

普
华
文
化

连续时间下确定缴费型养老金 的最优化管理

The Continuous-Time Optimal Management for
the Defined-Contribution Pension Funds

张初兵 著



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

连续时间下确定缴费型 养老金的最优化管理

张初兵 著

人民邮电出版社
北 京

图书在版编目 (CIP) 数据

连续时间下确定缴费型养老金的最优化管理 / 张初兵著. —北京: 人民邮电出版社, 2014.3
ISBN 978-7-115-34513-4

I. ①连… II. ①张… III. ①退休金—最佳化—管理—研究—中国 IV. ①F249.213.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 011854 号

内 容 提 要

本书分析了确定缴费型养老金的理论发展、现有制度及最优投资策略, 介绍了养老金研究领域的代表人物和研究成果, 同时, 还列举了确定缴费型养老金研究的主要结论和对未来的展望。

本书适合经济学者、养老基金经理、负责社会保障的政府工作人员阅读, 也适合大学相关专业的师生阅读参考。

◆ 著 张初兵

责任编辑 王莹舟

执行编辑 徐晓菲

责任印制 杨林杰

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路 11 号

邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

北京隆昌伟业印刷有限公司印刷

◆ 开本: 787 × 1092 1/16

印张: 12.5

2014 年 3 月第 1 版

字数: 100 千字

2014 年 3 月北京第 1 次印刷

定 价: 35.00 元

读者服务热线: (010) 81055656 印装质量热线: (010) 81055316

反盗版热线: (010) 81055315

广告经营许可证: 京崇工商广字第 0021 号

《连续时间下确定缴费型养老金的最优化管理》
编读互动信息卡

亲爱的读者：

感谢您购买本书。只要您以以下三种方式之一成为普华公司的会员，即可免费获得普华每月新书信息快递，在线订购图书或向我们邮购图书时可获得免付图书邮寄费的优惠：①详细填写本卡并以传真（复印有效）或邮寄返回给我们；②登录普华公司官网注册成为普华会员；③关注微博：@普华文化（新浪微博）。会员单笔订购金额满300元，可免费获赠普华当月新书一本。

哪些因素促使您购买本书（可多选）

☐ 本书摆放在书店显著位置	☐ 封面推荐	☐ 书名
☐ 作者及出版社	☐ 封面设计及版式	☐ 媒体书评
☐ 前言	☐ 内容	☐ 价格
☐ 其他（ ）		

您最近三个月购买的其他经济管理类图书有

1. 《 》	2. 《 》
3. 《 》	4. 《 》

您还希望我们提供的服务有

1. 作者讲座或培训	2. 附赠光盘
3. 新书信息	4. 其他（ ）

请附阁下资料，便于我们向您提供图书信息

姓 名	联系电话	职 务
电子邮箱	工作单位	
地 址		

地址：北京市丰台区成寿寺路 11 号邮电出版大厦 1108 室
北京普华文化发展有限公司（100164）

传 直：010-81055644

读者热线: 010-81055656

编辑邮箱: xuxiaofei@puhuabook.com

投稿邮箱: puhua111@126.com, 或请登录普华官网“作者投稿专区”

投稿热线: 010-81055633

购书电话：010-81055656

媒体及活动联系电话: 010-81055656

邮件地址: hanjuan@puhuabook.com

普华官网: <http://www.puhuabook.com.cn>

博 客：<http://blog.sina.com.cn/u/1812635437>

新浪微博: @普华文化 (关注微博, 免费订阅普华每月新书信息速递)

前 言

随着经济社会的发展,养老保险制度发挥着越来越重要的作用。在社会人口老龄化速度加快的背景下,老年人口的比例越来越大,人数也越来越多,养老保险为老年劳动者提供了基本生活保障,因此,养老保险对社会的稳定和发展有着非常重要的作用。

由于人口演化和经济波动,养老金面临诸多不确定性因素,如工资结构、职工流动、股价波动、通货膨胀及利率变化等。众所周知,这些人口统计变量和经济变量的变化不是确定的而是随机的。基于此,随机模拟理论和随机控制理论早已被应用于对养老金的最优化管理的研究中。本书应用数理方法研究连续时间下确定缴费型养老金的最优化管理问题,旨在对现有确定缴费型养老金的最优化管理模型进行扩展,并对所构建的数理模型进行最优化求解。全书分别从随机利率模型、随机工资模型、随机波动率模型和均值-方差目标四个方面进行了数学建模求解,主要研究内容如下。

第四章,分别对仿射利率模型(包含 Vasicek 模型和 CIR 模型)和仿射利率模型下带有随机工资的确定缴费型养老金的最优化管理问题进行了建模求解。

第五章,分别对对数效用和指数效用下带有随机工资的确定缴费型养老金的最优化管理问题进行了建模求解。

第六章,分别假设风险资产服从 CEV 模型和 Heston 模型,并在不同的随机波动率模型下对确定缴费型养老金的最优化管理问题进行了建模求解。

第七章,在均值-方差目标下,分别对风险资产服从 GBM 模型和 CEV 模型下带有随机工资的确定缴费型养老金的最优化管理问题进行了建模求解。

本书顺利出版得益于“天津市高等教育教学发展基金(20100821)”和“天津财经大学优秀青年学者培育计划(TJYQ201201)”的资助。在本书即将付梓之

际，特别要感谢天津大学理学院荣喜民教授的悉心指导。同时，还要感谢常浩、赵慧、范立鑫、孙海洋、贺芳、宫妍、司震寰、宋梦吟的支持与帮助。在本书的编写过程中，我参考了国内外许多学者的相关研究成果，并在书后列出了主要参考文献，在此一并向他们表示感谢。

目 录

第一章 绪论	1
第一节 研究背景	1
一、全球人口老龄化趋势明显，机遇与挑战并存	1
二、中国人口老龄化增速快，老龄化问题十分严峻	2
三、中国现行养老保险制度尚需完善	4
四、中国养老基金投资运行效率尚需进一步提高	6
五、中国养老基金试点投资收益良好，需完善制度建设	7
第二节 研究的目的与意义	8
一、研究目的	8
二、研究意义	9
第三节 主要内容与创新点	11
一、主要内容	11
二、创新点	13
第二章 文献综述	17
第一节 确定给付型养老金的最优化管理	17
一、最优目标函数选择	17
二、人口演化模型设定	18
三、投资回报率设定	19
四、结论	20
第二节 确定缴费型养老金的最优化管理	20
一、最优目标函数选择	20

二、风险资产价格设定	22
三、其他相关问题研究	23
四、结论	23
第三节 养老金最优化管理的其他问题	23
一、有最低保障的养老金	24
二、考虑死亡率风险的投资	25
第四节 养老金最优化管理的文献评述	25
一、研究现状	25
二、研究方向	26
 第三章 基本知识	 27
第一节 随机控制问题与 HJB 方程	27
一、最优化模型与控制规划	27
二、HJB 方程的导出	30
三、HJB 方程的求解思路	33
第二节 勒让德变换与对偶理论	34
一、勒让德变换	34
二、对偶理论	35
第三节 随机波动率模型	36
一、常方差弹性模型	38
二、Heston 随机波动率模型	39
第四节 随机利率模型	39
一、均衡模型	40
二、无套利模型	40
第五节 效用函数	42
一、效用函数与风险态度	42
二、常用的效用函数	43

第四章 随机利率模型下确定缴费型养老金的最优投资	45
第一节 仿射利率模型下确定缴费型养老金的最优投资	45
一、数据模型	46
二、最优化问题	47
三、Legendre 变换	48
四、关于某些特殊效用函数的最优投资策略	50
五、释例分析	57
六、结论	59
第二节 仿射利率模型下带有随机工资确定缴费型养老金的最优投资	59
一、数理模型	59
二、最优控制问题	61
三、幂效用函数下的最优策略	65
四、指数效用函数下的最优策略	70
五、结论	74
第五章 随机工资环境下确定缴费型养老金的最优投资	75
第一节 对数效用下带有随机工资确定缴费型养老金的最优投资	75
一、数理模型	76
二、最优控制问题	78
三、对数效用下的养老金最优投资策略	80
四、结论	83
第二节 指数效用下带有随机工资确定缴费型养老金的最优投资	83
一、数理模型	84
二、最优控制问题	85
三、指数效用下的养老金最优投资策略	86
四、数值分析	91
五、结论	100

第六章 随机波动率下确定缴费型养老金的最优投资	101
第一节 CEV 模型下确定缴费型养老金的最优投资	101
一、数理模型	101
二、退休前的最优投资策略	103
三、退休后的最优投资策略	112
四、结论	120
第二节 Heston 模型下确定缴费型养老金的最优投资	120
一、数理模型	120
二、最优化问题的解	122
三、数值分析	126
四、结论	131
第七章 均值 - 方差准则下确定缴费型养老金的最优投资	133
第一节 均值 - 方差 CEV 模型下确定缴费型养老金的最优投资	134
一、数理模型	134
二、最优控制问题	136
三、最优化问题的解	141
四、有效前沿	144
五、结论	148
第二节 均值 - 方差下带有随机工资确定缴费型养老金的最优投资	148
一、数理模型	148
二、最优控制问题	151
三、最优投资策略和有效前沿	153
四、数值分析	158
五、结论	159

第八章 总结与展望	161
第一节 主要研究结论	161
一、关于随机利率的主要研究结论	161
二、关于随机工资的主要研究结论	162
三、关于随机波动率的主要研究结论	163
四、关于均值-方差模型的主要研究结论	163
第二节 未来研究展望	164
一、关于随机利率的研究展望	164
二、关于随机工资的研究展望	164
三、关于随机波动率的研究展望	164
四、关于均值-方差模型的研究展望	165
五、关于不完全市场假设的研究展望	165
六、关于养老金投资其他问题的研究展望	165
参考文献	167
附录 符号说明	187

第一章 绪论

第一节 研究背景

一、全球人口老龄化趋势明显，机遇与挑战并存

根据百度百科^①的定义，人口老龄化是指总人口中因年轻人口数量减少、年长人口数量增加而导致的老年人口比例相应增长的动态过程。国际上通常将 60 岁以上人口占总人口比重达到 10%，或 65 岁以上人口占总人口比重达到 7.0% 作为国家或地区进入老龄化社会的标准。

根据美国统计局公布的数据，全球 65 岁以上人口比例在 2001 年达到 7.0%，并且此后基本上以年均 0.1% 的速度递增，在 2012 年已达到 8.0%。其中，日本人口老龄化程度最高^②，2010 年日本 65 岁以上人口占总人口的比重已达到 23%。换句话说，每 5 个日本人中就至少有 1 个 65 岁以上的老年人。全球 65 岁以上人口比例如表 1-1 所示。

表 1-1 全球 65 岁以上人口比例

年份	全球 65 岁以上人口比例	年份	全球 65 岁以上人口比例
1998	6.77%	2006	7.4%
1999	6.84%	2007	7.5%
2000	6.9%	2008	7.6%
2001	7.0%	2009	7.7%
2002	7.0%	2010	7.8%
2003	7.2%	2011	7.9%
2004	7.2%	2012	8.0%
2005	7.3%		

数据来源：美国统计局数据

① 百度百科，<http://baidu.baike.com/view/109749.htm>。

② 国际在线，日本人口老龄化趋势全球最快，<http://news.163.com/13/0708/11/938P6LA300014JB5.html>。

美国统计局于 2009 年基于历史数据对全球人口老龄化趋势做出预测,到 2015 年,全球 65 岁以上人口占比将首次超过 5 岁以下人口占比;到 2040 年,全球 65 岁以上人口占比将达到 14%;发达国家的老龄化率较高,但是发展中国家的老龄化率增速很快。根据《世界人口老龄化:1950—2050》研究预测,到 2050 年,全球老年人口数量将在历史上首次超过年轻人口的数量。因此,人口老龄化不仅不可能在短期内逆转,而且会越来越严重。

人口老龄化会给现有的经济社会带来前所未有的挑战。首先,人口老龄化会降低劳动力的供给数量,从而制约经济的发展。劳动力供给不足会严重影响一国的经济发展。这种现象在发达国家表现得十分明显。其次,人口老龄化会加重社会负担,随之带来很多问题。人口老龄化程度高,相应地退休人口就多,与之匹配的养老保障、医疗卫生和公共服务等方面的压力会越来越大。例如,在一些发达国家,养老保险支出已经约占国内生产总值的 10%,医疗卫生支出占比也达到了 10%。

人口老龄化趋势日益严峻,但是人口老龄化不仅仅是一种挑战,同样还会给经济社会带来机遇。例如,人口老龄化会催生新的老龄产业;老年人具有丰富的生活和工作的经验。因此,我们不能完全用消极的态度去看待人口老龄化,而应该从更积极的视角去应对人口老龄化。其实,人口老龄化既会抑制社会经济的发展,又会推动社会经济的发展。这就要求政府在制定各项政策时,须充分考虑人口老龄化问题。例如,日本政府早在 20 世纪就陆续出台了《国民年金法》、《老人福利法》和《老人保健法》,并在 2000 年开始执行“看护保险制度”,以解决老年人生活不能自理的问题。此外,日本政府还通过政策措施鼓励员工延长退休年龄,引导老年人由“老有所养”转变为“老有所为”。

二、中国人口老龄化增速快,老龄化问题十分严峻

2000 年,我国 65 岁及以上人口占总人口的比重达到 7%,这标志着我国正式进入老龄化社会。根据《2012 年国民经济和社会发展统计公报》,到 2012 年,我国 60 岁及以上人口为 19 390 万人,占总人口的 14.3%;65 岁及以上人口为 12 714 万人,占总人口的 9.4%,超出我国 2000 年时约 0.24 个百分点,超出全球约 0.14 个百分点。2012 年年末中国人口数及其构成如表 1-2 所示。

根据《中国老龄事业发展报告(2013)》,2013 年我国老年人口数量将达到 2.02 亿人,人口老龄化水平已达到 14.8%,16~59 岁的劳动年龄人口,从 2011 年的峰值 9.40 亿人下降到 2013 年的 9.36 亿人。根据经济合作与发展组织(OECD)的人口发展预测,到 2030 年,中国 65 岁以上人口占比将超过日本,成

为全球人口老龄化程度最高的国家。我国快速迈向人口老龄化社会大势已定，无法逆转，生育率能否尽快走出低谷是决定中国人口未来的关键（蔡泳^③，2012）。

表 1-2 2012 年年末中国人口数及其构成

单位：万人

指标	年末数	比重
全国总人口	135 404	100.0%
其中：城镇	71 182	52.6%
乡村	64 222	47.4%
其中：男性	69 395	51.3%
女性	66 009	48.7%
其中：0~14 岁（含不满 15 周岁）	22 287	16.5%
15~59 岁（含不满 60 周岁）	93 727	69.2%
60 周岁及以上	19 390	14.3%
其中：65 周岁及以上	12 714	9.4%

数据来源：中国统计局数据

尽管我国当前人口老龄化比率较低，但是我国人口老龄化的增速很快。从国内外人口老龄化问题对比来看，我国人口老龄化问题会十分严峻。人口老龄化可能给我国未来的经济增长潜力带来长期的不利影响（胡鞍钢等^④，2012）。

首先，美国、日本等发达国家在进入人口老龄化社会之前基本都已实现现代化，而我国是在经济发展的过程中进入人口老龄化社会的。不过，王志宝等^⑤（2013）利用 1990~2010 年的统计数据分析了我国人口老龄化的区域差异，研究发现，我国各省区的人口老龄化演变阶段差异较大，但是基本未出现“未富先老”，人口老龄化并未阻碍经济的发展。上述两种观点完全对立，但都有一定的

③ 蔡泳．联合国预测：中国快速走向老龄化 [J]．国际经济评论，2012，1：73-81.

④ 胡鞍钢，刘生龙，马振国．人口老龄化，人口增长与经济增长 [J]．人口研究，2012，36（3）：14-26.

⑤ 王志宝，孙铁山，李国平．近 20 年来中国人口老龄化的区域差异及其演化 [J]．人口研究，2013，37（1）：66-77.

道理。相对美国、日本等发达国家而言,“未富先老”的观点成立;若只是从我国区域经济发展与人口老龄化关系来看,“未富先老”的观点有待商榷。但是,无论是何种观点都不能否认我国人口老龄化趋势将会加速,在未来也会给经济社会带来沉重负担。

其次,尽管绝大多数人都已认识到我国人口老龄化问题越来越突出,但是未对即将到来的人口老龄化危机做充分的准备。在人口老龄化背景下,我国医疗保险制度出现许多新的问题:参保人员结构老化、医保“隐性债务”增加、医疗保险基金支出增加(林森和张军涛^⑥,2013)。董志强等^⑦(2012)基于1996~2009年省级数据,以基尼系数衡量收入不平等,从经验上证实了我国人口老龄化的确显著地加剧了我国的收入不平等。不过,人口老龄化也会带来一些积极作用。例如,人口老龄化会对人身保险市场有推动作用,并且老龄化程度越高,这种推动作用越明显(张连增和尚颖^⑧,2011)。

三、中国现行养老保险制度尚需完善

我国现有四种养老保险计划,包括1951年建立的城镇职工基本养老保险(简称“基本养老保险”),1953年建立的机关事业单位养老保险,2009年推出的新型农村养老保险和2011年推出的城镇居民养老保险(合称“城乡居民养老保险”)(封进^⑨,2013)。同时,我国还形成了三个不同层次的养老保险计划,即基本养老保险计划、企业补充养老保险计划和个人储蓄型养老保险计划。

基本养老保险是我国养老保险体系中的第一层次,也是最高层次。基本养老保险的目的是为保障全社会离退休人员的基本生活需要,它是国家根据统一的政策规定强制建立和实施的。我国基本养老保险计划将社会统筹与个人账户整合在一起,是全球首创的一种新型基本养老保险计划。社会统筹由国家、单位和个人三方共同负担,体现了社会共济的原则;而个人账户实行个人负担,强调自我保障与激励的原则。根据人力资源社会保障部公布的“2012年全国社会保险情况”^⑩,截至2012年底,全国参加城镇职工基本养老保险人数为30427万人,比

⑥ 林森,张军涛.人口老龄化对医疗保险的影响及对策——基于国别比较的视角[J].宏观经济管理,2013,(6):57-59.

⑦ 董志强,魏下海,汤灿晴.人口老龄化是否加剧收入不平等[J].人口研究,2012,36(5):94-103.

⑧ 张连增,尚颖.中国人口老龄化对人身保险市场发展的影响分析——基于省际面板数据的经验分析[J].保险研究,2011,(1):46-53.

⑨ 封进.养老保险制度改革的方向[J].中国经济报告,2013,(9):82-85.

⑩ 中华人民共和国中央人民政府网: <http://www.gov.cn>.

上年末增加了2 036万人。其中,参保职工为22 981万人,参保离退休人员为7 446万人。2012年,全国城镇职工基本养老保险基金收入为20 001亿元,比上年增加了3 106亿元;基金支出为15 562亿元,比上年增加了2 797亿元;年末基金累计结存为23 941亿元,比上年增加了4 445亿元。

企业补充养老保险,也称企业年金,是我国养老保险体系中的第二层次,它并不是国家强制的,而是企业根据自身实力,在国家政策支持下自愿建立的。企业补充养老保险由企业和职工共同缴纳,建立职工养老金个人账户,这部分资金经过商业运营,在职工退休时根据缴费额和投资收益率来确定退休人员养老金领取的额度。还需注意的是,企业补充养老保险既不是商业保险,也不是社会保险,因而既不具有盈利性,也不具有强制性,它是企业的一项福利制度。一般来说,基本养老保险并不能保障退休人员维持原有的生活水平,企业补充养老保险的实施能够在一定程度上解决这个问题。总体上,对政府而言,企业补充养老保险能够降低政府养老负担;对企业而言,企业补充养老保险能够激励员工,增强企业竞争力与凝聚力;对个人而言,企业补充养老保险能够保障甚至提高员工退休后的生活水平。不过,我国目前推行企业补充养老保险的企业相对较少。根据人力资源社会保障部公布的数据,截至2013年第二季度,我国仅有59 363个企业建立了企业补充养老保险,约1 957.30万职工享有企业补充养老金。

个人储蓄型养老保险是我国养老保险体系中的第三层次,它是由个人根据需要投保商业型养老保险产品来实现的。不过,我国个人储蓄型养老保险的发展过于缓慢,并未在我国养老保险体系中发挥显著的作用。按照国际标准,商业型养老保险在整个养老保险体系中的比例应占到25%~40%,而我国商业型养老保险的占比远远低于这一标准。但是,近年来,这种局面有所改善,随着生活水平的提高,人们保险意识的增强,以及养老保险公司产品与服务的完善,有越来越多的人开始投保于商业型养老保险。根据中国保险监督管理委员会网站^①公布的数据,2013年1~5月,我国寿险公司原保费收入为5 086.55亿元,同比增长了5.88%,寿险公司总资产为63 728.43亿元,较年初增长了4.49%。

我国现行养老保险制度还存在其他不足。比如,事业单位人员退休养老金和企业人员退休养老金执行两种截然不同的制度,即养老金“双轨制”。首先,两者的筹资方式不同,前者由财政统一筹资,而后者是由企业与员工按一定比例缴纳;其次,两者的退休支付方式不同,前者由财政统一支付,而后者是由自筹账

^① 中国保险监督管理委员会网: <http://www.circ.gov.cn/web/siteol>

户支付；再次，两者的受益额有差距。很多学者对此进行了深入研究，如，张翼^⑫（2012）指出应借鉴国外经验，尽快提升我国社会养老保险统筹层次，整合养老金制度体系，扩大养老金覆盖面；封进^⑬（2013）认为应降低企业养老保险缴费率，统一企业和事业单位养老金。

四、中国养老基金投资运行效率尚需进一步提高

我国养老基金逐渐面临入不敷出的窘境，养老保险覆盖面较窄，养老基金资金来源匮乏，这些都加重了我国养老基金的资金缺口。在这种背景下，如何通过改进养老基金的资本化运作提高养老基金收益率、化解养老风险，值得我们关注与思考。^⑭

2011年7月起施行的《社会保险法》规定，包括基本养老保险基金在内的社会保险基金在保证安全的前提下，按照国务院规定投资运营实现保值增值，这里规定的投资渠道仅为购买国债和银行存款。而《全国社会保障基金投资管理暂行办法》规定，作为战略储备养老金的社会保险基金投资范围限于银行存款、买卖国债和其他具有良好流动性的金融工具，包括上市流通的证券投资基金、股票、信用等级在投资级以上的企业债、金融债等有价证券。^⑮因此，我国养老基金的投资运行效率相对较低。尽管我国养老基金的安全性和流动性得到了很好的保障，但是这种投资方式并不能消除由通货膨胀而造成的贬值，更不能抵制由于人口老龄化而加剧的养老基金缺口。

目前，我国养老保险基金的投资渠道有限，投资市场尚未完全开放，在投资模式与类别方面，基本养老保险除少部分委托社保基金管理外，统筹层次大部分在省级（2010年年末31个省市建立省级统筹制度），资金基本以银行存款和国债形式存在（王怡等^⑯，2012）。随着人口老龄化的发展，我国未来养老保险基金的需求将不断增加，而受投资范围限制及通货膨胀、利率下调等因素的影响，我国养老保险基金投资收益率很低，特别是占全部养老保险基金60%的基本养老保险基金的实际收益率甚至为负数（杨华^⑰，2012）。

实际上，我国资本市场的投资管理主体和客观市场条件已为养老基金的入市

⑫ 张翼．人口转型与养老保险制度改革[J]．河北学刊，2012，32（3）：114-120.

⑬ 封进．养老保险制度改革的方向[J]．中国经济报告，2013，（9）：82-85.

⑭⑮ 车唐红．我国养老基金的资本化运作及其改进[N]．中国保险报，2011年9月23日．

⑯ 王怡，苏扬，孙国庆．养老保险基金投资：国际经验及启示[J]．当代经济研究，2012，（7）：74-78.

⑰ 杨华．完善我国基本养老保险基金投资运营机制研究[J]．中央财经大学学报，2012，9：7-11.