

现代信息科学技术基础

计算机辅助几何设计 与非均匀有理B样条

(修订版)

CAGD & NURBS

施法中 编著

 高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

计算机辅助几何设计 与非均匀有理B样条

JISUANJI FUZHU JIHE SHEJI YU FEIJUNYUN YOU LI B YANGTIAO
(修订版)

CAGD & NURBS

施法中 编著



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图书在版编目(CIP)数据

计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 / 施法中编著. -- 2 版(修订本). -- 北京: 高等教育出版社, 2013. 9

ISBN 978-7-04-038140-5

I. ①计… II. ①施… III. ①计算机辅助设计-几何造型-研究生-教材 IV. ①TP391.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 169072 号

策划编辑 刘建元 责任编辑 冯 英 封面设计 李卫青 版式设计 马敬茹
插图绘制 尹 莉 责任校对 殷 然 责任印制 毛斯璐

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.landaco.com
印 刷	国防工业出版社印刷厂		http://www.landaco.com.cn
开 本	787mm × 1092mm 1/16	版 次	2001 年 8 月第 1 版
印 张	35.5		2013 年 9 月第 2 版
字 数	800 千字	印 次	2013 年 9 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	79.00 元(含光盘)
咨询电话	400-810-0598		

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 38140-00

修订版前言

《计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条》(CAGD & NURBS)教材第一版 2001 年由高等教育出版社出版以来,受到同行专家、学者和广大读者的欢迎和好评。十多年过去了,该书早已脱销,笔者不时接到来自各地的电话,询问到哪里能买到该书。经查阅高教社获知,该书早已售罄。一些选用该教材的教师和研究生不得不复印全书以解决缺书问题,还有的从一些网站下载盗版的电子文档以解燃眉之急。同时也常听到要求该书再版和出版配套软件的呼声。2010 年 9 月 2 日笔者接到电子邮件告知,该书已获出版社批准修订再版。其时笔者已年逾七旬,退休在家多年。深知修订再版,那是期望从内容、结构、质量和形式上有所更新和提升。其工作量特别是配套软件的研发工作量相当大,未知困难甚多。但想到,第一版因时间仓促和水平限制,未能在原型软件基础上进一步开发完随书配套发行的软件,教材也不免存在一些错漏不足之处,笔者感谢细心的读者发现后提出的批评指正。我深感不能辜负读者的希望。现退休之身,赋闲在家,健康状况与精力允许,能有较充分的时间进行坚持不懈的细作耕耘,期望修订版教材在水平、质量与特色方面更上一层楼,留于后人,笔者心安矣!

国外有皮格尔(Les Piegl)与蒂勒(Wayne Tiller)合著的经典权威之作《The NURBS book》,国内有朱心雄教授等的《自由曲线曲面造型技术》和王国瑾、汪国昭、郑建民教授的《计算机辅助几何设计》,这些书研究内容之广,理论分析之深,水平之高,包括许多创新性研究成果,都是笔者望尘莫及的。笔者仅有一个愿望,把理论和实践基础夯实。

本次修订基本上保持了第一版的结构,但增加了一章,其中部分内容安排上参考了皮格尔与蒂勒合著的《The NURBS book》,进行了显著的改动。原第 8 章 B 样条曲线曲面 II 按其内容被分为新的第 8、9 两章,并分别给出了相应的章名: B 样条曲线曲面的基本几何算法与 B 样条曲线曲面拟合。原第 9 至 12 章作了较大调整,其中的有理贝齐尔曲线曲面内容单独形成了新的第 10 章,其余内容分为三章,即新的第 11 章有理 B 样条曲线曲面 I、第 12 章有理 B 样条曲线曲面 II、第 13 章有理 B 样条曲线曲面 III。原 13 章孔斯曲面作为曲面构造方法之一被并入新的第 13 章,取消了与 NURBS 不相容的原 14 章三边贝齐尔曲面片,另增加了新的第 14 章标准里的 NURBS

和新的第 15 章一些通用的几何算法。

修订版第 1 至 4 章与第 7 章仅对第一版相应内容作了少量的增删修正,增加了互相转换的内容。第 5 章在原有基础上增加了笔者最新研究的三次贝齐尔几何曲线的内容。第 6 章的部分内容作了较大的调整,增加了曼宁的 G^2 连续的三次插值样条曲线与贝齐尔几何样条曲线,并给出了笔者对几何连续性分析的最新见解,给出了两贝齐尔曲面的 G^1 连接的算法和实现。第 8 章新增了伯姆(Boehm)的 B 样条曲线的节点细化算法和皮格尔与蒂勒的 B 样条曲线的节点消去算法,还给出了笔者在科恩-利切-舒马克的 B 样条曲线升阶方法基础上用求广义逆的 B 样条曲线降阶算法。第 8 章中所有算法都给出了 Visual C++ 函数的程序实现,且几乎所有算法都被推广到 B 样条曲面。第 9 章介绍的 B 样条曲线曲面逼近是 CAGD 领域的经典问题之一,遇到的一个核心问题是怎样给定一个控制顶点数目以便拟合一条对给定数据点的逼近曲线。在这个问题后面隐藏的实质问题则是怎样确定合适的节点矢量即节点配置问题。经广泛的文献调研可知,这是多年来在 CAGD 领域研究的热点问题,众多中外学者提出了包括皮格尔、蒂勒建议的 AVG + KPT 技术与 NKPT 技术在内的多种确定方法,如:李(Li)、徐(Xu)、赵(Zhao)等的特征点方法,帕克(Park)和李(Lee)建议的支配点方法,徐进、柯映林和曲巍巍提出的基于特征点自动识别的方法,甚至采用遗传算法等,呈现越来越复杂化和耗费增大的趋势,但都存在这样那样的问题。笔者受皮格尔、蒂勒推荐的 AVG 技术对插值情况仅用了极简单的顺序 k (=次数)个参数值的算术平均决定节点配置的启发,首先修正了皮格尔、蒂勒建议的 KPT 技术使之对具有对称性的数据点给出具有对称性的 B 样条逼近,继而推导找出了一组与插值情况类似地简单的公式来确定逼近问题的节点配置,笔者称之为统一平均技术(UVAG)。在这里逼近和插值采用一组统一的公式,且对具有对称性的数据点给出具有对称性的 B 样条逼近和插值,给出了相应的 Visual C++ 函数的程序实现,并已被成功地推广到了 B 样条曲面逼近。笔者感到这项成果是本次修订的最大收获。第 10 章集中、系统、详细介绍了有理贝齐尔方法,对有理贝齐尔曲线的权因子、参数化及其变换作了进一步清晰的阐述。第 11 章用简练、有效、易实施的表述给出了各种角度圆弧的二次 NURBS 表示。第 12 章将 B 样条曲线的基本几何算法推广到 NURBS 曲线,给出了采用法林(Farin)的求导公式用于计算 NURBS 曲线导矢的通用函数与递归调用函数。第 13 章对蒙面法构造曲面分别就非有理和有理情况进行了介绍。第 14 章介绍了四种标准里的 NURBS,着重介绍了 IGES 和 OpenGL 里的 NURBS。第 15 章介绍了点到曲线曲面的距离算法,采用豪斯多夫(Hausdorff)距离度量两曲线、曲面间的偏差。上述内容修订既包括了国内外近年来的最新研究进展,也包括了笔者的研究创新。

笔者在本次修订中大部分精力和时间花费在配套软件的研发上。这是在以研究生肖方为

主,多名博士生与硕士生参与研发的原型软件基础上进行的。工作包括统一界面,修正错误与扩充功能等,大量的工作还在扩充功能上,并终于在克服重重障碍和困难后得以完成。随书的配套软件实现了教材中绝大多数关键算法,这是在文本教材外向读者提供了又一套“活”教材。文本教材内也包括了较多数量用配套软件生成的插图和一些重要算法的 Visual C++ 函数实现,书后给出了复习思考练习部分答案,参考文献等。

相对于第一版,修订版教材力求保持系统性、新颖性,强调几何原理与面向工程应用,也更具实践性、可操作性和准确性,讲究算法技巧和编程技巧。实践性和可操作性表现在读者可通过配套软件进行相关操作,这使读者得以进入一个从理论到实践、从书本上的理性知识到亲自动手获得感性知识的境界。配套软件的研发过程本身就是对理论及其算法的反复检验校核,保证了理论及其算法的准确性。在理论与算法表述、实现和软件研发中讲究技巧,力求全面、精炼、简明、高效和可靠,教材和软件光盘中提供的关键算法源代码,都经过反复琢磨推敲并实践检验,有些还给出了必要的注释说明,便于读者理解。

虽然笔者尽了最大努力,但水平所限,仍可能漏编一些重要内容,教材中可能存在不妥之处,配套软件可能有不当之处,甚至存在一些缺陷错误和障碍(bug),敬请同行专家学者和广大读者不吝指正。

最后,应该指出配套软件第 14 章的程序采用了北京航空航天大学陈中奎、欧阳兴、王伟 3 位博士论文的部分工作。王伟博士并对该章软件研发给予了具体帮助,还对笔者建议的确定节点配置的 UAVG 技术应用于实际工程数据给予切实的帮助。借此完成本教材修订之际,向他们表示特别的感谢。感谢高等教育出版社刘建元先生提出对本教材修订的期望和给予鼓励,并转达读者意见与建议。感谢责任编辑冯英女士的认真、细致、负责的工作,使得本修订版教材得以和读者见面。

施法中

2013 年 6 月

前 言

几何在计算机辅助设计(Computer Aided Design)、计算机辅助工程分析(Computer Aided Engineering)和计算机辅助制造(Computer Aided Manufacturing)中起着中心角色的作用。这三种计算机辅助技术各取英文首字母缩写,依次就是 CAD、CAE、CAM。按照国际流行的概念,计算机辅助几何设计(Computer Aided Geometric Design,简称 CAGD)就是 CAD。

CAGD 是一门迅速发展新兴学科。它的出现和发展既是现代工业发展的要求,又对现代工业的发展起到了巨大的促进作用。它使几何学从传统时代进入数字化定义的信息时代,焕发出勃勃生机。自 20 世纪 80 年代中期以后,国际上看准这一领域内最有发展前景的非均匀有理 B 样条(Non-Uniform Rational B-Spline,简称 NURBS)方法。国际标准化组织(International Standardization Organization,简称 ISO)于 1991 年正式颁布了关于工业产品几何定义的 STEP(Standard for The Exchange of Product model data,产品模型数据交换标准)作为国际标准,把 NURBS 方法作为定义产品形状的唯一数学方法。在对该方法的研究不断深入的同时,越来越多的商用 CAD/CAM 系统,如国际上著名的 CATIA、UGII、Pro/Engineer、I-DEAS、Solidworks、Solidedge、CIMA-TRON、MDT 等三维 CAD/CAM 软件及内核 ACIS 与 Parasolid,都先后开发、扩充了 NURBS 功能,国内也先后推出了分别以 ACIS 与 Parasolid 为内核的广州红地公司的金银花、北航-海尔公司的 CAXA 三维电子图板与制造工程师等三维 CAD 软件,迅速将科研成果转化为实际生产力。国际上对 NURBS 有突出贡献的皮格尔(Piegl)与蒂勒(Tiller)在所合著《The NURBS Book》一书序言中指出,NURBS 起着类似于科技英语和商贸英语角色的作用。当今,还可看到 NURBS 应用于可视艺术如电影、动画、娱乐、艺术、雕塑中的物体造型,在虚拟现实应用中制作场景等。可以预见,NURBS 将会在越来越广阔的范围内获得应用。

皮格尔在 1991 年指出,“关于 NURBS 的出版物与基础研究落后于开发工作”。我国自苏步青与刘鼎元合著颇有影响的《计算几何》一书于 1981 年出版以来,尚缺乏能反映本学科十多年来所取得的巨大进展并适合工科院校使用的教材。出于工科院校机械 CAD/CAM 专业研究生教学的需要,同时也为了满足公司、工厂、科研院所广大技术人员系统地学习本学科特别是 NURBS

方法的需要,笔者尝试编著本教材。

考虑到研究生的学业背景与基础有较大的差异,以及公司、工厂、科研院所技术人员的培训需要,本教材的编著力图做到以本科毕业生的知识水平为起点并具有研究生教学层次的深度与广度。

本教材主要介绍工业产品形状描述的数学方法。从主要面向工程应用出发,不以追求数学理论上严密完整为目的。因此,在选材上略去了所有烦琐的数学公式及其推导、证明,尽量提供给读者既几何直观又简单实用的结果,便于掌握和推广应用。本教材作为笔者多年从事研究生 CAGD 学位课教学及理论、实际研究工作的总结而奉献给广大读者,期望它能对本学科知识的传播、推广应用和发展起到积极作用。

本书自 1994 年 2 月出版以来,受到专家、同行与广大读者的欢迎、肯定和好评,许多高校将其作为研究生教学用书。1996 年 1 月该书获中国航空工业总公司第四届航空高校优秀教材二等奖,2000 年 6 月入选为教育部研究生工作办公室推荐的研究生教学用书。

在此次修订再版之时,特别要提到 CAGD 学科领域的一个重要事件。这就是在本书出版后的第二年——1955 年,由当时关于 NURBS 研究的权威皮格尔和蒂勒合著的《The NURBS Book》一书公开出版,向全世界发行。这是国际业界同行们期待已久的事情。该书详细、系统且通俗明了地向读者介绍了关于 NURBS 的理论、概念、原理、算法及丰富的实践经验。全书图文并茂,包括 334 个由计算生成和绘制的图形,还向读者提供了名为 Nlib V1.0/V2.0 的 NURBS 程序库。这是两位作者长期进行 NURBS 理论研究与实践的结晶,也是呕心沥血耕耘四年结出的硕果。该书一经问世,就受到专家与广大读者的热诚欢迎,一年之内又出版了软皮本,1997 年又推出第二版。我们衷心感谢皮格尔和蒂勒对 NURBS 研究所做出的卓越贡献以及推出的这部关于 NURBS 的权威之作。笔者向国内同行和广大读者极力推荐阅读他们这本书的英文原著。

针对本书出版以来在教学过程中和读者的学习过程中所发现的印刷错误及内容上的个别不妥之处,又考虑到近年来教学与科研实践提出的问题,以及本学科领域所取得的一些新进展,此次再版,对全书内容结构作了调整,并进行了局部修改、删节和补充。笔者认为,尽管皮格尔和蒂勒合著的《The NURBS Book》一书出版在本书出版之后,但他们在此之前已公开发表的关于 NURBS 的论文的重要内容也即《The NURBS Book》一书的重要内容大都已编入本书。考虑到作为 CAGD 学科的课程教材,仍保留初版书的体系和风格。由于本课程内容的特点,使得一些读者在接触本教材第 2 章曲线曲面的基本理论时,因内容抽象产生望而生畏甚至望而却步,这次修订版力图降低这部分的难度,使之深入浅出,通俗易懂。学习本书,需要在理解掌握概念、原理、方法的基础上解决本学科的实践问题和科学计算问题。为此,修订版适当增加了例题和实践内

容,以帮助读者运用书中所学的知识解决实际问题。初版书曾就书中的重要算法给出了少量用 FORTRAN 77 编写的源程序。这次再版将其改用目前流行范围更广的 Visual C++ 工具编写。以此为出发点,只要读者熟悉该工具和其他任何一种科学计算编程语言,相信都能用程序实现所掌握的本书中任何算法。为增强内容的连贯性和整体性,每章开始加引言,后有小结,全书终结处有结束语。几何本是直观可见的对象,为收到更好的教学效果,笔者组织有关人员在本课程教学演示原型软件的基础上,进一步研制、开发了辅助本课程教学与研究的软件。

在 20 多年前,北京航空航天大学吴骏恒教授指引笔者进入 CAD 领域,并让笔者承担此课程的教学和科研工作。吴骏恒教授有着面向应用与开拓市场的意识,唐荣锡教授对本领域具有广博的知识并对国外研究新进展进行快速追踪;朱心雄教授严谨治学并对本领域前沿课题进行孜孜不倦的探索,出版了国内本学科有影响力的专著《自由曲线曲面造型技术》。他与雷毅教授率先在国内开展对 NURBS 的研究并成功开发出 CAXA 系列 CAD/CAM 软件;对我国建立 CAGD 学科做出开创性贡献的复旦大学苏步青教授、刘鼎元教授与中国科学技术大学常庚哲教授指引、扶持和评阅笔者的硕士论文;对我国 CAD/CAM 与计算机图形学的发展做出重要贡献的西北工业大学已故杨彭基教授、中国科学院计算所刘慎权教授、青岛北海船厂王其昌高级工程师、西北工业大学叶正麟教授等给予笔者工作肯定和鼓励;清华大学杨小庆教授认真审阅初版全书并对该书予以肯定。上述各位教授、高级工程师以及北京航空航天大学机械学院陈其明、唐智荣、满庆风等教授对初版书的推荐,清华大学许隆文教授借阅笔者国标 GB/T 14213—2001 初始图形交换规范 IGES(Initial Graphics Exchange Specification)5.3 的送审稿,都对笔者从事本领域的研究、取得进展及本教材的编著起着莫大的推动作用。一些研究生和读者敏锐地发现了本教材中的某些错误与问题,使之得到更正。硕士生肖方改写了书中的程序,并作为硕士论文题目,同博士生朱学新、罗国富、张孟玫、李晋芳和硕士生王彬、盖玉收一起,在原型软件的基础上研制、开发了辅助教学与研究软件。在此向他们表示由衷的感谢。笔者还要感谢教育部研究生工作办公室实行了旨在提高我国研究生教学质量的教材审定措施,感谢参加审定工作的各位专家、教授,更要感谢关心本书的业界同行和广大读者。

有幸获得国家自然科学基金资助有关 CAGD 的研究课题,如雪中送炭,为研究与编写本书提供了必不可少的条件,在此特别致以深挚的感谢。

作为研究生 CAGD 课程的基本教材,内容范围不可能涉及得过宽。由于笔者阅历、水平与时间受限,仍可能漏编一些重要内容或书中存在不妥之处,敬请广大读者不吝指正。

编著者

2001 年 3 月

内容说明与教学实施

本书共 15 章。第 1 章绪论是本学科概貌综述与总纲介绍；第 2 章主要介绍微分几何基础理论；第 3 章、第 4 章介绍的方法，是其后各章学习的基础；第 5 章、第 7 至 13 章介绍的贝齐尔、B 样条、NURBS 方法是本教材的主干与重点部分，其中前一方法依次又是后一方法的基础，穿插于其间的第 6 章几何连续性也是本学科的重要方面；第 14 章介绍标准里的 NURBS；第 15 章介绍一些通用的几何算法。每章末都附有复习思考与练习，书末附部分答案，供读者复习时参考使用。

本书涉及的课程内容要用一学年修完。即使以 64 课内学时计，本教材内容的分量也显得过重，不宜平均分配学时，建议将重点放在曲线曲面基本理论、贝齐尔、B 样条和 NURBS 方法上。在介绍这些方法时，应着重介绍它们的由来、基本思路或解决问题的途径、基本概念、性质及计算算法。与一般的专业基础课及本科生课程不同，在坚持掌握必要的基础知识、突出重点与面向工程应用的同时，应随时注意本学科领域迅速发展而带动的技术新进展，在教学过程中适时删略一些内容并增补有关新内容。

教学全过程包括五个主要环节：讲课与双向交流形式的课堂讨论、自学、程序演示和配套软件实践、大型作业与复习考试。请学术造诣较深并对本课程的教学有丰富经验的教师讲授，辅以课堂讨论和即时答疑，并与自学相结合则将会事半功倍。由于本课程实践性强，因而穿插于教学过程中的大量的程序演示和配套软件实践，将把理论与实际紧密结合起来，这是提高教学质量的有效手段。本修订版教材特为授课教师与选修本课程的学生们提供配套软件光盘，供教学实践之用。由于本课程学习内容的特殊性，配套软件的提供就如给出了另一套“活”教材，为依靠自学本教材的读者提供有力和有效的帮助。教学过程中期所安排的大型程序作业，需要读者自己动手完成。书中介绍的一些函数的源代码有助于读者较快熟悉算法、理清思路。凡经过认真完成大型作业的同学，都将得到很大的收获。最后环节的复习考试，将是读者对所学内容的全面总结、巩固与提高。

数学符号使用说明

$x, y, z, m, n, s, t, u, v, i, j, k, \alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \phi, \varphi, \sigma, \tau, \mu, \omega, L, H, F, G, B, N$ 等小写白斜体英文字母、希腊字母以及大写白斜体英文字母表示标量。相应 $y = y(x), x = x(t), z = z(x, y), B_{i,m}(t), N_{j,n}(u)$ 等表示标量函数。

a, b, p, d, ρ 等小写黑斜体英文与希腊字母表示矢量。唯独阿拉伯数字 0 的正黑体 $\mathbf{0}$ 表示零矢量。

\vec{ab} 表示从 a 点到 b 点的矢量, $\vec{ab} = b - a$ 。

D, P, A 等大写黑斜体英文字母表示矢量 d, p, a 的齐次坐标或带权矢量。

Φ, H, M 等大写黑斜体英文字母表示矩阵。 M^{-1}, M^+ 分别为 M 的逆矩阵与广义逆矩阵。

ab 表示两矢量 a 与 b 的数积。

\overline{ab} 表示连接两绝对矢量 a 与 b 所示两点的连线及长度。

$p(u), p_-(u), p_+(u)$ 分别表示参数 u 的矢函数及其左、右极限。

$\dot{p}(u), \ddot{p}(u), \overset{(k)}{p}(u)$ 分别表示曲线 $p(u)$ 关于一般参数 u 的一阶、二阶、三阶、 k 阶导矢。

$\dot{p}(s), \ddot{p}(s), \overset{(k)}{p}(s)$ 分别表示曲线 $p(s)$ 关于弧长参数 s 的一阶、二阶、三阶、 k 阶导矢。

$p^u, p^{uu}, p^v, p^{vv}, p^{uv}$ 或 $p_u, p_{uu}, p_v, p_{vv}, p_{uv}$ 依次表示曲面 $p(u, v)$ 关于参数 u 的一阶、二阶偏导矢, 关于参数 v 的一阶、二阶偏导矢, 以及混合偏导矢。

$\Delta u, \Delta p$ 分别表示参数 u 和矢函数 p 的增量。

$\Delta_i, \Delta_j, \Delta p_i$ 分别表示 u, v 参数序列与矢量 p_i 序列的一阶向前差分, 即 $\Delta_i = u_{i+1} - u_i, \Delta_j = v_{j+1} - v_j, \Delta p_i = p_{i+1} - p_i$ 。

$\Delta^k p_i$ 表示矢量 p 序列的 k 阶向前差分。取递推定义, 有 $\Delta^0 p_i = p_i, \Delta^k p_i = \Delta^{k-1} p_{i+1} - \Delta^{k-1} p_i$ 。

\triangleleft_u 表示关于参数 u 的一个分割 $u_0 < u_1 < \dots < u_n$ 。

关于双下标的说明, 如果不引起混淆或误解, 两个下标间不给出逗号, 否则给出逗号。

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 CAGD 的研究对象与核心问题	1
1.2 形状数学描述的发展主线	2
1.3 其他一些重要进展与趋向	4
1.4 对于形状数学描述的要求	6
小结	9
复习思考与练习	9
第 2 章 曲线和曲面的基本理论	11
2.1 CAGD 中矢量、点与直线	11
2.2 曲线与曲面的参数表示	13
2.3 曲线论	16
2.4 曲面论	25
2.5 曲线曲面的几何不变性	32
2.6 参数化与参数变换	35
小结	38
复习思考与练习	39
第 3 章 参数多项式插值与逼近	42
3.1 基本概念	42
3.2 多项式插值曲线	49
3.3 最小二乘逼近	56
3.4 弗格森参数三次曲线	58
3.5 张量积曲面	66
3.6 曲面数据点的参数化	67
3.7 参数多项式插值曲面	69
3.8 参数双三次曲面片	72
小结	75
复习思考与练习	76

第 4 章 参数样条曲线曲面	78
4.1 参数连续性	78
4.2 C^1 分段三次埃尔米特插值	79
4.3 参数三次样条曲线	80
4.4 参数三次样条曲线的光顺性	94
4.5 弗格森样条曲面	100
4.6 孔斯双三次样条曲面	101
4.7 参数双三次样条曲面	103
小结	110
复习思考与练习	110
第 5 章 贝齐尔曲线曲面	113
5.1 贝齐尔曲线及其性质	113
5.2 贝齐尔曲线的线性运算	118
5.3 贝齐尔曲线的升阶与降阶	127
5.4 贝齐尔曲线计算举例	131
5.5 贝齐尔曲线的矩阵形式	132
5.6 贝齐尔曲线的几何特征	135
5.7 张量积贝齐尔曲面	139
5.8 贝齐尔多边形与贝齐尔网格的确定	149
5.9 埃尔米特基表示与贝齐尔表示的转换	160
小结	162
复习思考与练习	163
第 6 章 几何连续性	167
6.1 参数连续的组合贝齐尔曲线	167
6.2 参数曲线的几何连续性	172
6.3 几何连续的组合参数曲线	178
6.4 参数曲面的几何连续性	202
6.5 形状建构与连接	213
小结	214
复习思考与练习	215
第 7 章 B 样条曲线曲面的基本理论	217
7.1 B 样条与 B 样条曲线的基本概念	217
7.2 B 样条曲线的类型划分	230
7.3 均匀 B 样条曲线	232
7.4 准均匀 B 样条曲线	234

7.5 分段贝齐尔曲线	236
7.6 非均匀 B 样条曲线	237
7.7 C^{k-r} 连续 k 次 B 样条闭曲线	250
7.8 B 样条曲面	253
小结	255
复习思考与练习	256
CAGD 大型程序作业	257
第 8 章 B 样条方法的基本几何算法	259
8.1 插入节点	259
8.2 B 样条曲线的节点细化	263
8.3 B 样条曲线的分割	273
8.4 B 样条曲线的节点消去	280
8.5 B 样条曲线的升阶	285
8.6 B 样条曲线的降阶	293
8.7 将基本几何算法推广到 B 样条曲面	298
小结	301
复习思考与练习	301
第 9 章 B 样条曲线曲面拟合	303
9.1 反算三次 B 样条插值曲线的控制顶点	303
9.2 B 样条曲面的反算	315
9.3 B 样条曲线逼近	319
9.4 B 样条曲面逼近	334
小结	336
复习思考与练习	337
第 10 章 有理贝齐尔曲线曲面	338
10.1 有理贝齐尔方法的提出	338
10.2 有理一次贝齐尔曲线	339
10.3 二次曲线弧的有理贝齐尔表示	340
10.4 有理三次贝齐尔曲线	357
10.5 有理 n 次贝齐尔曲线	366
10.6 有理贝齐尔曲面	372
小结	374
复习思考与练习	375
第 11 章 有理 B 样条曲线曲面 I	378
11.1 NURBS 方法的提出及优缺点	378

11.2	三种等价的 NURBS 曲线方程	380
11.3	权因子对 NURBS 曲线形状的影响	384
11.4	无限远控制顶点及其应用	388
11.5	NURBS 曲线的类型划分与权因子变换	390
11.6	各种圆弧的二次 NURBS 表示	391
11.7	NURBS 曲面方程及其性质	394
11.8	常用曲面的 NURBS 表示	397
	小结	402
	复习思考与练习	402
第 12 章	有理 B 样条曲线曲面 II	404
12.1	有理参数曲线的连续性	404
12.2	几何连续的有理样条曲线	410
12.3	曲面的几何连续性问题	416
12.4	有理插值与逼近	417
12.5	组合 NURBS 曲线实例	421
12.6	NURBS 曲线的计算	424
12.7	NURBS 曲线的形状修改	432
	小结	438
	复习思考与练习	439
第 13 章	有理 B 样条曲线曲面 III	441
13.1	蒙面法构造非有理 B 样条曲面	441
13.2	对有理截面曲线的蒙面法	444
13.3	扫掠法构造曲面	447
13.4	孔斯曲面	450
13.5	戈登曲面	458
13.6	NURBS 曲面的计算	462
13.7	NURBS 曲面的形状修改	464
	小结	470
	复习思考与练习	470
第 14 章	标准里的 NURBS	472
14.1	初始图形交换规范 IGES	472
14.2	产品模型数据交换标准 STEP	480
14.3	程序设计员的分层交互图形系统 PHIGS	481
14.4	开放图形库 OpenGL	482

第 15 章 一些通用的几何算法	489
15.1 点到曲线、曲面的投影和距离	489
15.2 由曲线、曲面上点反求参数	493
15.3 两曲线、曲面间的偏差	494
15.4 曲面的裁剪	503
部分复习思考与练习答案	505
Visual C++ 函数源代码列表	529
配套软件简介	532
参考文献	534
结束语	546

第1章 绪论

计算机辅助几何设计 (Computer Aided Geometric Design, CAGD) 是 1974 年由巴恩希尔 (Barnhill) 与里森费尔德 (Riesenfeld)^[1] 在美国犹他 (Utah) 大学的一次国际会议上提出, 以描述计算机辅助设计 (Computer Aided Design) 的更多的数学方面, 为此加上“几何”的修饰词。在当时, 其含义包括曲线、曲面和实体的表示, 及其在实时显示条件下的设计, 也扩展到其他方面, 例如四维曲面的表示与显示。自此以后, 计算机辅助几何设计开始以一门独立的学科出现。

1971 年英国的福里斯特 (Forrest) 曾给出了含义与 CAGD 大致相同的另一名称——计算几何 (Computational Geometry)^[2], 定义为形状信息的计算机表示、分析与综合。笔者见到与其名称完全相同的一书 (Preparata F P and Shamos M I, *Computational Geometry: An Introduction*, Springer - Verlag, 1985), 但内容完全不同, 介绍关于几何搜索、凸包、近似、相交等算法的另一类几何问题。为避免“计算几何”这一名称的二义性, 这里沿用计算机辅助几何设计这一学科名称。

1.1 CAGD 的研究对象与核心问题

CAGD 是随着航空、汽车等现代工业的发展与计算机的出现而产生与发展起来的一门新兴学科。尽管研究对象扩展到四维曲面的表示与显示等, 但其主要研究对象仍是工业产品的几何形状。工业产品的形状大致上可分为两类: 一类是仅由初等解析曲面 (例如平面、圆柱面、圆锥面、球面、圆环面等) 组成, 大多数机械零件属于这一类, 可以用画法几何与机械制图的方法清楚地表达和传递所包含的全部形状信息; 第二类是不能由初等解析曲面组成, 而以复杂方式自由变化的曲线曲面, 即所谓自由型曲线曲面组成, 例如飞机、汽车、船舶的外形零件。显然, 后一类形状单纯用画法几何与机械制图是不能表达清楚的。

在制造飞机或船舶的工厂里, 传统上采用模线样板法表示和传递自由型曲线曲面的形状。模线员与绘图员用均匀的带弹性的细木条、有机玻璃条或金属条通过一系列点绘制所需要的曲线即模线, 依此制成样板作为生产与检验的依据。在曲面上没有模线控制的部分取成光滑过渡。这种采用模拟量传递信息的设计制造方法所表示与传递的几何形状因人而异, 要求设计与制造人员付出繁重的体力劳动, 设计制造周期长, 制造精度低, 互换协调性差, 不能适应现代航空、汽车等工业的发展。人们一直在寻求用数学方法唯一地定义自由型曲线曲面的形状, 将形状信息