高中数学基础知识与精练

江苏人民出版社编　江苏人民出版社出版

高中数学基础知识与精练

本 社 编

江 苏 人 民 出 版 社

撰 写 人

谢安章 殷龙宝 邹家禔

高中数学基础知识与精练

江苏人民出版社出版发行

江苏省新华书店经销 苏州印刷总厂印刷

开本787×1092毫米 1/16 印张17.5 字数440,000

1991年1月第1版 1991年1月第1次印刷

ISBN 7—214—00443—7

G·115 定价：6.10元

责任编辑：王 田 杨家祥

江苏人民版图书凡印刷、装订错误可随时向承印厂调换。

目　录

Ⅰ·数　学

Ⅰ. 数　　学

第一部分　代　　数

一、幂函数、指数函数和对数函数

基　本　知　识

集　合

1.集合及其分类

(1)集合：每一组对象的全体形成一个集合.

(2)分类

集合 $\begin{cases}\text{有限集：含有有限个元素的集合.}\\\text{无限集：含有无限个元素的集合.}\end{cases}$

2.集合的性质

(1)确定性：对于一个给定的集合，任何一个对象或者是、或者不是给定集合的元素.

(2)互异性：给定集合中的任何两个元素都是不同的对象.

(3)无序性：对于给定集合中的元素，不必考虑它们之间的顺序.

3.集合的表示法

(1)两种表示法：

列举法：把集合中的元素一一列举出来写在大括号内的方法，它特别适用于有限集.

描述法：把集合中元素的公共属性描述出来写在大括号内的方法，它一般用于无限集.

(2)常用集合的符号

集　合	自然数集	整数集	有理数集	实数集	复数集
符　号	N	Z	Q	R	C

4.空集、子集和全集

(1)空集：不含任何元素的集合，记作：ϕ.

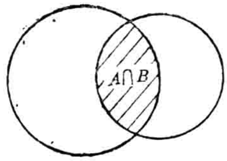
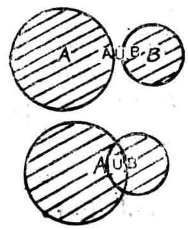
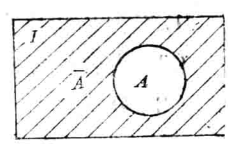
(2)子集：对于两个集合A和B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，那么集合A叫做集合B的子集．记作：$A\subseteq B$或$B\supseteq A$.

(3)真子集：如果A是B的子集，且B中至少有一个元素不属于A，那么集合A叫做集合B的真子集.

记作：$A\subset B$或$B\supset A$.

（4）全集：在研究集合与集合之间关系时，在某些情况下，这些集合都是某一个给定集合的子集，这个给定的集合可以看作一个全集，记作：I.

5.交集、并集和补集

	交　　集	并　　集	补　　集
定　义	由所有属于集合A且属于集合B的元素所组成的集合，叫做A、B的交集，记作$A\cap B$.	由所有属于集合A或属于集合B的元素所组成的集合，叫做A、B的并集，记作$A\cup B$.	已知全集I,集合$A\subseteq I$,由I中所有不属于A的元素组成的集合，叫做集合A在集合I中的补集，记作$\overline{A}$.
描述法	$A\cap B=\{x\mid x\in A，且x\in B\}$	$A\cup B=\{x\mid x\in A，或x\in B\}$	$\overline{A}=\{x\mid x\in I，且x\notin A\}$
文恩图			

6.集合运算的基本性质

（1）任何一个集合是它自身的子集；空集是任何集合的子集，空集是任何非空集合的真子集.

（2）如果$A\subseteq B$，且$B\subseteq A$，那么$A=B$.

（3）若$A\subseteq B$，$B\subseteq C$则$A\subseteq C$；若$A\subset B$，$B\subset C$，则$A\subset C$.

（4）$A\cap A=A$，$A\cap\phi=\phi$，$A\cap B=B\cap A$.

（5）$A\cup A=A$；$A\cup\phi=A$，$A\cup B=B\cup A$.

（6）$A\cap\overline{A}=\phi$，$A\cup\overline{A}=I$，$\overline{\overline{A}}=A$.

映射与函数

1.映射：设A、B是两个集合，如果按照某种对应法则f，对于集合A中的任何一个元素，在集合B中都有唯一的元素和它对应，这样的对应（包括集合A、B及从A到B的对应法则f）叫做从集合A到集合B的映射，记作：$f:A\to B$.

在这个映射的作用下，和A中的元素a对应的B中的元素b叫做a的象，a叫做b的原象.

2.函数：如果集合A、B都是非空的数的集合，且B的每一个元素都有原象时，这样的映射$f:A\to B$就是定义域A到值域B上的函数；记作$y=f(x)$.

3.一一映射：在映射$f:A\to B$的作用下，对于集合A中的不同元素，在集合B中有不同的象，而且B中每一个元素都有原象，那么这个映射叫做A到B上的一一映射.

4.逆映射：设 $f: A \to B$ 是集合 A 到集合 B 上的一一映射，如果对于 B 中的每一个元素 b，使 b 在 A 中的原象 a 和它对应，这样所得的映射叫做映射 $f: A \to B$ 的逆映射，记作 $f^{-1}: B \to A$。

显然，映射 $f: A \to B$ 也是映射 $f^{-1}: B \to A$ 的逆映射。

5.反函数：如果确定函数 $y = f(x)$ 的映射 $f: A \to B$ 是 $f(x)$ 的定义域 A 到值域 B 上的一一映射，那么这个映射的逆映射 $f^{-1}: B \to A$ 所确定的函数 $x = f^{-1}(y)$ 叫做函数 $y = f(x)$ 的反函数。

由于我们习惯用 y 表示自变量 x 的函数，为此对调函数 $x = f^{-1}(y)$ 中的字母 x、y，把它改写成 $y = f^{-1}(x)$，用以表示 $y = f(x)$ 的反函数。

函数 $y = f(x)$ 的定义域、值域分别是它的反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的值域、定义域。

函数的基本性质

1.单调性：对于给定区间上的函数 $f(x)$，如果对于属于这个区间的任意两个自变量 x_1、x_2，

（1）当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) < f(x_2)$，那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是增函数；

（2）当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) > f(x_2)$，那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是减函数。这一区间叫做 $f(x)$ 的单调区间。

2.奇偶性：对于函数 $f(x)$ 定义域内任意一个 x，

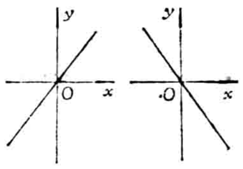
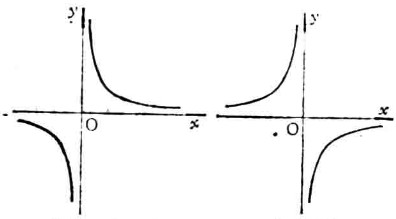
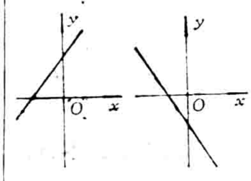
（1）如果 $f(-x) = -f(x)$，那么函数 $f(x)$ 叫做奇函数；

（2）如果 $f(-x) = f(x)$，那么函数 $f(x)$ 叫做偶函数。

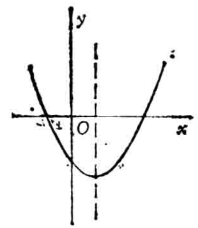
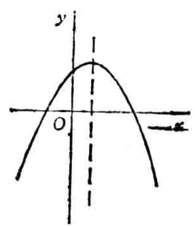
奇函数 $\Longleftrightarrow$ 函数图象关于原点成中心对称；偶函数 $\Longleftrightarrow$ 函数图象关于 y 轴成轴对称。

几个重要的初等函数及性质

1.正比例函数、反比例函数和一次函数

函数	正比例函数	反比例函数	一次函数
解析式	$y=kx(k\neq 0)$	$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$	$y=kx+b(k\neq 0)$
定义域	$x\in R$	$x\neq 0$，且$x\in R$	$x\in R$
值域	$y\in R$	$y\neq 0$，且$y\in R$	$y\in R$
图象	 $k>0$　$k<0$	 $k>0$　$k<0$	 $k>0$　$k<0$
特殊点	过$(0,0)$，$(1,k)$	过$(1,k)$，$(k,1)$，不过$(0,0)$	过$(0,b)$，$\left(-\dfrac{b}{k},0\right)$
奇偶性	奇函数	奇函数	非奇非偶函数
单调性	$k>0$时，递增 $k<0$时，递减	$k>0$时，递减 $k<0$时，递增	$k>0$时，递增 $k<0$时，递减

2. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ （$a\neq0$）

解析式	定义域	值域	图象	对称轴	顶点	奇偶性	单调性	极值
$y=ax^2+bx+c$ （$a>0$）	$x\in R$	$y\in R$		$x=-\frac{b}{2a}$	$\left(-\frac{b}{2a},\ \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$	$b=0$ 时，偶 $b\neq0$ 时，非奇非偶	$x<-\frac{b}{2a}$ 时，减 $x>-\frac{b}{2a}$ 时，增	当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时 $y_{min}=\frac{4ac-b^2}{4a}$
$y=ax^2+bx+c$ （$a<0$）	$x\in R$	$y\in R$		$x=-\frac{b}{2a}$	$\left(-\frac{b}{2a},\ \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$	$b=0$ 时，偶 $b\neq0$ 时，非奇非偶	$x<-\frac{b}{2a}$ 时，增 $x>-\frac{b}{2a}$ 时，减	当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时 $y_{max}=\frac{4ac-b^2}{4a}$

3.有理指数的幂函数

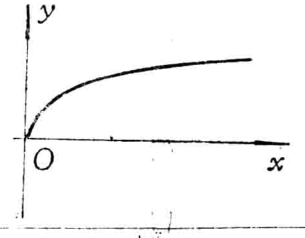
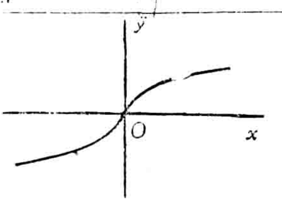
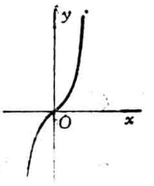
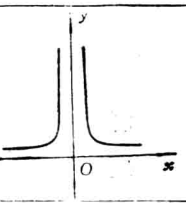
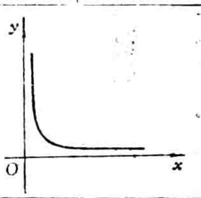
（1）定义：函数$y=x^n$叫幂函数，x是自变量，$n\in Q$，定义域是使函数有意义的实数集合.

（2）性质

1）当$n>0$时，$y=x^n$图象过（0，0）和（1，1），且在第一象限中递增.

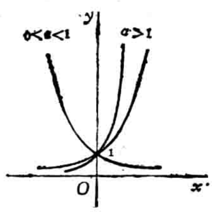
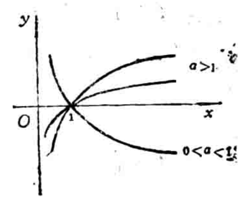
2）当$n<0$时，$y=x^n$图象过（1，1），且在第一象限中递减，以坐标轴为渐近线.

（3）常见的有理指数幂函数的性质

解析式	定义域	值域	图象
$y=x^{\frac{1}{2}}$	$x\geqslant 0$	$y\geqslant 0$	
$y=x^{\frac{1}{3}}$	$x\in R$	$y\in R$	
$y=x^3$	$x\in R$	$y\in R$	
$y=x^{-2}$	$x\neq 0$	$y>0$	
$y=x^{-\frac{1}{2}}$	$x>0$	$y>0$	

特殊点	过(0，0)，(1，1)，(4，2)	过(0,0)，(±1，±1)(±8，±2)	过(0,0)，(±1，±1)(±2，±8)	过(±1,1)，(±2，$\frac{1}{4}$)，(±$\frac{1}{2}$，4)	过(1,1)，(4，$\frac{1}{2}$)($\frac{1}{4}$，2)
奇偶性	非奇非偶	奇	奇	偶	非奇非偶
单调性	增	增	增	$x<0$时，递增 $x>0$时，递减	减

4.指数函数和对数函数的性质

函数	指数函数		对数函数	
解析式	$y=a^x$ $(a>0，a\neq1)$		$y=\log_a x(a>0，a\neq1)$	
定义域	$x\in R$		$x>0$，且$x\in R$	
值域	$y>0$，且$y\in R$		$y\in R$	
图象				
特殊点	过(0，1)，(1，a)		过(1，0)，(a，1)	
单调性	$0<a<1$ 减	$a>1$ 增	$0<a<1$ 减	$a>1$ 增
函数值的变化	$y\begin{cases}<1 & (x>0)\\=1 & (x=0)\\>1 & (x<0)\end{cases}$	$y\begin{cases}>1 & (x>0)\\=1 & (x=0)\\<1 & (x<0)\end{cases}$	$y\begin{cases}<0 & (x>1)\\=0 & (x=1)\\>0 & (0<x<1)\end{cases}$	$y\begin{cases}>0 & (x>1)\\=0 & (x=1)\\<0 & (0<x<1)\end{cases}$

指数方程和对数方程

1.指数方程

(1)定义：在指数里含有未知数的方程叫指数方程。

(2)解法：

1）形如$a^{f(x)}=a^{\varphi(x)}$($a>0$，$a\neq1$)的方程，由"底等、幂等则指数等"化成$f(x)=\varphi(x)$解之。

2）形如$a^{f(x)}=N$或$a^{f(x)}=b^{\varphi(x)}$（a、$b>0$，$a\neq1$、$b\neq1$)方程，先考虑化成①

处理，不然两边取对数后化成$f(x)\cdot\lg a = N$或$f(x)\cdot\lg a = \varphi(x)\cdot\lg b$求解。

3）形如$a^{2x}+pa^x+q=0\ (a>0, a\neq 1)$方程，可用换元法，令$y=a^x$，变形成$y^2+py+q=0$，再求$x$。

2.对数方程

（1）定义：在对数符号后面含有未知数的方程叫对数方程。

（2）解法

1）形如$\log_a f(x)=b\ (a>0, a\neq 1)$的方程，利用定义化成指数方程$f(x)=a^b$求解。

2）形如$\log_a f(x)=\log_a \varphi(x)\ (a>0, a\neq 1)$的方程，变形为$f(x)=\varphi(x)$解之。

3）形如$f(\log_a x)=0\ (a>0, a\neq 1)$的方程，用换元法，令$y=\log_a x$化成$f(y)=0$后解之。

范 例 选 讲

1.若$I=\{$绝对值小于5的实数$\}$，$A=\{x \mid \lg x+\lg(3-x)+\lg 5\}$，$B=\{x \mid \sqrt{x-1}+\sqrt{1-x}\}$，求：（1）$A\cup B$；（2）$\overline{A}\cup\overline{B}$；（3）$\overline{A}\cap B$；（4）$A\cap\overline{B}$。

解：由 $I=\{x \mid -5<x<5, x\in R\}$，

$$A=\left\{x \,\middle|\, \begin{cases} x>0 \\ 3-x>0 \end{cases}\right\}=\{x \mid 0<x<3\},$$

$$B=\left\{x \,\middle|\, \begin{cases} x-1\geqslant 0 \\ 1-x\geqslant 0 \end{cases}\right\}=\{1\}$$

则（图1.1）$\overline{A}=\{x \mid -5<x\leqslant 0$ 或 $3\leqslant x<5\}$，

$\overline{B}=\{x \mid -5<x<1$ 或 $1<x<5\}$，

（1）$A\cup B=\{x \mid 0<x<3\}$，

（2）$\overline{A}\cup\overline{B}=\{x \mid -5<x<5$，且$x\neq 1\}$，

（3）$\overline{A}\cap B=\phi$，

（4）$A\cap\overline{B}=\{x \mid 0<x<1$ 或 $1<x<3\}$。

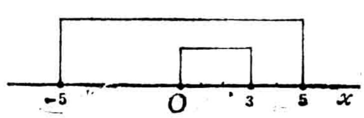


图 1.1

2.若a、$x\in R$，$A=\{2, 4, 2x^2-3x+1\}$，$B=\{3, x^2+ax+a\}$，$c=\{1, x^2+(a+1)x-3\}$

（1）求使$A=\{2, 3, 4\}$的x值；

（2）a、x为何值时，$2\in B$，且$B\subseteq A$；

（3）如果$B=C$，求a、x。

解：（1）要使$A=\{2, 3, 4\}$，必须$2x^2-3x+1=3$，

$$(2x+1)(x-2)=0,\quad x=-\frac{1}{2}\text{或}2.$$

(2)由 $2\in B$，$B\subseteq A$ 得

$$\begin{cases}x^2+ax+a=2\\2x^2-3x+1=3,\end{cases}\quad\text{解得}\begin{cases}a_1=\frac{7}{2}\\x_1=-\frac{1}{2}\end{cases}\text{或}\begin{cases}a_2=-\frac{2}{3}\\x_2=2.\end{cases}$$

(3)由 $B=C$ 得

$$\begin{cases}x^2+ax+a=1\\x^2+(a+1)x-3=3\end{cases}\quad\text{解得}\begin{cases}a_1=-6\\x_1=-1\end{cases}\text{或}\begin{cases}a_2=-2\\x_2=3.\end{cases}$$

3.已知集 $S=\{x,y,\{x,y\}\}$ 写出 S 的所有子集。

解：S 共有子集 $2^3=8$ 个。

$\{x\}$，$\{y\}$，$\{\{x,y\}\}$，$\{x,y\}$，$\{x,\{x,y\}\}$，

$\{y,\{x,y\}\}$，S，ϕ。

[说明] 集合 $\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 共有子集个数是：$N=C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n$ 而真子集有 $N=2^n-1$ 个。

4.在下列对应中，哪些是映射，哪些是一一映射，为什么？

(1)集合 $X=\{$三角形$\}$，$Y=\{$圆$\}$，$f:x\to y=x$ 的内切圆；

(2)集合 $A=\{a\mid a>1\}$，$B=\{b\mid b\in R\}$，$\varphi:a\to b=\lg(a-1)$。

解：(1)每一个三角形都有一个内切圆，但是每一个圆却有无数个外切三角形，因此，这个对应是映射，而不是一一映射。

(2)A 中不同元素在 B 中有不同的象，且 B 中每一个元素在 A 中都有原象，因此，这个对应是映射也是一一映射。

5.求下列函数的定义域和值域：

(1)$y=2x-3+\sqrt{13-4x}$；　　(2)$y=\dfrac{10^x+10^{-x}}{10^x-10^{-x}}+1$；

(3)$y=\log_{\frac{1}{2}}(\sin x-\cos x-1)$。

解：(1)要使函数有意义，必须且只需，

$$13-4x\geqslant 0,\qquad\text{解得}\quad x\leqslant\frac{13}{4}.$$

现在求值域：

由 $y=2x-3+\sqrt{13-4x}$， 得 $y-2x+3=\sqrt{13-4x}$，

两边平方后整理得 $4x^2-4(y+2)x+(y^2+6y-4)=0$。

由 $x\in R$，得 $\Delta=[-4(y+2)]^2-16(y^2+6y-4)\geqslant 0$

解得 $y\leqslant 4$，此时，$x=\frac{4(y+2)}{2\times 4}=3$ 在定义域内，

因此，定义域是 $\left(-\infty,\ \frac{13}{4}\right]$，值域是 $(-\infty, 4]$。

(2)要使函数有意义，必须且只需

$10^x-10^{-x}\neq 0$，即 $10^{2x}-1\neq 0$，

$10^{2x}\neq 1$， $2x\neq 0$ 得 $x\neq 0$。

现在求值域：

由 $y=\frac{10^x+10^{-x}}{10^x-10^{-x}}+1$， 得 $y-1=\frac{10^{2x}+1}{10^{2x}-1}$

$(y-2)\cdot 10^{2x}=y$，

$\because$ $y\neq 2$。 $\therefore$ $\frac{y}{y-2}=10^{2x}>0$，

解得 $y>2$ 或 $y<0$。

故定义域是 $x\neq 0$，值域是 $(-\infty, 0)\cup(2, +\infty)$。

(3)要使函数有意义，必须且只需 $\sin x-\cos x-1>0$。

$\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)>1$， $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)>\frac{\sqrt{2}}{2}$。

由 $2k\pi+\frac{\pi}{4}<x-\frac{\pi}{4}<(2k+1)\pi-\frac{\pi}{4}$

得 $2k\pi+\frac{\pi}{2}<x<(2k+1)\pi$ $(k\in Z)$。

现在求值域：

由 $y=\log_{\frac{1}{2}}(\sin x-\cos x-1)=\log_{\frac{1}{2}}\left[\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-1\right]$

得 $\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^y+1$，

$\because \quad -\sqrt{2} \leqslant \sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \leqslant \sqrt{2}$

$\therefore \quad -\sqrt{2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^y + 1 \leqslant \sqrt{2}$.

$$-\sqrt{2} - 1 \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^y \leqslant \sqrt{2} - 1.$$

由 $\left(\frac{1}{2}\right)^y > 0$，得 $0 < \left(\frac{1}{2}\right)^y \leqslant \sqrt{2} - 1$.

两边取以$\frac{1}{2}$为底的对数，由单调性得 $y \geqslant \log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{2}-1)$.

故定义域是 $2k\pi + \frac{\pi}{2} < x < (2k+1)\pi\ (k \in Z)$，值域是 $y \geqslant \log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{2}-1)$.

[**说明**]：（1）三种初等函数定义域的求法：

1）有理分函数：$y = \frac{f(x)}{g(x)}$，只要$g(x) \neq 0$.

2）无理函数：$y = \sqrt[2n]{f(x)}\ (n \in N)$，只要$f(x) \geqslant 0$.

3）对数函数：$y = \log_{g(x)} f(x)$，只要$f(x) > 0$且$g(x) > 0$，$g(x) \neq 1$.

（2）求函数的值域，一般使用视察法，配方法，函数单调性或者用求反函数的定义域来确定给定函数的值域。对于后者，要注意在等式变形过程中函数值变化范围的扩大。

（3）求初等函数的定义域和值域一般可归纳为解不等式（组）。

6.求下列函数的反函数

（1）$y = x^2 - 5x + 6 \quad \left(x < \frac{3}{2}\right)$；　（2）$y = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$.

解：（1）由 $y = x^2 - 5x + 6$ 得 $x^2 - 5x + (6 - y) = 0$

$\because \quad x < \frac{3}{2}$，$\quad \therefore \quad x = \frac{5 - \sqrt{1+4y}}{2}$.

又 $\quad x - \frac{5}{2} < \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -1$，$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 > 1$

得 $\quad y = x^2 - 5x + 6 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} > 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

故函数 $y = \frac{5 - \sqrt{1+4x}}{2}\ \left(x > \frac{3}{4}\right)$ 为所求的反函数。

（2）由 $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 的定义域是一切实数，

解得，
$$x+\sqrt{x^2+1}=e^y \qquad (1)$$

有理化分子得
$$\frac{-1}{x-\sqrt{x^2+1}}=e^y$$

$$\sqrt{x^2+1}-x=e^{-y} \qquad (2)$$

（1）－（2）得
$$x=\frac{e^y-e^{-y}}{2}$$

$y=\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$ 为所求。

[说明] （1）求反函数的步骤：

$y=f(x)\to f(x)-y=0$，解关于 x 的方程，得 $x=f^{-1}(y)\to$ 调换字母 x、y 得 $y=f^{-1}(x)$ 为所求。

（2）由 $y=f(x)$ 的定义域和值域分别是 $y=f^{-1}(x)$ 的值域和定义域，因此在求反函数时，要重视这个约束条件。

7. 已知 $f(3\cdot 2^{1-x}+2)=x$，（1）求 $f(x)$；（2）x 为何值时，$f[f(x)]>\log_2 6$。

解：（1）令 $t=3\cdot 2^{1-x}+2$，则 $x=1-\log_2\frac{t-2}{3}$

$$f(t)=1-\log_2\frac{t-2}{3}=\log_2\frac{6}{t-2}$$

$f(x)=\log_2\frac{6}{x-2}\ (x>2)$ 为所求。

（2）
$$f[f(x)]=\log_2\frac{6}{f(x)-2}=\log_2\frac{6}{\log_2\frac{6}{x-2}-2}$$

$$=\log_2\frac{6}{\log_2\frac{3}{2x-4}}>\log_2 6$$

由单调性得 $\frac{6}{\log_2\frac{3}{2x-4}}>6$，

解得 $0<\log_2\frac{3}{2x-4}<1$. $1<\frac{3}{2x-4}<2$

由 $\begin{cases} \dfrac{3}{2x-4}>1 \\ \dfrac{3}{2x-4}<2, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} \dfrac{2x-7}{2x-4}<0 \\ \dfrac{4x-11}{2x-4}>0 \end{cases}$

解得 $\begin{cases} 2<x<\dfrac{7}{2} \\ x<2 \text{ 或 } x>\dfrac{11}{4} \end{cases}$ 所以 $\dfrac{11}{4}<x<\dfrac{7}{2}$.

在 $f(x)$ 的定义域 $x>2$ 中，$\dfrac{11}{4}<x<\dfrac{7}{2}$ 为所求。

8.判断下列函数的奇偶性

（1） $f(x)=\dfrac{(1+e^x)^2}{e^x}$；（2） $f(x)=\lg\dfrac{a-x}{a+x}$；

（3） $f(x)=x+x^{-1}-2$.

解：（1） $f(-x)=\dfrac{(1+e^{-x})^2}{e^{-x}}=\dfrac{[e^{-x}(e^x+1)]^2}{e^{-x}}=\dfrac{e^{-2x}(e^x+1)^2}{e^{-x}}$

$$=\frac{(1+e^x)^2}{e^x}=f(x)$$ 偶函数。

（2） $f(-x)=\lg\dfrac{a+x}{a-x}=\lg\left(\dfrac{a-x}{a+x}\right)^{-1}=-\lg\dfrac{a-x}{a+x}$

$=-f(x)$，奇函数。

（3） $f(-x)=(-x)+(-x)^{-1}-2$

$=-x-x^{-1}-2$

$\begin{cases} \neq f(x) \\ \neq -f(x) \end{cases}$ 非奇非偶函数。

9.讨论下列函数的单调性

（1） $y=\dfrac{x}{1+x}$；（2） $y=\log_a(x^2-2x-3)$.

解：（1）函数定义域是 $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$.

设 $x_1<x_2$，则