的关系，但他不能体会此种关系的意义，其原因之一就是求导数还没有一套有系统的计算方法．古希腊平面几何的成功给予西方数学非常深远的影响：一般认为唯有几何的论证方法才是严谨、真正的数学，代数不过是辅助的工具而已．直到笛卡儿及费马倡导以代数的方法研究几何的问题，这种态度才渐有转变．可是一方面几何思维方式深植人心，而另一方面代数方法仍然未臻成熟，实数系统迟迟未能建立，所以许多数学家仍然固守几何阵营而不能发展出有效的计算方法，巴罗便是其中之一．牛顿虽然背叛了他老师的纯几何观点而发展出了有效的微分方法，可是他迟迟未敢发表．虽然他利用了微积分的技巧，由万有引力及运动定律出发说明了他的宇宙体系，但因害怕当时人的批评，所以在他 1687 年的巨著《自然哲学的数学原理》中仍把微积分的痕迹抹去，而以古典的几何论证方式论述．微积分实际被许多人不断地完善，也离不开巴罗、笛卡儿、费马、惠更斯和沃利斯的贡献．牛顿和莱布尼茨虽然把微积分系统化，但是它还是不够严谨．可是当微积分被成功地用来解决许多问题，却使得 18 世纪的数学家偏向其应用，而少致力于其严谨．当时，微积分学的发展幸而掌握在几个非常优秀的数学家，如欧拉、拉格朗日、拉普拉斯、达朗贝尔及伯努利世家等人的手里．研究的问题由自然现象而来，所以能以自然现象的数据来验合微积分的许多推论，使微积分学不因基础不稳而隐含错误．在这些众数学家的手中，微积分学的范围很快地超过现在大学初阶段所授的微积分课程，而迈向更高深的解析学．发展现代微积分理论的一个动力是

为了解决“切线问题”，另一个是“面积问题”.

**微积分的符号**

微分学中的符号“$\mathrm{d}x$”“$\mathrm{d}y$”等由莱布尼茨首先使用．其中的“d”源自拉丁语中“差”(differentia)的第一个字母．积分符号“$\int$”亦由莱布尼茨所创，它是拉丁语“总和”(summa)的第一个字母“s”的伸长(和“$\Sigma$”有相同的意义).

——维基百科

# 目 录

# 第 1 章　函数、极限与连续

本章学习目标及要求

1. 理解函数、极限与连续的概念.
2. 掌握极限的运算规律及会用性质求简单极限.
3. 掌握极限定义方法判断函数的连续性.
4. 掌握间断点的求法及判别间断点的类型.
5. 掌握闭区间上连续函数的性质.

## §1.1　函　数

### 1.1.1　集合

**(1)集合**

**定义 1**　集合是指某些具有共同特性的对象的总体. 例如，全体实数构成一个集合，一个班级的全体学生构成一个集合，等等. 习惯上我们用大写字母 $A$，$B$，$C$，…表示集合.

集合中的每个对象叫作这个集合的元素. 集合的元素常用小写字母 $a$，$b$，$c$，…表示. 如果 $a$ 是集合 $A$ 的元素，就称 $a$ 属于 $A$，记作 $a\in A$；如果 $a$ 不是集合 $A$ 的元素，就说 $a$ 不属于集合 $A$，记作 $a\notin A$.

在集合之间，存在着"包含"与"相等"的关系. 对于两个集合 $A$ 与 $B$，若集合 $A$ 的任何一个元素都是集合 $B$ 的元素，就称集合 $A$ 包含于集合 $B$，或集合 $B$ 包含集合 $A$，记作 $A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$)，这时也称集合 $A$ 是集合 $B$ 的子集；若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，就称 $A$ 与 $B$ 相等，记作 $A=B$，不含任何元素的集合称为空集，一般用 $\varnothing$ 表示.

**(2)区间**

区间是高等数学中常用的数集，区间分类如下：设 $a$ 和 $b$ 都是实数，且 $a<b$，则数集 $\{x\mid a<x<b\}$，称为开区间，记作 $(a,b)$，即 $(a,b)=\{x\mid a<x<b\}$，其中 $a$ 和 $b$ 称为开区间 $(a,b)$ 的端点，此时，$a\notin(a,b)$ 且 $b\notin(a,b)$；数集 $\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为闭区间，记作 $[a,b]$，即 $[a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$，其中 $a$ 和 $b$ 也称为闭区间 $[a,b]$ 的端点，此时，$a\in[a,b]$ 且 $b\in[a,b]$.

类似地，可定义$[a, b)=\{x \mid a \leqslant x < b\}$，$(a, b]=\{x \mid a < x \leqslant b\}$，$[a, b)$和$(a, b]$都称为半开区间，此外还有无限区间：引入记号$+\infty$（读作正无穷大）及记号$-\infty$（读作负无穷大），则区间$[a, +\infty)=\{x \mid x \geqslant a\}$，$(-\infty, b]=\{x \mid x \leqslant b\}$，$(a, +\infty)=\{x \mid x > a\}$，$(-\infty, b)=\{x \mid x < b\}$，$(-\infty, +\infty)=\{x \mid x \in \mathbf{R}\}$均为无限区间.

**(3)邻域**

**定义 2** 设$a \in \mathbf{R}$，任意实数$\delta > 0$，则数集$\{x \mid |x-a| < \delta\}$，即$(a-\delta, a+\delta)$，称为点$a$的一个$\delta$邻域，记作$U(a, \delta)$（图 1-1），其中点$a$称为此邻域的中心，$\delta$称为此邻域的半径，邻域也可简记为$U(a)$.

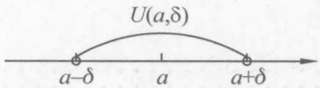



图 1-1

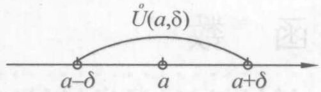



图 1-2

另外，数集$\{x \mid 0 < |x-a| < \delta\}$即$(a-\delta, 0) \cup (0, a+\delta)$称为点$a$的去心$\delta$邻域，记作$\mathring{U}(a, \delta)$（图 1-2），去心邻域也可简记为$\mathring{U}(a)$.

## 1.1.2 常量与变量

在观察各种自然现象或研究实际问题的时候，会遇到很多的量，这些量一般可分为两种：一种是在考察的过程中保持不变的量，这种量称为常量；另外一种是在考察的过程中会起变化的量，称为变量．例如，自由落体的下降时间和下降距离是变量，而落体的质量在这一过程中可以看作常量.

一个量是常量还是变量，是依条件变化而变化的，并不是绝对的，例如，重力加速度就小范围地区来说是常量，但就广大地区来说则是变量.

通常我们用字母$a$，$b$，$c$等表示常量，用字母$x$，$y$，$z$等表示变量.

## 1.1.3 函数概念

**定义 3** 设$A$，$B$是非空数集．若存在对应法则$f$，使得对于$A$中任意数$x$，按照对应法则$f$，$B$中都有唯一一个$f(x)$与之对应，则称$f$是定义在$A$上的函数，表示为$f: A \to B$，或$y=f(x)$，数$x$对应的数$y$称为$x$的函数值，记作$y=f(x)$．$x$称为自变量，$y$称为因变量，数集$A$称为函数$f$的定义域，函数值的集合$\{f(x) \mid x \in A\}$称为函数$f$的值域.

为了表述方便，本书约定在不引起混淆的情况下，用$y=f(x)$，$x \in A$表

示函数 $f$. 当不需要指明函数 $f$ 的定义域时，又可简写为 $y=f(x)$.

关于函数概念的几点说明：

(1)根据函数的定义，每个函数都存在定义域. 对于一个函数，在没有明确指出其定义域时，就认为函数的定义域是使得此函数有意义的实数 $x$ 的集合，而对于具有实际意义的函数，它的定义域要受实际意义的约束.

(2)在上述函数定义中指出："对于 $A$ 中任意数 $x$，按照对应法则 $f$，$B$ 中都有唯一一个 $f(x)$ 与之对应"，这样的对应称为单值对应.

(3)函数的值域是由相应的函数值的全体所组成的集合，并不一定就是 $\mathbf{R}$. 下面举几个函数的例子.

**例1**　函数 $y=C$(其中 $C$ 为常数)，其定义域为 $(-\infty, +\infty)$，值域为 $\{C\}$.

**例2**　正方形的面积 $S$ 与它的边长 $a$ 之间存在着依赖关系：$S=a^2$，当边长 $a$ 在区间 $(0, +\infty)$ 任意取定一个数值时，由上式就可以唯一确定正方形面积 $S$ 的相应数值.

**例3**　函数 $y=|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0, \\ -x, & x<0 \end{cases}$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$，值域为 $[0, +\infty)$. 这个函数称为绝对值函数.

**例4**　"对于任意实数 $x$，对应的 $y$ 是不超过 $x$ 的最大整数."显然，对于任意实数 $x\in\mathbf{R}$，都有唯一一个 $y$ 与之对应. 这是一个函数，记作 $y=[x]$，称为取整函数，定义域为 $\mathbf{R}$，值域为 $\mathbf{Z}$. 例如，$[2.5]=2$，$[3]=3$，$[0]=0$，$[-3.1]=-4$.

**例5**　函数 $y=\begin{cases} 1, & x>0, \\ 0, & x=0, \\ -1, & x<0 \end{cases}$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$，值域为 $\{-1, 0, 1\}$，这种在自变量的不同变化范围中，对应法则用不同式子表示的函数通常称为分段函数.

### 1.1.4　函数的四种特性

#### (1)函数的单调性

**定义4**　设函数 $f(x)$ 在数集 $A$ 上有定义，若对于 $A$ 中任意 $x_1$，$x_2$，不妨设 $x_1<x_2$，有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$ $(f(x_1)\geqslant f(x_2))$，则称 $f(x)$ 在 $A$ 上单调增加(单调减少)，若上述不等式改为 $f(x_1)<f(x_2)$ $(f(x_1)>f(x_2))$，则称 $f(x)$ 在 $A$ 上严格增加(严格减少).

函数 $f(x)$ 在 $A$ 上单调增加、单调减少与严格增加、严格减少，统称为函

数 $f(x)$在 $A$ 上单调．若 $A$ 是区间，则此区间称为函数 $f(x)$的单调区间．

在不要求明确指出是否严格单调的情况下，我们约定把单调增加、严格增加统称为单调增加，把单调减少、严格减少统称为单调减少．

例如，函数 $y=x^2$ 在区间$[0, +\infty)$上单调增加，在区间$(-\infty, 0]$上单调减少；函数 $y=x^3$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调增加．

### (2)函数的奇偶性

**定义 5**　设函数 $f(x)$定义在数集 $A$ 上．若对于任意 $x\in A$，有 $-x\in A$，且 $f(-x)=-f(x)$($f(-x)=f(x)$)，则称函数 $f(x)$是奇函数(偶函数)．

例如，函数 $f(x)=\sin x$ 在其定义域中是奇函数，而函数 $f(x)=\cos x$ 在其定义域中是偶函数．

容易知道，奇函数的图象关于原点对称，偶函数的图象关于 $y$ 轴对称．

### (3)函数的有界性

**定义 6**　设函数 $f(x)$在数集 $A$ 上有定义，若存在实数 $M$，使得对于任意 $x\in A$，都有 $f(x)\leqslant M$($f(x)\geqslant M$)，则称函数 $f(x)$在 $A$ 上有上界(下界)，而 $M$ 称为函数 $f(x)$在 $A$ 上的一个上界(下界)．

若存在正实数 $M$，使得对于任意 $x\in A$，都有 $|f(x)|\leqslant M$，即函数$f(x)$在数集 $A$ 上既有上界又有下界，则称函数 $f(x)$在 $A$ 上有界．若这样的正实数 $M$ 不存在，即对于任意实数 $M$，总存在 $x_0\in A$，使得 $|f(x_0)|>M$，则称函数 $f(x)$在 $A$ 上无界．

例如，函数 $f(x)=\sin x$ 在$(-\infty, +\infty)$内有界，1 是它的一个上界，$-1$ 是它的一个下界；而函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在开区间$(0, 1)$内没有上界，只有下界，所以它在$(0, 1)$内无界．

### (4)函数的周期性

**定义 7**　设函数 $f(x)$的定义域为数集 $A$，若存在 $T\neq 0$，使得对于任意 $x\in A$，有 $x+T\in A$，且 $f(x+T)=f(x)$，则称函数 $f(x)$是周期函数，$T$ 是函数 $f(x)$的一个周期．

若 $T$ 是函数 $f(x)$的周期，则 $2T$ 也是它的周期，这是因为 $f(x+2T)=f(x+T+T)=f(x+T)=f(x)$，不难用数学归纳法证明，若 $T$ 是函数 $f(x)$的周期，则 $kT(k\in\mathbf{Z}^+)$也是它的周期．若函数 $f(x)$有最小正周期，通常将最小正周期称为函数的周期．

例如，函数 $\sin x$，$\cos x$ 都是以 $2\pi$ 为周期的周期函数；函数 $\tan x$，$\cot x$

都是以 $\pi$ 为周期的周期函数.

但并不是每个周期函数都有最小正周期，例如，常数函数 $f(x)=1$，对于任意 $T\in\mathbf{R}$ 且 $T>0$，都有 $f(x+T)=1=f(x)$，所以任意正实数均为 $f(x)=1$ 的周期，它没有最小正周期.

## 1.1.5 反函数

**定义 8** 设函数 $f(x)$在数集 $A$ 上有定义，若 $f(x)$在 $A$ 上是单射(设函数 $f(x)$在数集 $A$ 上有定义，若对于任意 $x_1$，$x_2\in A$，有 $x_1\neq x_2\Rightarrow f(x_1)\neq f(x_2)$ 则称函数在 $A$ 上是单射.)，则对于任意 $y\in f(A)$，其中 $f(A)=\{f(x)\mid x\in A\}$，都存在唯一一个 $x\in A$，使得 $f(x)=y$，这就建立了一个由 $f(A)$到 $A$ 的新的对应关系，称为函数 $y=f(x)$的反函数，记作 $x=f^{-1}(y)$，$y\in f(A)$.

关于反函数有以下说明.

(1)由反函数的定义可以看出，并不是每个函数都有反函数，只有单射的函数才有反函数.

(2)一般来说，函数在其定义域内不一定存在反函数. 但是，将函数限定在定义域的某个子集内，就可能存在反函数. 例如，三角函数 $y=\sin x$ 在其定义域 $\mathbf{R}$ 内不存在反函数，但是，在$\left[-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right]$内存在反函数 $x=\arcsin y$.

(3)由反函数的定义可以看出，反函数的定义域恰好是原函数的值域，反函数的值域恰好是原函数的定义域.

(4)习惯上，我们把 $y=f(x)$的反函数 $x=f^{-1}(y)$记作 $y=f^{-1}(x)$.

(5)在平面直角坐标系中，函数 $y=f(x)$的图象与其反函数 $x=f^{-1}(y)$的图象是相同的. 但是，当将反函数 $x=f^{-1}(y)$表示为 $y=f^{-1}(x)$时，在同一个平面直角坐标系中，函数 $y=f(x)$的图象与其反函数 $y=f^{-1}(x)$的图象就不同了，它们关于直线 $y=x$ 对称.

## 1.1.6 复合函数

**定义 9** 设函数 $y=f(u)$的定义域为 $D_1$，函数 $u=\varphi(x)$的定义域为 $D_2$，值域为 $A$，且 $A\cap D_1\neq\varnothing$，那么对于任意 $x\in\{x\mid\varphi(x)\in A\cap D_1\}$，通过函数 $u=\varphi(x)$有唯一确定的 $u\in A\cap D_1$ 与之对应，由于 $A\cap D_1\neq\varnothing$，因此对于这个 $u$ 值，通过函数 $y=f(u)$有唯一确定的 $y$ 值与之对应. 这样，对于任意 $x\in\{x\mid\varphi(x)\in A\cap D_1\}$，通过 $u$ 有唯一确定的 $y$ 值与之对应，从而得到一个以 $x$

为自变量、$y$ 为因变量的函数，这个函数称为由函数 $y=f(u)$ 和函数 $u=\varphi(x)$ 复合而成的复合函数，记作 $y=f[\varphi(x)]$，$u$ 称为中间变量.

例如，函数 $y=\ln(x-1)$ 可以看作是由 $y=\ln u$ 与 $u=x-1$ 复合而成的，函数 $y=2^{x^2}$ 可以看作是由 $y=2^u$ 与 $u=x^2$ 复合而成的.

关于复合函数有以下几点需要说明.

(1)并不是任何两个函数都能复合的，条件"$A\cap D_1\neq\varnothing$"非常重要. 例如 $y=\arcsin u$ 与 $u=2+x^2$ 就不能复合成一个复合函数. 这是因为 $y=\arcsin u$ 的定义域 $D_1=[-1,1]$，而 $u=2+x^2$ 的值域 $A=[2,+\infty)$，$A\cap D_1=\varnothing$. 这样对于 $u=2+x^2$ 的定义域 $(-\infty,+\infty)$ 内任何 $x$ 所对应的 $u$ 值(都大于或等于 2)，都不能使 $y=\arcsin u$ 有意义.

(2)由两个函数所生成的复合函数的定义域，与原来的两个函数的定义域未必相同，需另外讨论. 例如，$y=\arcsin x^2$ 由 $y=\arcsin u$ 与 $u=x^2$ 复合而成，其中 $u=x^2$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，但是复合函数 $y=\arcsin x^2$ 的定义域为 $[-1,1]$.

(3)上面定义了由两个函数生成的复合函数，不难将复合函数的概念推广到有限个函数生成的复合函数情形. 例如，三个函数 $y=\sqrt{u}$，$u=\ln v$，$v=2x+3$ 可生成复合函数 $y=\sqrt{\ln(2x+3)}$，$x\in[-1,+\infty)$，其中 $u$，$v$ 为中间变量.

(4)我们不仅能够将若干个简单函数复合，还能反过来，将复合函数"分解"为若干个简单函数. 例如，函数 $y=\sqrt{\lg\arcsin x}$ 可分解为 $y=\sqrt{u}$，$u=\lg v$，$v=\arcsin x$. "分解"的法则是"由外到内，逐层分解".

### 1.1.7 基本初等函数

常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数与反三角函数，这六类函数统称为基本初等函数.

**(1)常数函数**

函数 $y=C$ 或 $f(x)=C$，$x\in\mathbf{R}$，其中 $C$ 是常数，称为常数函数. 它的图象是通过点 $(0,C)$，且平行于 $x$ 轴的直线(图 1-3).

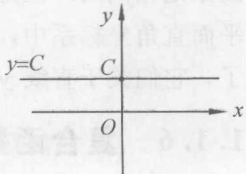



图 1-3

**(2)幂函数**

函数 $y=x^\mu$，其中 $\mu$ 是常数，称为幂函数. 幂函数的定义域、性质和图象，要根据 $\mu$ 的值来确定. 例如，当 $\mu=2$ 时，$y=x^2$ 的定义域为 $(-\infty,$