高等教育“十二五”规划教材

大学物理及实验练习册参考答案

DAXUE WULI JI SHIYAN LIANXICE CANKAODAAN

蔡培阳◎主　编

王　超　刘彦平　周　英　梁华秋　李宏远◎副主编

科学出版社

大学物理及实验

练　习　册

参考答案

科学出版社
北　京

第 1 章　质点运动学

练　习　(一)

一、单选题

1. B　2. D　3. D　4. D　5. B

6. D　7. B　8. D　9. C　10. B

二、填空题

1. 位移矢量　2. 0　3. $-4\boldsymbol{j}$　4. $120\mathrm{m/s^2}$

5. $4R$　6. 8m　7. $\frac{\omega_1+\omega_2}{4\pi}\cdot t_0$，$\frac{\omega_2 t_0}{\omega_1-\omega_2}$

8. $0.1\mathrm{m/s^2}$　9. $v_0+Ct^3/3$　10. $x=(y-3)^2$

三、判断题

1. ×　2. √　3. ×　4. ×　5. ×

6. ×　7. √　8. ×　9. √　10. √

四、计算题

1. 解：$\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=4t$，

$\mathrm{d}v=4t\mathrm{d}t$，

$\int_0^v \mathrm{d}v=\int_0^t 4t\mathrm{d}t$

$v=2t^2$

$v=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t=2t^2$

$\int_{x_0}^x \mathrm{d}x=\int_0^t 2t^2\mathrm{d}t$

$x=2t^3/3+x_0=2t^3/3+10$

2. 解：(1)任意时刻位矢：$\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(8-2t^2)\boldsymbol{j}$

(2)速度：$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}$

加速度：$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-4\boldsymbol{j}$

(3)由以上可以求出任意时刻速率为 $v=\sqrt{4+16t^2}=2\sqrt{1+4t^2}$

所以切向加速度为 $a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{8t}{\sqrt{1+4t^2}}$

任意时刻总加速度大小为 $a=4$

所以法向加速度为 $a_n=\sqrt{a^2-a_t^2}=\frac{4}{\sqrt{1+4t^2}}$

3. 解：(1)$x=v_0t$，$y=\frac{1}{2}gt^2$

轨迹方程是：$y=\frac{1}{2}x^2g/v_0^2$

(2)$v_x=v_0$，$v_y=gt$，速度大小为

$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$

方向为：与 x 轴夹角 $\theta=\arctan(gt/v_0)$

$a_t=\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=g^2t/\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 同向

$a_n=(g^2-a_t^2)^{1/2}=v_0g/\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$ 方向与 $\boldsymbol{a}_t$ 垂直

4. 解：(1)$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}=r\cos\omega t\boldsymbol{i}+r\sin\omega t\boldsymbol{j}$

(2)$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=-r\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+r\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-r\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i}-r\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}$

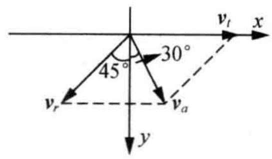
(3)证明：$\boldsymbol{a}=-\omega^2(r\cos\omega t\boldsymbol{i}+r\sin\omega t\boldsymbol{j})=-\omega^2\boldsymbol{r}$

这说明 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{r}$ 方向相反，即 $\boldsymbol{a}$ 指向圆心

5. 解：选地为静系，火车为动系。

已知：雨滴对地速度 $\boldsymbol{v}_a$ 的方向偏前 30°，火车行驶时，雨滴对火车的相对速度 $\boldsymbol{v}_r$ 偏后 45°，火车速度 $v_t=35\mathrm{m/s}$，方向水平。

由图可知：



$$\begin{cases} v_a\sin 30°+v_r\sin 45°=v_t \\ v_a\cos 30°=v_r\cos 45° \end{cases}$$

由此二式解出：

$$v_a=\frac{v_t}{\sin 30°+\sin 45°\frac{\cos 30°}{\cos 45°}}=25.6\mathrm{m/s}$$

6. 解：设抛出时刻车的速度为 $\vec{v}_0$，球的相对于车的速度为 $\vec{v}'_0$，与竖直方向成 θ 角。抛射过程中，在地面参照系中，车的位移

$$\Delta x_1=v_0t+\frac{1}{2}at^2 \quad ①$$

球的位移　$\Delta x_2=(v_0+v_0'\sin\theta)t$　②

$$\Delta y_2=(v_0'\cos\theta)t-\frac{1}{2}gt^2 \quad ③$$

小孩接住球的条件 $\Delta x_1=\Delta x_2$，$\Delta y_2=0$

即　$\frac{1}{2}at^2=(v_0'\sin\theta)t$，$\frac{1}{2}gt^2=(v_0'\cos\theta)t$

两式相比得 $a/g=\mathrm{tg}\,\theta$，所以 $\theta=\mathrm{tg}^{-1}(a/g)$

练　习　(二)

一、单选题

1. B　2. B　3. B　4. C　5. B

6. D　7. B　8. C　9. C　10. B

二、填空题

1. $-A\omega^2\sin\omega t$　　2. 5m/s　　3. $16Rt^2$

4. 23m/s　　5. $\frac{4\pi}{5}$m/s, $\frac{\pi}{30}$m/s^2　　6. $10\sqrt{3}$m/s

7. (1)5m/s　(2)17m/s　　8. $\rho=v_0^2\cos^2\theta/g$

9. $-\omega R\sin\omega t\boldsymbol{i}+\omega R\cos\omega t\boldsymbol{j}$,

$-\omega^2 R\cos\omega t\boldsymbol{i}-\omega^2 R\sin\omega t\boldsymbol{j}$

10. $\boldsymbol{v}_1+\boldsymbol{v}_2+\boldsymbol{v}_3=0$

三、判断题

1. ×　2. ×　3. ×　4. √　5. ×

6. ×　7. ×　8. √　9. ×　10. √

四、计算题

1. 解:设质点在 x 处的速度为 v,则

$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2+6x^2$

$\int_0^v v\mathrm{d}v=\int_0^x(2+6x^2)\mathrm{d}x$

$v=2\sqrt{x+x^3}$

2. 解:(1) $\bar{v}=\Delta x/\Delta t=-0.5$m/s

(2) $v=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t=9t-6t^2$

$v(2)=-6$m/s

(3) $S=|x(1.5)-x(1)|+|x(2)-x(1.5)|$

$=2.25$m

3. 解:(1) $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

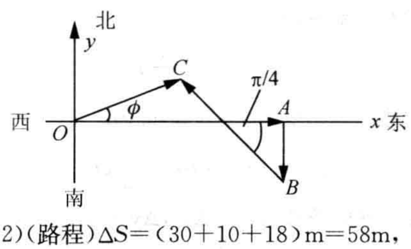
$=30\boldsymbol{i}+(-10\boldsymbol{j})+18(-\cos45^\circ\boldsymbol{i}+\sin45^\circ\boldsymbol{j})$

$\approx17.27\boldsymbol{i}+2.73\boldsymbol{j}$

$|\overrightarrow{OC}|\approx17.48m$,方向 $\phi=8.98^\circ$(东偏北)

$|\bar{\boldsymbol{v}}|=|\Delta\boldsymbol{r}/\Delta t|=|\overrightarrow{OC}/\Delta t|\approx0.35$m/s

方向东偏北 8.98°



(2)(路程) $\Delta S=(30+10+18)$m$=58$m,

$\bar{v}=\Delta S/\Delta t=1.16$m/s

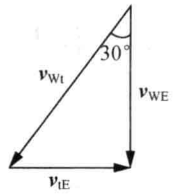
4. 解:(1)雨滴相对于地面竖直下落,故相对于地面的水平分速为零。雨滴相对于列车的水平分速与列车速度等值反向为 10m/s,正西方向。

(2)设下标 W 指雨滴,t 指列车,E 指地面,则有

$\boldsymbol{v}_{WE}=\boldsymbol{v}_{Wt}+\boldsymbol{v}_{tE}$, $v_{tE}=10$m/s

v_{WE}竖直向下,v_{Wt}偏离竖直方向 30°,由图求得雨滴相对于地面的速率为

$v_{WE}=v_{tE}\cot30^\circ=17.3$m/s



雨滴相对于列车的速率

$v_{Wt}=\frac{v_{tE}}{\sin30^\circ}=20$m/s

5. 解:以出发点为坐标原点,向东取为 x 轴,向北取为 y 轴,因流速为 $-y$ 方向,由题意可得

$$\begin{cases}u_x=0\\u_y=a(x-l/2)^2+b\end{cases}$$

令 $x=0$, $x=l$ 处 $u_y=0$; $x=l/2$ 处 $u_y=-u_0$,代入上式定出 a、b,得

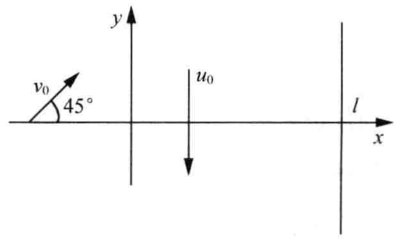
$u_y=-\frac{4u_0}{l^2}(l-x)x$

船相对于岸的速度 $\boldsymbol{v}(v_x,v_y)$明显可知是

$$\begin{cases}v_x=v_0/\sqrt{2}\\v_y=(v_0/\sqrt{2})+u_y\end{cases}$$

将上两式的第一式进行积分,有

$x=\frac{v_0}{\sqrt{2}}t$



还有

$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{v_0}{\sqrt{2}}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{v_0}{\sqrt{2}}-\frac{4u_0}{l^2}(l-x)x$

即　$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=1-\frac{4\sqrt{2}u_0}{l^2 v_0}(l-x)x$

因此,积分之后可求得如下的轨迹(航线)方程:

$y=x-\frac{2\sqrt{2}u_0}{lv_0}x^2+\frac{4\sqrt{2}u_0}{3l^2v_0}x^3$

到达东岸的地点(x',y')为

$x'=l$, $y'=y_{x=l}=l\left(1-\frac{2\sqrt{2}u_0}{3v_0}\right)$

第 2 章　牛顿运动定律

练　习　(一)

一、单选题

1. C　2. A　3. C　4. C　5. B

6. C　7. B　8. D　9. A　10. B

二、填空题

1. g/μ_s　2. $\sqrt{g/R}$　3. $mg/\cos\theta, \sin\theta\sqrt{\dfrac{gl}{\cos\theta}}$

4. $a, -\dfrac{m_A a}{m_B}$　5. $t_1 : t_2, (t_1+t_2) : t_1$

6. f_0　7. $(\mu\cos\theta-\sin\theta)g$　8. 24cm

9. $2g$　10. $1/\cos^2\theta$

三、判断题

1. √　2. √　3. ×　4. √　5. ×

6. ×　7. √　8. √　9. √　10. √

四、计算题

1. 解：人受力如图 1

$T_2+N-m_1g=m_1a$　①

底板受力如图 2

$T_1+T_2-N'-m_2g=m_2a$　②

$T_1=2T_2$　③

$N'=N$　④

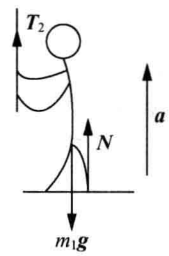


图 1

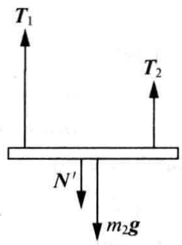


图 2

由以上四式可解得

$4T_2-m_1g-m_2g=(m_1+m_2)a$

所以　$T_2=(m_1+m_2)(g+a)/4=247.5\text{N}$

$N'=N=m_1(g+a)-T_2=412.5\text{N}$

2. 解：(1) $\alpha=0$　$T=mg$

(2) $T\sin\alpha=ma, T\cos\alpha=mg$

$\tan\alpha=a/g$ [或 $\alpha=\arctan(a/g)$]

$T=m\sqrt{a^2+g^2}$

3. 解：对 A：$F\cos36.9°-f_1-T=0$　①

$N_1-m_1g-F\sin36.9°=0$　②

$f_1=\mu N_1$　③

对 B：$T-f_2=0$　④

$N_2-m_2g=0$　⑤

$f_2=\mu N_2$　⑥

由④、⑤、⑥式得　$T=\mu m_2g=9.8\text{N}$

再由①、②、③式得

$$F=\frac{\mu(m_1+m_2)g}{\cos36.9°-\mu\sin36.9°}=29.4\text{N}$$

4. 解：球 A 只受法向力 **N** 和重力 $m\boldsymbol{g}$，根据牛顿第二定律

法向：$N-mg\cos\theta=mv^2/R$　①

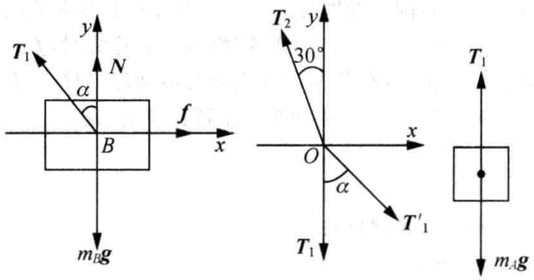
切向：$mg\sin\theta=ma_t$　②

由①式可得　$N=m(g\cos\theta+v^2/R)$

根据牛顿第三定律，球对槽的压力大小同上，方向沿半径向外。

由②式得　$a_t=g\sin\theta$

5. 解：各物体受力图如图(a)、(b)、(c)所示。



(a)　(b) $T'_1=T_1$　(c)

对 B 有：　$f-T_1\sin\alpha=0$　①

$N+T_1\cos\alpha-m_Bg=0$　②

对 O 有：　$T'_1\sin\alpha-T_2\sin30°=0$　③

$T_2\cos30°-T'_1\cos\alpha-T_1=0$　④

对 A 有：　$T_1-m_Ag=0$　⑤

由①、②、③、④、⑤式及 $m_B=10\text{kg}, N=80\text{N}$ 解出

$$\begin{cases} \alpha=60° \\ m_A=4\text{kg} \\ f=34.6\text{N} \\ T_2=69.3\text{N} \end{cases}$$

练　习　（二）

一、单选题

1. D　2. D　3. C　4. B　5. B

6. D　7. D　8. B　9. B　10. C

二、填空题

1. $F/(M+m)$　2. $\dfrac{F+m_1g-m_2g}{m_1+m_2}$

3. $v=\dfrac{mg}{\gamma}(1-e^{-\frac{\gamma}{m}t})$　4. (1)　5. 2N

6. 1.68N　7. 80N　8. 5.2N　9. 0

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

10. $\dfrac{Rv_0}{R+v_0\mu t}$，$\dfrac{R}{\mu}\ln 2$　　11. $\dfrac{mv_m}{2F}\ln 3$，$\dfrac{mv_m^2}{2F}\ln\dfrac{4}{3}$

三、判断题

1. √　2. ×　3. ×　4. √　5. ×

四、计算题

1. 解：未断时对球 2 有弹性力 $f=m_2\omega^2(L_1+L_2)$

线断瞬间对球 1 有弹性力 $f=m_1a_1$

对球 2 有弹性力 $f=m_2a_2$

解得 $\begin{cases}a_1=m_2\omega^2(L_1+L_2)/m_1\\ a_2=\omega^2(L_1+L_2)\end{cases}$

2. 解：质量为 M 的物块做圆周运动的向心力，由它与平台间的摩擦力 $\boldsymbol{f}$ 和质量为 m 的物块对它的拉力 $\boldsymbol{F}$ 的合力提供。当 M 物块有离心趋势时，$\boldsymbol{f}$ 和 $\boldsymbol{F}$ 的方向相同，而当 M 物块有向心运动趋势时，二者的方向相反。因 M 物块相对于转台静止，故

$$\begin{cases}F+f_{\max}=Mr_{\max}\omega^2\\ F-f_{\max}=Mr_{\min}\omega^2\end{cases}$$

m 物块是静止的，因而

$F=mg$

又 $f_{\max}=\mu_s Mg$

故 $\begin{cases}r_{\max}=\dfrac{mg+\mu_s Mg}{M\omega^2}=37.2\text{mm}\\ r_{\min}=\dfrac{mg-\mu_s Mg}{M\omega^2}=12.4\text{mm}\end{cases}$

3. 解：(1) t 时刻物体受力如图所示，在法向有

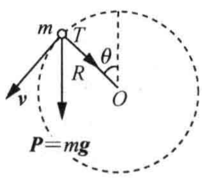
$T+mg\cos\theta=mv^2/R$

所以 $T=(mv^2/R)-mg\cos\theta$

在切向有

$mg\sin\theta=ma_t$

所以 $a_t=g\sin\theta$



(2) $a_t=g\sin\theta$，它的数值随 θ 的增加按正弦函数变化（规定物体由顶点开始转一周又回到顶点，相应 θ 角由 0 连续增加到 2π）。

$\pi>\theta>0$ 时，$a_t>0$，表示 $\boldsymbol{a}_t$ 与 $\boldsymbol{v}$ 同向；$2\pi>\theta>\pi$ 时，$a_t<0$，表示 $\boldsymbol{a}_t$ 与 $\boldsymbol{v}$ 反向。

4. 解：(1) 先计算公路路面倾角 θ。

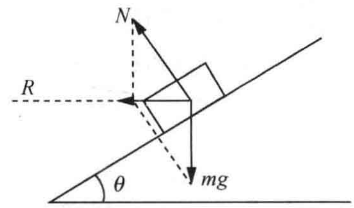
设计时轮胎不受路面左右方向的力，而法向力应在水平方向上。因而有

$$\begin{cases}N\sin\theta=mv_1^2/R\\ N\cos\theta=mg\end{cases}$$

所以 $\tan\theta=\dfrac{v_1^2}{Rg}$

(2) 当有横向运动趋势时，轮胎与地面间有摩擦力，最大值为 $\mu N'$（N' 为该时刻地面对车的支持力），则

$$\begin{cases}N'\sin\theta-\mu N'\cos\theta=mv_2^2/R\\ N'\cos\theta-\mu N'\sin\theta=mg\end{cases}$$



所以 $\mu=\dfrac{Rg\sin\theta-v_2^2\cos\theta}{v_2^2\sin\theta+Rg\cos\theta}$

将 $\tan\theta=\dfrac{v_1^2}{Rg}$ 代入得 $\mu=\dfrac{v_1^2-v_2^2}{\dfrac{v_2^2v_1^2}{Rg}+Rg}=0.078$

5. 解：以 r 表示小球所在处圆锥体的水平截面半径，对小球写出牛顿定律方程为

$T\sin\theta-N\cos\theta=ma=m\omega^2 r$　①

$T\cos\theta+N\sin\theta-mg=0$　②

其中　$r=l\sin\theta$　③

联立求解得

(1) $N=mg\sin\theta-m\omega^2 l\sin\theta\cos\theta$

$T=mg\cos\theta+m\omega^2 l\sin^2\theta$

(2) $\omega=\omega_c$，$N=0$

$\omega_c=\sqrt{g/l\cos\theta}$

$T=mg/\cos\theta$

第 3 章　动量和能量守恒定律

练　习　(一)

一、单选题

1. A　2. C　3. C　4. A　5. D

6. A　7. A　8. D　9. B

二、填空题

1. $-2mv_0$　2. $mv/(M+m)$　3. $0.5P_0$

4. $F\Delta t/m$　5. 5m/s　6. 240J　7. 100m/s

8. $\dfrac{3mv_0^2}{8}$　9. $k/(2r)$　10. $-F_0R$

11. $\dfrac{v^2\sin 2\theta}{g}$　12. $-\dfrac{kA}{\omega}$　13. $2mg/R$

三、判断题

1. √　2. √　3. ×　4. ×　5. ×

6. √　7. ×　8. ×　9. √　10. √

四、计算题

1. 解:(1)规定向上的方向为正。

物体从上抛到上升到最高点过程中,只有重力的作用,由冲量定理得

$I=\Delta p=m(v-v_0)=1\times(0-10)\mathrm{N\cdot s}$
$=-10\mathrm{N\cdot s}$

负号说明重力冲量的方向向下。

(2)规定向上的方向为正。

物体从上抛到上升到最高点,又自由降落到 O 点(速度为 $v_2=-10\mathrm{m/s}$)过程中,只有重力的作用,由冲量定理得

$I=\Delta p=m(v_2-v_0)=1\times(-10-10)\mathrm{N\cdot s}$
$=-20\mathrm{N\cdot s}$

负号说明重力冲量的方向向下。

(3)规定向上的方向为正。

物体自由降落到地面时,速度为 $v_2=-10\mathrm{m/s}$,受到重力和地面支持力的作用,由冲量定理得

$(F-mg)\Delta t=m(0-v_2)$

$\Rightarrow F=mg-\dfrac{mv_2}{\Delta t}=1010\mathrm{N}$

作用力的方向竖直向上。

2. 解:(1)由冲量定理得

$p=\Delta p=\int F\cdot \mathrm{d}t=\int_0^3(3+4t)\cdot \mathrm{d}t=27\mathrm{N\cdot s}$

(2)在 3m 处,质点对应的时间为

$a=F/m=0.3\mathrm{m/s^2}$

$\Rightarrow v=v_0+\int_0^t a\cdot \mathrm{d}t=\int_0^t 0.3\cdot \mathrm{d}t=0.3t$

$\Rightarrow x=x_0+\int_0^t v\cdot \mathrm{d}t=\int_0^t 0.3t\cdot \mathrm{d}t=\dfrac{0.3}{2}t^2$

$x=\dfrac{0.3}{2}t^2=3\Rightarrow t=\sqrt{20}\,\mathrm{s}=2\sqrt{5}\,\mathrm{s}\approx 4.46\mathrm{s}$

由冲量定理得

$p=\Delta p=\int F\cdot \mathrm{d}t=\int_0^{4.46}3\cdot \mathrm{d}t\approx 13.4\mathrm{N\cdot s}$

3. 解:(1)由动能定理得

$E_k=W=\int F\cdot \mathrm{d}x=\int_0^3(3+4x)\cdot \mathrm{d}x=27\mathrm{J}$

(2)由冲量定理得 3s 后物体的速度为

$p=\Delta p=\int F\cdot \mathrm{d}t=\int_0^3(3+4t)\cdot \mathrm{d}t=27\mathrm{N\cdot s}$

$\Rightarrow v=p/m=2.7\mathrm{m/s}$

所以物体的动能为

$E_k=\dfrac{1}{2}mv^2\approx 36.5\mathrm{J}$

4. 解:(1)规定向上的方向为正。

物体从上抛到上升到最高点过程中,只有重力的作用,由动能定理得

$W=\dfrac{1}{2}mv_1^2-\dfrac{1}{2}mv_0^2=-\dfrac{1}{2}mv_0^2=-50\mathrm{J}$

负号说明重力做功的方向与运动方向相反。

(2)规定向上的方向为正。

物体从上抛到上升到最高点,又自由降落到 O 点(速度为 $v_2=-10\mathrm{m/s}$)过程中,只有重力的作用,由动能定理得

$W=\dfrac{1}{2}mv_2^2-\dfrac{1}{2}mv_0^2=0\mathrm{J}$

(3)物体在上抛运动中机械能守恒。

在物体上抛运动中,动能和势能不断转换,其和不变。

(4)物体的最大势能:在上抛的最高点,势能最大。

$E_{pmax}=-\left(\dfrac{1}{2}mv_1^2-\dfrac{1}{2}mv_0^2\right)=\dfrac{1}{2}mv_0^2=50\mathrm{J}$

或者 $E_{pmax}=E_{kmax}=\dfrac{1}{2}mv_0{}^2=50\mathrm{J}$

5. 解:(1)小球在运动过程中,在水平面上,只受弹性力的作用,由动能定理得

$\Delta E_k=\int F\cdot \mathrm{d}x=\int -kx\cdot \mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}kA^2$

[或者:$v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-A\omega\sin(\omega t)$,$\Delta E_k=\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{1}{2}mv_0^2=\dfrac{1}{2}m\omega^2A^2$]

(2)当 $x=A$ 时,小球的弹性势能最大,为

$E_{pmax}=\dfrac{1}{2}kA^2$

(3)当 $x=0$ 时,小球的动能最大,为

$$E_{kmax}=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$$
$$=\frac{1}{2}m\left(\frac{\mathrm{d}A\cos(\omega t)}{\mathrm{d}t}\right)^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t)$$
$$=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

(4)质量 m 和 ω 关系:由于弹簧在振动过程中,总的机械能不变,所以

$E_{kmax}=E_{pmax}\Rightarrow\dfrac{1}{2}m\omega^2A^2=\dfrac{1}{2}kA^2\Rightarrow\omega=\sqrt{k/m}$

练　习（二）

一、单选题

1. A　2. B　3. A　4. B　5. C

6. C　7. C　8. B　9. C

二、填空题

1. 14m/s　　2. $\sqrt{2}mv$　　3. $mv_0\sin\theta$

4. 2m/s　　5. 290J　　6. $GMm\dfrac{r_2-r_1}{r_1r_2}$

7. $mgl\sin\alpha$　　8. $GMm\left(\dfrac{1}{3R}-\dfrac{1}{R}\right)$或$-\dfrac{2GMm}{3R}$

9. 1.28×10^4 J　　10. $-\dfrac{1}{2}mgh$

11. $-\dfrac{27}{7}kc^{\frac{2}{3}}l^{\frac{7}{3}}$　　12. $\dfrac{2m'}{m}\sqrt{5gl}$

13. $x_C=1.5+0.25t^2$, $y_C=1.9+0.19t^2$

三、判断题

1. ×　2. ×　3. √　4. ×　5. √

6. √　7. √　8. √　9. ×　10. ×

四、计算题

1. 解:(1)因穿透时间极短,故可认为物体未离开平衡位置。因此,作用于子弹、物体系统上的外力均在竖直方向,故系统在水平方向动量守恒。

令子弹穿出时物体的水平速度为v',有

$mv_0=mv+Mv'$

所以 $v'=m(v_0-v)/M=3.13\text{m/s}$

$T=Mg+Mv'^2/l=26.5\text{N}$

(2)$f\Delta t=mv-mv_0=-4.7\text{N}\cdot\text{s}$　(设 $\boldsymbol{v}_0$ 方向为正方向)

负号表示冲量方向与 $\boldsymbol{v}_0$ 方向相反。

2. 解:(1)子弹射入A未进入B以前,A、B共同做加速运动。

由 $F=(m_A+m_B)a$ 得

$a=F/(m_A+m_B)=600\text{m/s}^2$

B受到A的作用力

$N=m_Ba=1.8\times10^3\text{N}$　方向向右

(2)A在时间t内做匀加速运动,t秒末的速度$v_A=at$。当子弹射入B时,B将加速而A则以v_A的速度继续向右做匀速直线运动。所以

$v_A=at=6\text{m/s}$

取A、B和子弹组成的系统为研究对象,系统所受合外力为零,故系统的动量守恒,子弹留在B中后有

$$mv_0=m_Av_A+(m+m_B)v_B$$

$$v_B=\frac{mv_0-m_Av_A}{m+m_B}=22\text{m/s}$$

3. 解:(1)设t时刻落到传送带上的沙子质量为M,速率为v;$t+\mathrm{d}t$时刻,传送带上的沙子质量为$M+\mathrm{d}M$,速率也是v。根据动量定理,传送带作用在沙子上的力F的冲量为

$F\mathrm{d}t=(M+\mathrm{d}M)v-(Mv+\mathrm{d}M\cdot0)=\mathrm{d}M\cdot v$

所以 $F=v\mathrm{d}M/\mathrm{d}t=v\cdot q_m$

由牛顿第三定律,此力等于沙子对传送带的作用力F',即$F'=F$。由于传送带匀速运动,动力源对传送带的牵引力$F''=F$,因而,$F''=F$,F''与v同向,动力源所供给的功率为

$P=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{v}\mathrm{d}M/\mathrm{d}t=v^2q_m$

(2)当 $q_m=\mathrm{d}M/\mathrm{d}t=20\text{kg/s}$, $v=1.5\text{m/s}$ 时,水平牵引力

$$F''=vq_m=30\text{N}$$

所需功率　$P=v^2q_m=45\text{W}$

4. 解:(1)小球m在与M碰撞过程中给M的竖直方向冲力在数值上应等于M对小球的竖直冲力,而此冲力应等于小球在竖直方向的动量变化率,即

$$\overline{f}=\frac{mv_2}{\Delta t}$$

由牛顿第三定律,小球以此力作用于M,其方向向下。

对于M,由牛顿第二定律,在竖直方向上有

$\overline{N}-Mg-\overline{f}=0$

所以 $\overline{N}=Mg+\overline{f}$

又由牛顿第三定律,M给地面的平均作用力也为

$\overline{F}=\overline{f}+Mg=\dfrac{mv_2}{\Delta t}+Mg$

方向竖直向下。

(2)同理,M受到小球的水平方向的冲力大小应为

$$\overline{f}'=\frac{mv_1}{\Delta t}\quad①$$

方向与m原运动方向一致。

根据牛顿第二定律,对M有

$$\overline{f}'=M\frac{\Delta v}{\Delta t}\quad②$$

联立①、②式,得 $\Delta v=mv_1/M$

5. 解:(1)m下摆的过程,m-地球系统机械能守恒。以最低点为重力势能零点,建立方程

$mgl=\dfrac{1}{2}mv_0^2$

得　$v_0=\sqrt{2gl}$

(2)m-m'完全弹性碰撞的过程:m-m'系统动量守恒、机械能守恒。

设钢球和钢块碰后速度大小分别为 v 和 V，并设小球碰后反弹，

动量守恒 $mv_0=-mv+m'V$ ①

动能守恒 $\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}m'V^2$ ②

由①、②式得钢球碰后的速度为

$v=\frac{m'-m}{m'+m}v_0$

(3)m 回弹的过程：m-地球系统机械能守恒。

设碰后钢球回弹的高度为 h，则

$\frac{1}{2}mv^2=mgh$

得 $h=\left(\frac{m'-m}{m'+m}\right)^2 l$

练 习 (三)

一、单选题

1. B 2. D 3. C 4. A 5. D

6. C 7. B 8. B 9. C 10. A

二、填空题

1. 12.5m/s 2. 160N·s 3. $\boldsymbol{i}-5\boldsymbol{j}$

4. 1m/s 5. $\frac{m^2g^2}{2k}$ 6. $\sqrt{2gl-\frac{k(l-l_0)^2}{m}}$

7. $\left(x_2+\frac{x_2^2}{2}\right)-\left(x_1+\frac{x_1^2}{2}\right)$ 8. 200J

9. $mgl/50$ 10. $v=\left(\frac{2}{3}gy\right)^{1/2}$ 11. $\lambda v^2+\lambda yg$

三、判断题

1. × 2. √ 3. × 4. × 5. ×

6. √ 7. × 8. √ 9. √ 10. √

四、计算题

1. 解：由题给条件可知物体与桌面间的正压力

$N=F\sin30°+mg$

物体要有加速度必须满足 $F\cos30°\geqslant\mu N$

即 $5(\sqrt{3}-\mu)t\geqslant\mu mg$， 所以 $t\geqslant0.256\text{s}=t_0$

物体开始运动后，所受合力的冲量为

$I=\int_{t_0}^{t}(F\cos30°-\mu N)\,dt$

$=3.83(t^2-t_0^2)-1.96(t-t_0)$

将 $t=3$s 代入上式，得 $I=28.8$N·s

则此时物体的动量的大小为 $mv=I$

所以速度的大小为 $v=\frac{I}{m}=28.8$m/s

2. 解：(1)对于 A 船及抛出的重物和 B 船抛来的重物组成的系统，因无外力(水对船的阻力已忽略)，系统动量守恒。

设 A 船抛出重物前的速度大小为 v_A，B 船抛出重物前的速度大小为 v_B，两船抛出的重物的质量均为 m，则动量守恒式为

$$m_Av_A-mv_A+mv_B=0 \quad ①$$

(2)对于 B 船及抛出的重物和 A 船抛来的重物组成的系统，因无外力(水对船的阻力已忽略)，系统动量守恒。

设 B 船抛出重物后的速度大小为 V_B，则动量守恒式为

$$m_Bv_B-mv_B+mv_A=m_BV_B \quad ②$$

联立①、②式并代入 $m_A=0.5\times10^3$kg，$m_B=1.0\times10^3$kg，$m=50$kg，$V_B=3.4$m/s，可得

$$v_A=\frac{-m_BmV_B}{(m_A-m)(m_B-m)-m^2}=-0.4\text{m/s}$$

$$v_B=\frac{(m_A-m)m_BV_B}{(m_A-m)(m_B-m)-m^2}=3.6\text{m/s}$$

3. 解：(1)位矢 $\boldsymbol{r}=a\cos\omega t\boldsymbol{i}+b\sin\omega t\boldsymbol{j}$ (SI)

可写为 $x=a\cos\omega t, y=b\sin\omega t$

$v_x=\frac{dx}{dt}=-a\omega\sin\omega t$， $v_y=\frac{dy}{dt}=b\omega\cos\omega t$

在 A 点$(a,0)$，$\cos\omega t=1$，$\sin\omega t=0$

$E_{kA}=\frac{1}{2}mv_x^2+\frac{1}{2}mv_y^2=\frac{1}{2}mb^2\omega^2$

在 B 点$(0,b)$，$\cos\omega t=0$，$\sin\omega t=1$

$E_{kB}=\frac{1}{2}mv_x^2+\frac{1}{2}mv_y^2=\frac{1}{2}ma^2\omega^2$

(2)$\boldsymbol{F}=ma_x\boldsymbol{i}+ma_y\boldsymbol{j}=-ma\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i}-mb\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}$

由 $A\to B$ $W_x=\int_a^0F_x\,dx=-\int_a^0 m\omega^2a\cos\omega t\,dx$

$=-\int_a^0 m\omega^2x\,dx=\frac{1}{2}ma^2\omega^2$

$W_y=\int_0^bF_y\,dy=-\int_0^b m\omega^2b\sin\omega t\,dy$

$=-\int_0^b m\omega^2y\,dy=-\frac{1}{2}mb^2\omega^2$

4. 解：(1)先求小球下落速度与时间的函数。

小球下落过程中受到阻力的作用，由牛顿第二定律得

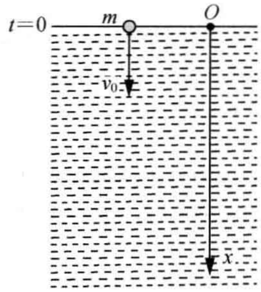
$F_r=-bv=ma=m\frac{dv}{dt}$

对上式求解可得

$v=v_0e^{-\frac{b}{m}t}$

(2)阻力对球做功，选坐标如图，则

$W=\int\boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}=\int F_r\,dx=\int-bv\,dx=\int-bv^2\,dt$



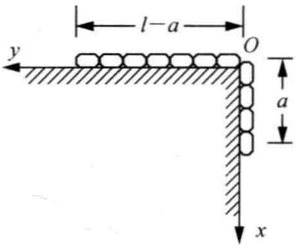
将 $v=v_0 e^{-\frac{b}{m}t}$ 代入上式，有

$$W=\int -bv^2 \mathrm{d}t=-bv_0^2\int_0^t e^{-2\frac{b}{m}t}\mathrm{d}t$$

$$=-bv_0^2\left(-\frac{m}{2b}\right)(e^{-2\frac{b}{m}t}-1)$$

$$=\frac{1}{2}mv_0^2(e^{-2\frac{b}{m}t}-1)$$

5. 解：(1)建立如图所示坐标。



某一时刻桌面上全链条长为 y，则摩擦力大小为

$$f=\mu m\frac{y}{l}g$$

摩擦力的功

$$W_f=\int_{l-a}^{0} f\mathrm{d}y=\int_{l-a}^{0}\mu\frac{m}{l}gy\mathrm{d}y$$

$$=\frac{\mu mg}{2l}y^2\bigg|_{l-a}^{0}=-\frac{\mu mg}{2l}(l-a)^2$$

(2) 以链条为对象，应用质点的动能定理

$$\sum W=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

其中 $\sum W=W_P+W_f$，$v_0=0$

$$W_P=\int_a^l P\mathrm{d}x=\int_a^l\frac{mg}{l}x\mathrm{d}x=\frac{mg(l^2-a^2)}{2l}$$

由(1)中知 $W_f=-\frac{\mu mg(l-a)^2}{2l}$

所以 $\frac{mg(l^2-a^2)}{2l}-\frac{\mu mg}{2l}(l-a)^2=\frac{1}{2}mv^2$

得 $v=\sqrt{g/l}\,[(l^2-a^2)-\mu(l-a)^2]^{1/2}$

第 4 章　刚体的转动

练　习　(一)

一、单选题

1. B　2. B　3. A　4. C　5. C　6. C　7. B　8. C

二、填空题

1. 否　　2. $\frac{1}{2}mgl$　　3. 0　　4. 0　　5. 0

6. 角动量　　7. mvd　　8. 0.4rad/s

9. $\omega=\sqrt{\frac{3g}{l}(1-\cos\theta)}$　　10. $\omega=\sqrt{\frac{2g}{R}\sin\theta}$

三、判断题

1. ×　2. ×　3. ×　4. √　5. √　6. ×

四、计算题

1. 解：(1)圆柱体的角加速度 β

$\beta=a/r=4\text{rad/s}^2$

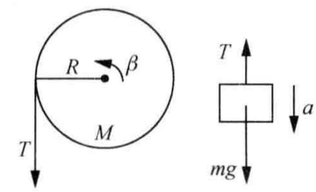
根据转动定律 $fr=J\beta$

则 $f=J\beta/r=32\text{N}$

(2)根据 $\omega_t=\omega_0+\beta t$，此题中 $w_0=0$，则有 $w_t=\beta t$

那么圆柱体的角速度 $\omega\big|_{t=5}=\beta t\big|_{t=5}=20\text{rad/s}$

2. 解：(1)如图所示，根据牛顿运动定律和转动定律列方程



对物体：$mg-T=ma$　①

对滑轮：$TR=J\beta$　②

运动学关系：$a=R\beta$　③

将①、②、③式联立得

$$a=mg/\left(m+\frac{1}{2}M\right)$$

因为 $v_0=0$

所以 $v=at=mgt/\left(m+\frac{1}{2}M\right)$

3. 解：(1)设力矩为 M，当棒与水平面成 60°角并开始下落时，根据转动定律

$M=J\beta$

其中 $M=\frac{1}{2}mgl\sin 30°=mgl/4$

于是 $\beta=\frac{M}{J}=\frac{3g}{4l}=7.35\text{rad/s}^2$

(2)当棒转动到水平位置时，$M=\frac{1}{2}mgl$

那么 $\beta=\frac{M}{J}=\frac{3g}{2l}=14.7\text{rad/s}^2$

4.解：在子弹通过杆的过程中，子弹与杆系统因外力矩为零，故角动量守恒，则有

$m_2 v_0 l/4=m_2 vl/4+J\omega$

所以

$\omega=\frac{m_2 l(v_0-v)}{4J}=\frac{3m_2(v_0-v)}{m_1 l}=11.3\text{rad/s}$

5.解：(1)角动量守恒：$m'vl=\left(\frac{1}{3}ml^2+m'l^2\right)\omega$

所以 $\omega=\frac{m'v}{\left(\frac{1}{3}m+m'\right)l}=15.4\text{rad/s}$

(2) $-M_r=\left(\frac{1}{3}ml^2+m'l^2\right)\beta$

$0-\omega^2=2\beta\theta$

所以 $\theta=\frac{\left(\frac{1}{3}m+m'\right)l^2\omega^2}{2M_r}=15.4\text{rad}$

练　习（二）

一、单选题

1.B　2.D　3.A　4.A　5.C

6.B　7.C　8.C　9.C

二、填空题

1. g/l　2. $\frac{2g}{3l}$　3. $0.5\text{kg}\cdot\text{m}^2$　4. $\frac{3g}{2l}$

5. $\frac{3g}{4l}$　6. $\frac{1}{3}\omega_0$　7. $\frac{M\omega_0}{M+2m}$　8. $m\omega ab$

9. $v=\frac{1}{ma}\sqrt{\frac{g}{6}(2-\sqrt{3})(Ml+2ma)(Ml^2+3ma^2)}$

10. $\frac{J_1\omega_0 r_2^2}{J_1 r_2^2+J_2 r_1^2}$，$\frac{J_1\omega_0 r_1 r_2}{J_1 r_2^2+J_2 r_1^2}$

三、判断题

1.×　2.×　3.×　4.×　5.×　6.×

四、计算题

1.解：将杆与两小球视为一刚体，水平飞来小球与刚体视为一系统。由角动量守恒

得 $mv_0\frac{2l}{3}=-m\frac{v_0}{2}\frac{2l}{3}+J\omega$(逆时针为正向)　①

又 $J=m\left(\frac{2l}{3}\right)^2+2m\left(\frac{l}{3}\right)^2$　②

将②式代入①式得 $\omega=\frac{3v_0}{2l}$

2.解：设当人走到圆盘边缘时，圆盘对地的绕轴角速度为 ω，则人对与地固连的转轴的角速度也为 ω，人与盘视为系统，所受对转轴合外力矩为零，系统的角动量守恒。

设盘的质量为 M，则人的质量为 $M/10$，有

$$\left[\frac{1}{2}MR^2+\frac{M}{10}\left(\frac{1}{2}R\right)^2\right]\omega_0=\left[\frac{1}{2}MR^2+\frac{M}{10}R^2\right]\omega$$

解得　　$\omega=\frac{7}{8}\omega_0$

3.解：人和转台系统的角动量守恒，有

$J_1\omega_1+J_2\omega_2=0$

其中 $J_1=300\text{kg}\cdot\text{m}^2$，$\omega_1=v/r=0.5\text{rad/s}$，$J_2=3000\text{kg}\cdot\text{m}^2$

所以 $\omega_2=-J_1\omega_1/J_2=-0.05\text{rad/s}$

人相对于转台的角速度

$\omega_r=\omega_1-\omega_2=0.55\text{rad/s}$

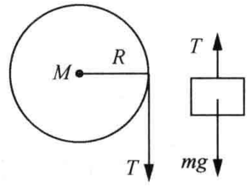
所以 $t=2\pi/\omega_r\approx 11.4\text{s}$

4.解：对水桶和圆柱形辘轳分别用牛顿运动定律和转动定律列方程

$mg-T=ma$　①

$TR=J\beta$　②

$a=R\beta$　③



由此可得　$T=m(g-a)=m[g-(TR^2/J)]$

那么　　$T\left(1+\frac{mR^2}{J}\right)=mg$

将 $J=\frac{1}{2}MR^2$ 代入上式，得

$T=\frac{mMg}{M+2m}=24.5\text{N}$

5.解：$J=\frac{1}{2}MR^2=0.675\text{kg}\cdot\text{m}^2$

因为 $mg-T=ma$

$TR=J\beta$

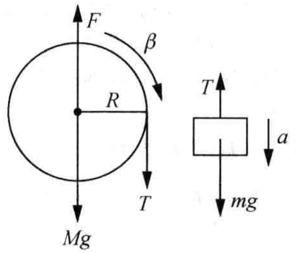
$a=R\beta$

所以 $a=mgR^2/(mR^2+J)=5.06\text{m/s}^2$

所以(1)下落距离 $h=\frac{1}{2}at^2=63.3\text{m}$

(2)张力 $T=m(g-a)=37.9\text{N}$

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com



练　习（三）

一、单选题

1.C　2.C　3.C　4.C　5.A　6.D　7.B　8.A

二、填空题

1. $157\text{N}\cdot\text{m}$　2. $25\text{kg}\cdot\text{m}^2$　3. $\dfrac{mg}{\dfrac{J}{r}+mr}$

4. $\dfrac{1}{2}Ma$　5. $m(g-a)R^2/a$　6. $\sqrt{\dfrac{3g}{l}}$

7. $\dfrac{1}{2}mgl$　8. 1m/s　9. $\dfrac{1}{2}mr_1^2\omega_1^2\left(\dfrac{r_1^2}{r_2^2}-1\right)$

10. $\dfrac{7l^2\omega_0}{4(l^2+3x^2)}$　11. $\dfrac{2}{3}g$，$\dfrac{1}{3}mg$

12. $\sqrt{\dfrac{4gh}{3}}$

三、判断题

1.√　2.×　3.×　4.×　5.√　6.√

四、计算题

1. 解：对棒和滑块系统，在碰撞过程中，由于碰撞时间极短，所以棒所受的摩擦力矩≪滑块的冲力矩。故可认为合外力矩为零，因而系统的角动量守恒，即

$$m_2v_1l=-m_2v_2l+\frac{1}{3}m_1l^2\omega \quad ①$$

碰后棒在转动过程中所受的摩擦力矩为

$$M_f=\int_0^l-\mu g\frac{m_1}{l}x\cdot \mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\mu m_1gl \quad ②$$

由角动量定理

$$\int_0^t M_f\mathrm{d}t=0-\frac{1}{3}m_1l^2\omega \quad ③$$

联立三式解得 $t=2m_2\dfrac{v_1+v_2}{\mu m_1g}$

2. 解：(1)以子弹和圆盘为系统，在子弹击中圆盘过程中，对轴 O 的角动量守恒。

$$mv_0R=\left(\frac{1}{2}MR^2+mR^2\right)w$$

$$\omega=\frac{mv_0}{\left(\frac{1}{2}M+m\right)R}$$

(2)设 σ 表示圆盘单位面积的质量，可求出圆盘所受水平面的摩擦力矩的大小为

$$M_f=\int_0^R r\mu g\sigma\cdot 2\pi r\mathrm{d}r=(2/3)\pi\mu\sigma gR^3$$
$$=(2/3)\mu MgR$$

设经过 Δt 时间圆盘停止转动，则按角动量定理有

$$-M_f\Delta t=0-J\omega=-\left(\frac{1}{2}MR^2+mR^2\right)\omega$$
$$=-mv_0R$$

所以 $\Delta t=\dfrac{mv_0R}{M_f}=\dfrac{mv_0R}{(2/3)\mu MgR}=\dfrac{3mv_0}{2\mu Mg}$

3. 解：(1)设当人以速率 v 沿相对圆盘转动相反的方向走动时，圆盘对地的绕轴角速度为 ω，则人对与地固连的转轴的角速度为

$$\omega'=\omega-\frac{v}{\frac{1}{2}R}=\omega-\frac{2v}{R} \quad ①$$

人与盘视为系统，所受对转轴合外力矩为零，系统的角动量守恒。

设盘的质量为 M，则人的质量为 $M/10$，有

$$\left[\frac{1}{2}MR^2+\frac{M}{10}\left(\frac{1}{2}R\right)^2\right]\omega_0$$
$$=\frac{1}{2}MR^2\omega+\frac{M}{10}\left(\frac{1}{2}R\right)^2\omega' \quad ②$$

将①式代入②式得

$$\omega=\omega_0+\frac{2v}{21R} \quad ③$$

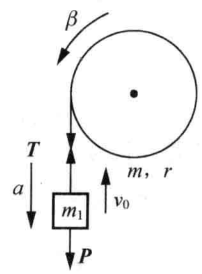
(2)欲使盘对地静止，则③式必为零，即

$$\omega_0+2v/(21R)=0$$

得
$$v=-21R\omega_0/2$$

式中，负号表示人的走动方向与上一问中人的走动方向相反，即与盘的初始转动方向一致。

4. 解：撤去外加力矩后受力分析如图所示。



$$m_1g-T=m_1a$$
$$Tr=J\beta$$
$$a=r\beta$$
$$a=m_1gr/(m_1r+J/r)$$

代入 $J=\dfrac{1}{2}mr^2$，

$$a=\frac{m_1 g}{m_1+\frac{1}{2}m}=6.32\text{m/s}$$

因为 $v_0-at=0$

所以 $t=v_0/a=0.095\text{s}$

5. 解:在 r 处的宽度为 $\mathrm{d}r$ 的环带面积上摩擦力矩为

$$\mathrm{d}M=\mu\frac{mg}{\pi R^2}\cdot 2\pi r\cdot r\mathrm{d}r$$

总摩擦力矩 $M=\int_0^R \mathrm{d}M=\frac{2}{3}\mu mgR$

故平板角加速度 $\beta=M/J$

设停止前转数为 n,则转角 $\theta=2\pi n$

由 $\omega_0^2=2\beta\theta=4\pi Mn/J$

可得 $n=\frac{J\omega_0^2}{4\pi M}=3R\omega_0^2/16\pi\mu g$

力学综合练习(一)

一、单选题(每小题 2 分,共 20 分)

1. A 2. C 3. D 4. B 5. D

6. C 7. B 8. A 9. B 10. C

二、填空题(每空格 2 分,共 30 分)

1. 3,5 2. 4.9m/s^2 或 5m/s^2,$\frac{2v^2}{\sqrt{3}g}$

3. $-m\omega(a\sin\omega t\boldsymbol{i}-b\cos\omega t\boldsymbol{j})$,0 4. $\boldsymbol{v}=t^2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$

5. $\frac{3}{4}mg$,$\frac{3}{4}mg(1+\mu)$ 6. 12J

7. $\frac{1}{2l}\cdot\frac{mMv_0^2}{m+M}$,$\frac{1}{2}\cdot\frac{mMv_0^2}{m+M}$

8. $-2\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{k}$,$-2\boldsymbol{k}$

9. $\frac{1}{4}$mg

三、计算题(每题 10 分,共 50 分)

1. 解:(1)任意时刻位矢为

$\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(8-2t^2)\boldsymbol{j}$ (1 分)

(2)速度:$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}$ (1 分)

加速度:$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-4\boldsymbol{j}$ (1 分)

(3)由以上可以求出任意时刻速率为

$v=\sqrt{4+16t^2}=2\sqrt{1+4t^2}$ (2 分)

所以切向加速度为

$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{8t}{\sqrt{1+4t^2}}$ (2 分)

任意时刻总加速度大小为 $a=4$ (1 分)

所以法向加速度为

$a_n=\sqrt{a^2-a_t^2}=\frac{4}{\sqrt{1+4t^2}}$ (2 分)

2. 解:由于力 $F=120t+40$

所以任意时刻加速度为

$a=\frac{F}{m}=12t+4$ (4 分)

速度与加速度满足 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

所以 $\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=\int_0^t a\mathrm{d}t$

$v=6t^2+4t+6$ (3 分)

速度与位置满足 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

所以 $\int_{x_0}^{x}\mathrm{d}x=\int_0^t v\mathrm{d}t$

所以 $x=2t^3+2t^2+6t+5$ (3 分)

3. 解:$F=ma$, $a=F/m=3t(\text{m/s})$ (2 分)

$\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=a=3t$, $\mathrm{d}v=3t\mathrm{d}t$

由 $\int_0^v\mathrm{d}v=\int_0^t 3t\mathrm{d}t$,得 $v=1.5t^2(\text{m/s})$ (4 分)

故 $t=2\text{s}$ 时,$v_2=6\text{m/s}$

根据动能定理,外力所做的功为

$W=\frac{1}{2}mv_2^2-0=\frac{1}{2}mv_2^2=36\text{J}$ (4 分)

4. 解:(1)设最初小球速率为 v_0,则

$$F_{心}=m\frac{v_0^2}{R}$$ (2 分)

已知 $F_{心}=10^{-3}\text{N}$,$m=0.01\text{kg}$,$R=0.4\text{m}$

所以 $v_0=\sqrt{\frac{F_{心}R}{m}}=\sqrt{\frac{0.001\times 0.4}{0.01}}=0.2\text{m/s}^2$ (2 分)

小球运动半径由 40cm 到 10cm 过程中角动量守恒,即

$$Rmv_0=rmv$$ (2 分)

所以 $v=\frac{Rv_0}{r}=4v_0=0.8\text{m/s}^2$ (2 分)

(2)拉力所做的功等于小球动能的增量:

$A=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}m\times 15v_0^2=3\times 10^{-3}\text{J}$

(2 分)

5. 解:设下落物体的速度为 v,则轮子的角速度为 $\omega=v/r$,因绳子不可伸长,所以弹簧的伸长量即为物体下落的距离。选物体下落 40cm 时的位置为重力势能为零。(2 分)

由机械能守恒定律,得

$$\frac{1}{2}kh^2+\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}J\omega^2=mgh \qquad (4分)$$

式中，h 为物体下落的高度；m 为物体的质量；J 为轮子的转动惯量。所以

$$v=\sqrt{\frac{2mgh-kh^2}{m+J/r^2}}=1.51\text{m/s} \qquad (4分)$$

力学综合练习(二)

一、单选题(每小题 2 分，共 20 分)

1. C　2. B　3. C　4. C　5. B

6. C　7. D　8. A　9. C　10. C

二、填空题(每空格 2 分，共 30 分)

1. $\boldsymbol{r}=\frac{2}{3}t^3\boldsymbol{i}+2t\boldsymbol{j}$　　2. 无关，是　　3. 100m/s

4. 转动惯性大小的量度

5. $10\sqrt{2}$ m/s，东偏北 45°　　6. $\frac{3g}{2l}$，$\frac{1}{4}mg$

7. n^2　　8. 4，8　　9. $\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^{1/2}$

10. $\frac{1}{2}mgL$，$\frac{3g}{5L}$

三、计算题(每题 10 分，共 50 分)

1. 解：(1) $I=\int_0^{T/2}F(t)\mathrm{d}t=-\frac{TF_0}{2\pi}\cos\frac{2\pi t}{T}\Big|_0^{T/2}$

$$=\frac{TF_0}{\pi} \qquad (3分)$$

(2) $I=mv=\frac{TF_0}{\pi}$

$$v=\frac{TF_0}{\pi m} \qquad (3分)$$

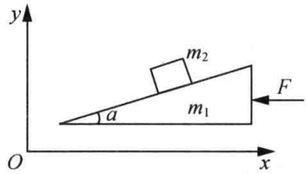
由于 $v_0=0$，由动能定理

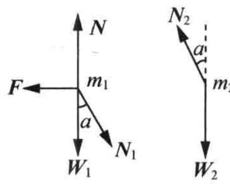
$$W=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2=T^2F_0^2/(2\pi^2 m) \qquad (4分)$$

2. 解：将 m_1、m_2 视作质点，并取作隔离体，受力分析如下图所示，m_1 受推力 $\boldsymbol{F}$、支持力 $\boldsymbol{N}$、重力 $\boldsymbol{W}_1$ 和 m_2 的压力 $\boldsymbol{N}_1$；m_2 受重力 $\boldsymbol{W}_2$ 和斜面的支持力 $\boldsymbol{N}_2$；由题意得矢量方程为

$$\begin{cases}\boldsymbol{F}+\boldsymbol{N}+\boldsymbol{W}_1+\boldsymbol{N}_1=m_1\boldsymbol{a}_1 & ①\\ \boldsymbol{W}_2+\boldsymbol{N}_2=m_2\boldsymbol{a}_2 & ②\\ \boldsymbol{a}_1=\boldsymbol{a}_2=a & ③\\ \boldsymbol{N}_1=-\boldsymbol{N}_2 & ④\end{cases} \qquad (3分)$$

建立坐标轴沿水平和铅直方向的坐标系 xOy，得标式为





$$\begin{cases}F-N_1\sin\beta=m_1a & ⑤\\ N_2\sin\alpha=m_2a & ⑥\\ m_2g-N_2\cos\alpha=0 & ⑦\end{cases} \qquad (3分)$$

由⑥式得　$-N_1\sin\alpha=m_2a$，代入⑤式，得

$$F+m_2a=m_1a \qquad ⑧$$

即　$a=\frac{F}{m_1+m_2}$　　⑨　　(2分)

结合⑥和⑦得 $\tan\alpha=\frac{a}{g}$，代入⑨式，得

$$\tan\alpha=\frac{F}{(m_1+m_2)g}$$

即 $a=\arctan[F/(m_1+m_2)g]$即为所求　　(2分)

3. 解：(1)由动能定理得

$$\Delta E_k=\int F\cdot\mathrm{d}x=\int -kx\cdot\mathrm{d}x=\frac{1}{2}kA^2 \qquad (4分)$$

[或者：$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-A\omega\sin(\omega t)$，$\Delta E_k=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$]

(2)当 $x=A$ 时，小球的最大弹性势能为

$$E_{\text{pmax}}=\frac{1}{2}kA^2 \qquad (2分)$$

(3)当 $x=0$ 时，小球的动能最大

$$E_{\text{kmax}}=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

$$=\frac{1}{2}m\left(\frac{\mathrm{d}A\cos(\omega t)}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

$$=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t)=\frac{1}{2}m\omega^2A^2 \qquad (2分)$$

(4)总的机械能不变，所以

$$E_{\text{kmax}}=E_{\text{pmax}}\Rightarrow\frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}kA^2\Rightarrow\omega=\sqrt{k/m}$$

(2分)

4. 解：碰撞前后瞬间过程，细棒对支点 O 角动量

守恒。设细棒对 O 的转动惯量为 J，转动角速度为 ω，则 $mv_0\dfrac{L}{2}=J\omega$ （3 分）

由平行轴定理可以得到转动惯量：

$$J=\frac{m}{12}(2L)^2+m\left(\frac{L}{2}\right)^2=\frac{1}{12}m4L^2+\frac{1}{4}mL^2$$

$$=\frac{7}{12}mL^2$$ （3 分）

所以 $mv_0\dfrac{L}{2}=\dfrac{7}{12}mL^2\omega$ （2 分）

所以 $\omega=\dfrac{6v_0}{7L}$ （2 分）

5. 解：设圆柱与平板间的摩擦力大小为 f，平板的加速度大小为 a，对于平板，取向右为正方向，则

$$F-(M+M_2)g\mu-f=Ma$$ （2 分）

对于圆柱体，选择平板为参考系（非惯性系），设圆柱角加速度为 β。

由定轴转动定理：$fR=\dfrac{1}{2}M_2R^2\beta$ （2 分）

由质心运动定理：$M_2a-f=M_2a_C$ （2 分）

由纯滚动条件：$a_C=R\beta$ （2 分）

联立以上各式可得到：$a=\dfrac{3[F-(M+M_2)g\mu]}{3M+M_2}$

（2 分）

力学综合练习(三)

一、单选题(每小题 2 分，共 20 分)

1. C 2. C 3. C 4. C 5. B

6. A 7. B 8. C 9. D 10. C

二、填空题(每空格 2 分，共 30 分)

1. 0 2. $2g$，0 3. 0.6N·s，2×10^{-3}kg

4. $\dfrac{r_B}{r_A}v_A$ 5. 18J，6m/s 6. 176J

7. h^2/l^2 8. $2J/k\omega_0$

9. $4x^2+y^2=L^2(x\geqslant0,y\geqslant0)$ 10. $85mR^2$

11. $\dfrac{1}{2}mgl$ 12. $\dfrac{1}{2}Ma$

三、证明与计算题(每题 10 分，共 50 分)

1. 证明：(1)运动学角度

质点速度：$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=-a\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+b\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$ （2 分）

质点对原点的角动量：

$$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}=m(\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{v})$$

$$=m\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ a\cos\omega t & b\sin\omega t & 0\\ -a\omega\sin\omega t & b\omega\cos\omega t & 0\end{vmatrix}$$

$=mab\omega\boldsymbol{k}=$常矢量 （3 分）

由此可得质点对原点的角动量守恒。

(2)动力学角度

质点速度：$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=-a\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+b\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$

质点加速度：$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-a\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i}-b\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}$

$=-\omega^2\boldsymbol{r}$

质点所受的合力：$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}=-m\omega^2\boldsymbol{r}$ （2 分）

合力对原点的力矩：

$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}=-m\omega^2(\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{r})=\boldsymbol{0}$ （3 分）

由角动量定理：$\boldsymbol{M}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$可得质点对原点角动量守恒。

2. 解：以 V 表示球上升到最大高度时 m 和 M 的共同速度，则由动量守恒和机械能守恒可得

$mv_0=(m+M)V$ （2 分）

$\dfrac{1}{2}mv_0^2=\dfrac{1}{2}(m+M)V^2+mgh$ （2 分）

联立二式可解得 $h=\dfrac{Mv_0^2}{2g(m+M)}$ （1 分）

以 V' 表示球离开小车时小车的速度，则在小球射入到离开的整个过程中，由动量守恒和机械能守恒可得

$mv_0=mv+MV'$ （2 分）

$\dfrac{1}{2}mv_0^2=\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}MV'^2$ （2 分）

联立二式可得 $v=(m-M)v_0/(m+M)$

v 与 v_0 反向。 （1 分）

3. 解：建立图示坐标 $xOy-x'O'y'$，物体 1，2 受力如图示，$\boldsymbol{P}_1$、$\boldsymbol{P}_2$ 分别为 m_1、m_2 所受重力，$\boldsymbol{T}_1$、$\boldsymbol{T}_2$ 分别为绳对 m_1，m_2 的拉力，$\boldsymbol{a}_1$、$\boldsymbol{a}_2$ 分别为 m_1、m_2 的加速度，$\boldsymbol{f}^*$ 为物体在加速直线运动参考系中的惯性力。

由题意得矢量方程：$\begin{cases}\boldsymbol{f}^*+\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{T}_1=m\boldsymbol{a}_1\\ \boldsymbol{f}^*+\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{T}_2=m\boldsymbol{a}_2\end{cases}$ （2 分）

投影得标量方程：

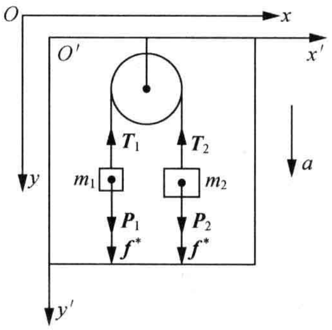
$$\begin{cases}m_1g-T_1-m_1a=m_1a_{1y} & ①\\ m_2g-T_2-m_2a=m_2a_{2y} & ②\end{cases}$$ （2 分）

又因为滑轮两侧张力相等

所以 $T_1=T_2=T$ ③

因为 $\boldsymbol{a}_{绝}=\boldsymbol{a}_{牵}+\boldsymbol{a}_{相}$

所以 $\begin{cases} a_1 = a_{1y} + a \\ a_2 = a_{2y} + a \end{cases}$ ④ （2分）



由于绳子不可伸长，所以 $a_{1y} = -a_{2y}$ ⑤

由①、②、③、⑤式解得

$$\begin{cases} a_{1y} = \dfrac{-(m_2 - m_1)g + (m_1 - m_2)a}{m_1 + m_2} \\ a_{2y} = \dfrac{2m_2 a - (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2} \end{cases} \quad ⑥ \quad （2分）$$

由④、⑥式联立可得 $a_1 = \dfrac{2m_2 a - (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$

$a_2 = \dfrac{2m_1 a + (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$

$T = \dfrac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}(g - a)$ 即为所求 （2分）

4. 解：设碰撞后瞬间子弹和木块的共同速度为 v'，则

由动量守恒：$mv_0 = (M+m)v'$ （2分）

得 $v_0 = \dfrac{(M+m)v'}{m}$ （1分）

碰撞后系统在弹性绳弹力的作用下运动，弹力恒指向 A 点，因此系统对 A 点角动量守恒。碰撞后瞬间木块速度与绳子垂直，当木块距离 A 点最远时，木块速度与绳子亦垂直。由角动量守恒：

$(M+m)v'l_0 = (M+m)v \cdot 4l_0$ （2分）

得 $v' = 4v$ （1分）

碰撞后系统在弹性绳弹力的作用下运动，弹力是保守力，因此系统机械能守恒。系统运动过程中，动能转化为弹性绳的弹性势能。

$$\frac{1}{2}k(4l_0 - l_0)^2 = \frac{1}{2}(M+m)v'^2 - \frac{1}{2}(M+m)v^2$$

（2分）

联立以上各式，可得 $v = \sqrt{\dfrac{3k}{5(M+m)}} \cdot l_0$

$v_0 = \dfrac{4l_0}{5m}\sqrt{15k(M+m)}$ （2分）

5. 解：(1)设杆的线 $\lambda = \dfrac{m}{l}$，在杆上取一小质元 $dm = \lambda dx$，则小质元受到的摩擦力为

$$df = \mu dmg = \mu\lambda g dx \quad （1分）$$

小质元受到的摩擦力力矩为

$$dM = xdf = \mu\lambda g x dx \quad （1分）$$

细杆受到的总摩擦力力矩为

$$M = \int dM = 2\int_0^{\frac{l}{2}} \mu\lambda g x dx = \frac{1}{4}\mu m g l \quad （3分）$$

(2)根据转动定律 $M = J\beta = J\dfrac{d\omega}{dt}$ （2分）

存在积分关系：$\displaystyle\int_0^t -Mdt = \int_{\omega_0}^0 J d\omega$

积分得到：$-\dfrac{1}{4}\mu m g l t = -\dfrac{1}{12}ml^2\omega_0$

所以 $t = \dfrac{\omega_0 l}{3\mu g}$ （3分）

第 5 章　气体动理论

练　习　(一)

一、单选题

1. D　2. B　3. C　4. C　5. C　6. D　7. A　8. C

二、填空题

1. 相同，相同　　2. 8.71×10^{-8}

3. $\dfrac{3}{2}NkT = 1.0 \times 10^{-8}$ J　　4. 12.5J

5. $\sqrt{\mu_2/\mu_1}$　　6. 7 : 3

7. $\displaystyle\int_0^{\infty} f(v)dv = 1$，速率在 $0 \sim \infty$ 内的分子数占总分子数的百分比为百分之百

8. 氢气，$\boldsymbol{T}_1$

三、计算题

1. 解：常温下，氧气分子可看成刚性分子，所以其自由度为 $i = 5$

氧气分子的平均平动动能：

$$\bar{\varepsilon}_{kt} = \frac{3}{2}kT = 6.28 \times 10^{-21} \text{ J}$$

氧气分子的平均动能：

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{5}{2}kT = 1.05 \times 10^{-20} \text{ J}$$

氧气分子的平均能量：

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_k = \frac{5}{2}kT = 1.05 \times 10^{-20} \text{ J}$$

4.0×10^{-3} kg 氧气的内能：

$U=\frac{i}{2}\frac{M}{\mu}RT=\frac{5}{2}\cdot\frac{4.0\times10^{-3}}{32\times10^{-3}}\times8.31\times303$

$\approx787\text{J}$

2. 解：(1)由 $pV=\frac{M}{\mu}RT$ 和 $E=\frac{M}{\mu}\frac{i}{2}RT$

有 $p=\frac{2E}{iV}=\frac{2\times2.1\times10^3}{7\times6.0\times10^{-3}}\text{Pa}=1.0\times10^5\text{Pa}$

(2)由 $p=nkT=\frac{N}{V}kT$ 得

温度：$T=\frac{pV}{Nk}=\frac{1.0\times10^5\times6.0\times10^{-3}}{2.0\times10^{23}\times1.38\times10^{-23}}\text{K}$

$\approx217\text{K}$

方均根速率：$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu_{O_2}}}=\sqrt{\frac{3\times8.31\times217}{32\times10^{-3}}}$

$=411.2\text{m/s}$

3. 解：常温下，氮气可视为刚性双原子分子，则氮气的内能 $E=\frac{M}{\mu}\frac{5}{2}RT$

内能增量 $\Delta E=\frac{M}{\mu}\frac{5}{2}R\Delta T$

得 $\Delta E=\frac{1}{2}Mv^2=\frac{1}{2}\times0.1\times100^2=500\text{J}$

$\Rightarrow\Delta T=\frac{2\Delta E\mu}{5MR}=6.7\text{K}$

其中 $\mu=28\times10^{-3}\text{kg}$

由 $pV=\frac{M}{\mu}RT$，得

压强增量 $\Delta p=\frac{M}{\mu V}R\Delta T=\frac{0.1}{28\times10^{-3}\times0.01}\times8.31\times6.7\text{Pa}\approx2.0\times10^4\text{Pa}$

4. 解：(1) $f(v)=\begin{cases}\frac{a}{Nv_0}v & (0,v_0)\\ \frac{a}{N} & (v_0,2v_0)\\ \frac{3}{N}a-\frac{a}{v_0N}v & (2v_0,3v_0)\\ 0 & (3v_0,\infty)\end{cases}$

根据归一化条件：$\int_0^\infty f(v)\text{d}v=1$（或根据面积求），可得 $a=\frac{N}{2v_0}$

(2) $N'=N\int_{1.5v_0}^{2v_0}f(v)\text{d}v=N\int_{1.5v_0}^{2v_0}\frac{a}{N}\text{d}v$

$=N\frac{1}{2}\frac{a}{N}v_0=\frac{1}{4}N$

(3) $\bar{v}=\int_0^\infty f(v)v\text{d}v=\int_0^{v_0}\frac{a}{Nv_0}v^2\text{d}v+\int_{v_0}^{2v_0}\frac{a}{N}v\text{d}v$

$+\int_{2v_0}^{3v_0}\left(\frac{3a}{N}v-\frac{a}{v_0N}v^2\right)\text{d}v=\frac{3}{2}v_0$

练　习（二）

一、单选题

1. D　2. A　3. D　4. B　5. A　6. A　7. C　8. D

二、填空题

1. 不同，相同　2. 4.43×10^5　3. 5.94×10^{-8}

4. 9.42×10^{-21}J，1∶2　5. $3RT$

6. 6.11×10^{-5}

7. 速率在 v_p 以上的分子数占总分子数的百分比，分子平均平动动能

8. 氧气，氢气

三、计算题

1. 解：(1) $n=\frac{p}{kT}=\frac{2.07\times10^4}{1.38\times10^{-23}\times400}\text{m}^{-3}$

$=3.75\times10^{24}\text{m}^{-3}$

(2) $\bar{\varepsilon}_k=\frac{3}{2}kT=\frac{3}{2}\times1.38\times10^{-23}\times400\text{J}$

$=8.28\times10^{-21}\text{J}$

或 $\bar{\varepsilon}_k=\frac{3}{2}\frac{p}{n}=\frac{3}{2}\times\frac{2.07\times10^4}{3.75\times10^{24}}\text{J}$

$=8.28\times10^{-21}\text{J}$

(3) $\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu_{H_2}}}=\sqrt{\frac{3\times8.31\times400}{2\times10^{-3}}}\text{m/s}$

$\approx2.23\times10^3\text{m/s}$

(4) $\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu_{CO_2}}}=\sqrt{\frac{8\times8.31\times400}{3.14\times44\times10^{-3}}}\text{m/s}$

$\approx439\text{m/s}$

2. 解：氦气的内能：$E_1=N_1\frac{3}{2}kT_1$

氧气的内能：$E_2=N_2\frac{5}{2}kT_2$

混合气的内能：$E=N_1\frac{3}{2}kT+N_2\frac{5}{2}kT$

混合前后内能总不变

$N_1\frac{3}{2}kT+N_2\frac{5}{2}kT=N_1\frac{3}{2}kT_1+N_2\frac{5}{2}kT_2$

得 $T=\frac{N_1\frac{3}{2}T_1+N_2\frac{5}{2}T_2}{N_1\frac{3}{2}+N_2\frac{5}{2}}=\frac{\frac{N_1}{N_2}\frac{3}{2}T_1+\frac{5}{2}T_2}{\frac{N_1}{N_2}\frac{3}{2}+\frac{5}{2}}$

由理想气体状态方程 $p_1=n_1kT_1$，$p_2=n_2kT_2$，以及混合前压强相等，得 $\frac{N_1}{N_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{T_2}{T_1}$

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com