



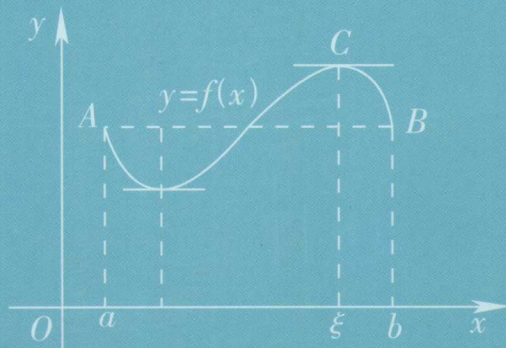
普通高等教育“十二五”规划教材
新世纪新理念高等院校数学教学改革与教材建设精品教材

丛书主编：朱长江 彭双阶
执行主编：何 穗

高等数学

GAODENG SHUXUE

朱玉明
张明波 主编



014011312

013
579

普通高等教育“十二五”规划教材
新世纪新理念高等院校数学教学改革与教材建设精品教材

高等数学

主 编：朱玉明 张明波
副主编：王玉芳 侯兰宝 程庆霞



华中师范大学出版社



北航

C1697566

013
579

S18110310

内 容 提 要

本书涵盖了高等数学中的大部分基础知识和内容,主要包括函数、极限与连续,导数与微分,微分中值定理与导数的应用,不定积分,定积分,空间解析几何与向量代数,多元函数微分学,常微分方程简介,多元函数积分学,无穷级数等。

本书适合作为普通高等院校理工类高等数学的教材,还可作为其他相关专业通用的数学教材及考试培训教材,也可作为职业大学、成人大学和自考的教材。

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/朱玉明 张明波 主编. —武汉:华中师范大学出版社,2013.8

(普通高等教育“十二五”规划教材/新世纪新理念高等院校数学教学改革与教材建设精品教材)

ISBN 978-7-5622-6084-4

I. ①高… II. ①朱… ②张… III. ①高等数学—高等学校—教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 099258 号

高等数学

©朱玉明 张明波 主编

编辑室:第二编辑室

电话:027—67867362

责任编辑:陈梅 袁正科

责任校对:易雯

封面设计:胡灿

出版发行:华中师范大学出版社

社址:湖北省武汉市洪山区珞喻路 152 号

电话:027—67863280/3426(发行部) 027—67861321(邮购)

传真:027—67863291

网址:<http://www.ccnupress.com>

电子信箱:hscbs@public.wh.hb.cn

印刷:武汉市新华印刷有限责任公司

督印:章光琼

开本:787mm×1092mm 1/16

印张:21.75

字数:490千字

版次:2013年9月第1版

印次:2013年9月第1次印刷

印数:1—3000

定价:39.80元

欢迎上网查询、购书

敬告读者:欢迎举报盗版,请打举报电话 027—67861321

普通高等教育“十二五”规划教材
新世纪新理念高等院校数学教学改革与教材建设精品教材

丛书编写委员会

丛书主编:朱长江 彭双阶

执行主编:何 穗

编 委:(以姓氏笔画为序)

王成勇(湖北文理学院)

左可正(湖北师范学院)

刘宏伟(华中师范大学)

朱玉明(荆楚理工学院)

肖建海(湖北工程学院)

陈生安(湖北科技学院)

沈忠环(三峡大学)

张 青(黄冈师范学院)

陈国华(湖南人文科技学院)

邹庭荣(华中农业大学)

赵临龙(安康学院)

梅汇海(湖北第二师范学院)

丛书总序

未来社会是信息化的社会,以多媒体技术和网络技术为核心的信息技术正在飞速发展,信息技术正以惊人的速度渗透到教育领域中,正推动着教育教学的深刻变革。在积极应对信息化社会的过程中,我们的教育思想、教育理念、教学内容、教学方法与手段以及学习方式等方面已不知不觉地发生了深刻的变革。

现代数学不仅是一种精密的思想方法、一种技术手段,更是一个有着丰富内容和不断向前发展的知识体系。《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020年)》指明了未来十年高等教育的发展目标:“全面提高高等教育质量”、“提高人才培养质量”、“提升科学研究水平”、“增强社会服务能力”、“优化结构办出特色”。这些目标的实现,有赖于各高校进一步推进数学教学改革步伐,借鉴先进的经验,构建自己的特色。而数学作为一个基础性的专业,承担着培养高素质人才的重要作用。因此,新形势下高等院校数学教学改革的方向、具体实施方案以及与此相关的教材建设等问题,不仅是值得关注的,更是一个具有现实意义和实践价值的课题。

为推进教学改革的进一步深化,加强各高校教学经验的广泛交流,构建高校数学院系的合作平台,华中师范大学数学与统计学学院和华中师范大学出版社充分发挥各自的优势,由华中师范大学数学与统计学学院发起,诚邀华中和周边地区部分颇具影响力的高等院校,面向全国共同开发这套“新世纪新理念高等院校数学系列精品教材”,并委托华中师范大学出版社组织、协调和出版。我们希望,这套教材能够进一步推动全国教育事业和教学改革的蓬勃兴盛,切实体现出教学改革的需要和新理念的贯彻落实。

总体看来,这套教材充分体现了高等学校数学教学改革提出的新理念、新方法、新形式。如目前各高等学校数学教学中普遍推广的研究型教学,要求教师少

讲、精讲,重点讲思路、讲方法,鼓励学生的探究式自主学习,教师的角色也从原来完全主导课堂的讲授者转变为学生自主学习的推动者、辅导者,学生转变为教学活动的真正主体等。而传统的教材完全依赖教师课堂讲授、将主要任务交给任课教师完成、学生依靠大量被动练习应对考试等特点已不能满足这种新教学改革的推进。如果再叠加脱离时空限制的网络在线教学等教学方式带来的巨大挑战,传统教材甚至已成为教学改革的严重制约因素。

基于此,我们这套教材在编写的过程中注重突出以下几个方面的特点:

一是以问题为导向、引导研究性学习。教材致力于学生解决实际数学问题、运用所学的数学知识解决实际生活问题为导向,设置大量的研讨性、探索性、应用性问题,鼓励学生在教师的辅导、指导下课内课外自主学习、探究、应用,以提高对所学数学知识的理解、反思与实际应用能力。

二是内容精选、逻辑清晰。整套教材在各位专家充分研讨的基础上,对课堂教学内容进一步精炼浓缩,以应对课堂教学时间、教师讲授时间压缩等方面的变革;与此同时,教材还在各教学内容的结构安排方面下了很大的功夫,使教材的内容逻辑更清晰,便于教师讲授和学生自主学习。

三是通俗易懂、便于自学。为了满足当前大学生自主学习的要求,我们在教材编写的过程中,要求各教材的语言生动化、案例更切合生活实际且趣味化,如通过借助数表、图形等将抽象的概念用具体、直观的形式表达,用实例和示例加深对概念、方法的理解,尽可能让枯燥、繁琐的数学概念、数理演绎过程通俗化,降低学生自主学习的难度。

当然,教学改革的快速推进不断对教材提出新的要求,同时也受限于我们的水平,这套教材可能离我们理想的目标还有一段距离,敬请各位教师,特别是当前教学改革后已转变为教学活动“主体”的广大学子们提出宝贵的意见!

朱长江

于武昌桂子山

2013年7月

前 言

本书是按照新形势下高等数学教学改革的精神,针对应用型、基层型大学学生学习的特點,結合编者多年的教学实践经验,借鉴同类教材的精华编写而成。

本书编写紧扣理工科专业人才培养目标,适当删减和淡化传统高等数学教材中的理论部分,强调数学知识的应用,力求做到学以致用、学完够用、学后会用。注重贯彻循序渐进的原则,通过例题、练习题、综合习题的梯次搭配,便于不同层次的学生更好地掌握高等数学相关知识点。

本书具有以下鲜明的特点:注重基础知识、基本方法和基本技能训练;突出应用能力培养;在保持体系完整的前提下精简理论部分;梯次搭配例题和习题,保证了适当的深度广度;依托理工科专业对高等数学的需要,兼顾经济类专业特点;每章开头有对本章提纲挈领的概述,便于读者对教材系统性、连贯性和逻辑性的认识。

本书内容包括:函数与极限、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、向量与空间解析几何、多元函数微分学、常微分方程、重积分、级数等。

本书由荆楚理工学院的朱玉明、张明波担任主编,王玉芳、侯兰宝、程庆霞担任副主编。

由于编者水平有限,编写时间仓促,书中难免有些许不妥之处,我们衷心希望得到专家、同行及广大读者的批评指正,以使本书在今后的教学实践中不断地得以完善。

朱玉明
2013年6月于荆门

目 录

第 1 章 函数、极限与连续	1
1.1 映射与函数	1
1.1.1 集合	1
1.1.2 映射	3
1.1.3 函数的概念	4
1.1.4 初等函数	8
1.1.5 极坐标简介	9
习题 1.1	11
1.2 数列的极限	12
1.2.1 数列极限的概念	12
1.2.2 收敛数列的性质	15
习题 1.2	17
1.3 函数的极限	18
1.3.1 函数的极限的定义	18
1.3.2 函数极限的性质	22
习题 1.3	23
1.4 无穷小与无穷大	24
1.4.1 无穷小及其性质	24
1.4.2 无穷大	25
习题 1.4	27
1.5 极限的运算法则	27
1.5.1 极限的四则运算法则	27
1.5.2 复合函数的极限运算法则	30
习题 1.5	31
1.6 极限存在的准则与两个重要极限	32

2 高等数学

1.6.1 极限存在的准则 I	32
1.6.2 极限存在的准则 II	35
习题 1.6	38
1.7 无穷小的比较	39
习题 1.7	42
1.8 函数的连续性与间断点	42
1.8.1 函数的连续性	42
1.8.2 函数的间断点	45
1.8.3 连续函数的和、差、积、商的连续性	47
1.8.4 反函数与复合函数的连续性	47
1.8.5 初等函数的连续性	49
习题 1.8	51
1.9 闭区间上连续函数的性质	51
1.9.1 最大值与最小值	51
1.9.2 零点定理与介值定理	52
习题 1.9	53
综合练习 1	54
第 2 章 导数与微分	57
2.1 导数的定义	57
2.1.1 引例	57
2.1.2 导数的概念	59
2.1.3 导数的几何意义	62
2.1.4 函数可导性与连续性的关系	62
习题 2.1	62
2.2 函数求导法则	63
2.2.1 函数的和、差、积、商的求导法则	63
2.2.2 反函数的求导法则	64
2.2.3 复合函数的求导法则	65
2.2.4 基本求导法则与导数公式	67
习题 2.2	68
2.3 高阶导数	69
2.3.1 高阶导数的定义	69
2.3.2 高阶导数的计算方法	69

习题 2.3	71
2.4 隐函数及由参数方程确定的函数的导数	71
2.4.1 隐函数的导数	71
2.4.2 由参数方程确定的函数的导数	73
习题 2.4	75
2.5 函数的微分	75
2.5.1 微分的定义	75
2.5.2 微分的几何意义	77
2.5.3 基本初等函数的微分公式与微分计算法则	78
2.5.4 微分在近似计算中的应用	80
习题 2.5	82
综合练习 2	82
第 3 章 微分中值定理与导数的应用	84
3.1 微分中值定理	84
3.1.1 罗尔定理	84
3.1.2 拉格朗日中值定理	85
3.1.3 柯西中值定理	87
习题 3.1	88
3.2 洛必达法则	89
习题 3.2	91
3.3 泰勒公式	91
习题 3.3	95
3.4 函数的单调性与曲线的凹凸性	95
3.4.1 函数单调性的判定法	95
3.4.2 函数的凹凸性与拐点	97
习题 3.4	99
3.5 函数的极值与最大最小值	100
3.5.1 函数的极值与求法	100
3.5.2 最大最小值问题	102
习题 3.5	104
3.6 函数图形的描绘	104
习题 3.6	107
3.7 曲率	107

4 高等数学

3.7.1 弧微分	107
3.7.2 曲率及计算公式	108
3.7.3 曲率圆与曲率半径	110
习题 3.7	111
综合练习 3	111
第 4 章 不定积分	113
4.1 不定积分的概念与性质	113
4.1.1 原函数与不定积分的概念	113
4.1.2 基本积分表	115
4.1.3 不定积分的性质	116
习题 4.1	117
4.2 换元积分法	118
4.2.1 第一类换元法	118
4.2.2 第二类换元法	122
习题 4.2	125
4.3 分部积分法	126
习题 4.3	129
4.4 有理函数和可化为有理函数的积分	129
4.4.1 代数的预备知识	130
4.4.2 有理函数的不定积分	131
4.4.3 可化为有理函数的积分举例	133
习题 4.4	135
综合练习 4	135
第 5 章 定积分	137
5.1 定积分的概念与性质	137
5.1.1 定积分问题举例	137
5.1.2 定积分的定义	139
5.1.3 按照定义计算定积分	140
5.1.4 定积分的几何意义	141
5.1.5 定积分的性质	141
习题 5.1	144
5.2 微积分基本公式	145

5.2.1	积分上限函数	145
5.2.2	定积分的基本公式	146
	习题 5.2	148
5.3	定积分的换元法和分部积分法	149
5.3.1	定积分的换元法	149
5.3.2	定积分的分部积分法	152
	习题 5.3	154
5.4	反常积分	155
5.4.1	无穷限的反常积分	155
5.4.2	无界函数的反常积分	157
	习题 5.4	159
5.5	定积分的应用	159
5.5.1	定积分的元素法	159
5.5.2	定积分在几何学上的应用	161
	习题 5.5	165
	综合练习 5	166
第 6 章	空间解析几何与向量代数	167
6.1	向量及其线性运算	167
6.1.1	向量的概念	167
6.1.2	向量的线性运算	168
6.1.3	空间直角坐标系	170
6.1.4	利用坐标作向量的线性运算	171
6.1.5	向量的模、方向角、投影	171
	习题 6.1	173
6.2	数量积与向量积	173
6.2.1	两向量的数量积	173
6.2.2	两向量的向量积	174
	习题 6.2	176
6.3	平面及其方程	176
6.3.1	平面的点法式方程	176
6.3.2	平面的一般方程	177
6.3.3	两平面的夹角	178
6.3.4	点到平面的距离	179

习题 6.3	179
6.4 空间直线及其方程	180
6.4.1 空间直线的对称式方程与参数方程	180
6.4.2 空间直线的一般方程	181
6.4.3 空间两直线的夹角	181
6.4.4 直线与平面的夹角	182
习题 6.4	183
6.5 曲面及其方程	183
6.5.1 曲面方程的概念	183
6.5.2 旋转曲面	184
6.5.3 柱面	185
6.5.4 常见的二次曲面	186
习题 6.5	188
6.6 空间曲线及其方程	188
6.6.1 空间曲线的一般方程	188
6.6.2 空间曲线的参数方程	189
6.6.3 空间曲线在坐标面上的投影	190
习题 6.6	191
综合练习 6	191
第 7 章 多元函数微分学	193
7.1 多元函数的极限与连续性	193
7.1.1 平面点集	193
7.1.2 多元函数的概念	194
7.1.3 多元函数的极限	195
7.1.4 多元函数的连续性	196
习题 7.1	198
7.2 偏导数	199
7.2.1 偏导数的概念及其计算	199
7.2.2 高阶偏导数	201
习题 7.2	202
7.3 全微分	203
7.3.1 全微分的概念	203
7.3.2 全微分在近似计算中的应用	205

习题 7.3	206
7.4 多元复合函数的求导法则	206
7.4.1 多元复合函数的微分	206
7.4.2 全微分的形式不变性	210
习题 7.4	210
7.5 隐函数的求导公式	211
7.5.1 一个方程的情形	211
7.5.2 方程组的情形	212
习题 7.5	214
7.6 多元函数微分学的几何应用	214
7.6.1 空间曲线的切线与法平面	214
7.6.2 曲面的切平面与法线	217
习题 7.6	219
7.7 方向导数与梯度	219
7.7.1 方向导数	219
7.7.2 梯度	221
习题 7.7	223
7.8 多元函数的极值及其求法	223
7.8.1 多元函数的极值与最值	223
7.8.2 条件极值——拉格朗日乘数法	226
习题 7.8	228
综合练习 7	228
第 8 章 常微分方程简介	229
8.1 常微分方程的基本概念	229
8.1.1 常微分方程和偏微分方程	229
8.1.2 线性微分方程和非线性微分方程	230
8.1.3 微分方程的解	230
习题 8.1	230
8.2 一阶常微分方程的初等解法	231
8.2.1 变量可分离的微分方程	231
8.2.2 一阶线性微分方程与常数变易法	233
8.2.3 恰当微分方程与积分因子	235
习题 8.2	238

8.3 高阶常系数线性微分方程	239
8.3.1 n 阶线性微分方程解的结构	239
8.3.2 常系数齐次线性微分方程	240
8.3.3 常系数非齐次线性微分方程	241
习题 8.3	243
综合练习 8	243
第 9 章 多元函数积分学	244
9.1 二重积分的概念与性质	244
9.1.1 二重积分的概念	244
9.1.2 二重积分的性质	246
习题 9.1	247
9.2 二重积分的计算	248
9.2.1 直角坐标系下二重积分的计算	248
9.2.2 二重积分的变量变换	252
习题 9.2	255
9.3 三重积分	257
9.3.1 三重积分的概念	257
9.3.2 三重积分的计算	257
习题 9.3	263
9.4 曲面的面积	264
9.4.1 利用曲面的一般方程求曲面的面积	264
9.4.2 利用曲面的参数方程求曲面的面积	265
习题 9.4	266
9.5 曲线积分	266
9.5.1 对弧长的曲线积分	266
9.5.2 对坐标的曲线积分	270
9.5.3 两类曲线积分之间的关系	274
习题 9.5	275
9.6 格林公式及其应用	276
9.6.1 格林公式	276
9.6.2 平面上曲线积分与路径无关的条件	280
9.6.3 全微分方程	283
习题 9.6	285

9.7 曲面积分	287
9.7.1 对面积的曲面积分	287
9.7.2 对坐标的曲面积分	290
9.7.3 两类曲面积分之间的联系	295
习题 9.7	297
9.8 高斯公式与斯托克斯公式	298
9.8.1 高斯公式	298
9.8.2 斯托克斯公式	300
习题 9.8	302
综合练习 9	302
第 10 章 无穷级数	304
10.1 常数项级数的概念与性质	304
10.1.1 常数项级数的概念	304
10.1.2 收敛级数的基本性质	306
习题 10.1	307
10.2 常数项级数的收敛法	308
10.2.1 正项级数及其收敛法	308
10.2.2 交错级数及其收敛法	313
10.2.3 绝对收敛与条件收敛	314
习题 10.2	315
10.3 幂级数	316
10.3.1 函数项级数的概念	316
10.3.2 幂级数及其收敛性	317
10.3.3 幂级数的运算	320
习题 10.3	322
10.4 函数展开成幂级数	322
10.4.1 泰勒级数	322
10.4.2 函数展开成幂级数的方法	324
习题 10.4	328
综合练习 10	328
参考文献	330

第1章

函数、极限与连续

初等数学的研究对象基本上是常量,而高等数学的研究对象是函数。简言之,函数就是变量之间的依赖关系,极限方法是研究变量的一种基本方法。本章将介绍函数、极限、函数的连续性等基本概念以及它们的一些性质。

1.1 映射与函数

1.1.1 集合

1. 集合概念

集合是数学中的一个重要概念,它在现代数学的发展中起着非常重要的作用。

集合是指具有某种特定性质的事物的总体,组成这个集合的事物称为该集合的元素。

通常用大写拉丁字母 A, B, C, X, Y 等表示集合,用小写拉丁字母 a, b, c, x, y 等字母表示元素。如果 a 是集合 A 的元素,则表示为 $a \in A$,读作 a 属于 A 。如果 a 不是集合 A 的元素,则表示为 $a \notin A$ 或 $a \overline{\in} A$,读作 a 不属于 A 。

由有限个元素构成的集合,称为有限集;由无限多个元素构成的集合,称为无限集。

表示集合的方法通常有以下两种。

列举法:把集合的全体元素一一列举出来。

例如,由 x, y, z 三个元素组成的集合 A 可表示为 $A = \{x, y, z\}$ 。

描述法:若集合 M 是由具有某种性质 P 的元素 x 的全体所组成的,则 M 可表示为

$$M = \{x | x \text{ 具有性质 } P\}.$$

例如,设 M 为方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的根构成的集合,可表示为

$$M = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}.$$

下面是几种常见的数集。

\mathbf{N} 表示所有自然数构成的集合,称为自然数集:

$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}.$$

全体正整数的集合为 $\mathbf{N}^+ = \{1, 2, \dots, n, \dots\}$ 。

\mathbf{R} 表示所有实数构成的集合,称为实数集。

\mathbf{Z} 表示所有整数构成的集合,称为整数集:

$$\mathbf{Z} = \{\dots, -n, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n, \dots\}.$$

\mathbf{Q} 表示所有有理数的集合,称为有理数集: