

- 当代财经管理名著译库
- DSGE经典译丛

曲春青 译

[英] 罗伯特·索利斯 著
(Robert Sallis)

实证金融研究方法

以金融和银行业为例

Empirical Finance

for finance and banking



东北财经大学出版社

Dongbei University of Finance & Economics Press

WILEY

Publishing Since 1997



- 当代财经管理名著译库
- DSGE经典译丛

曲春青 译

[英] 罗伯特·索利斯 著
(Robert Sollis)

实证金融研究方法

以金融和银行业为例

Empirical Finance

for finance and banking



东北财经大学出版社

Dongbei University of Finance & Economics Press

大连

Robert Sollis: Empirical Finance: for finance and banking
Copyright © 2012 by John Wiley & Sons Ltd. All Rights Reserved.

AUTHORIZED TRANSLATION OF THE EDITION PUBLISHED BY JOHN WILEY & SONS, New York, Chichester, Brisbane, Singapore and Toronto. No part of this publication may be reproduced in any form without the written permission of John Wiley & Sons Ltd.

辽宁省版权局著作权合同登记号: 图字 06-2013-127 号

本书简体中文翻译版由约翰·威立父子有限公司授权东北财经大学出版社独家出版发行。未经授权的本书出口将被视为违反版权法的行为。未经出版者预先书面许可, 不得以任何方式复制或发行本书的任何部分。

版权所有, 侵权必究。

图书在版编目 (CIP) 数据

实证金融研究方法: 以金融和银行业为例 / (英) 索利斯 (Solis, R.) 著; 曲春青译. —大连: 东北财经大学出版社, 2014. 1

(DSGE 经典译丛)

ISBN 978-7-5654-1307-1

I. 实… II. ①索… ②曲… III. 金融学-研究方法 I. 0330

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 193141 号



东北财经大学出版社出版发行

大连市黑石礁尖山街 217 号 邮政编码 116025

教学支持: (0411) 84710309

营 销 部: (0411) 84710711

总 编 室: (0411) 84710523

网 址: <http://www.dufep.cn>

读者信箱: dufep@dufe.edu.cn

大连图腾彩色印刷有限公司印刷

幅面尺寸: 185mm×260mm 字数: 326 千字 印张: 16 3/4

2014 年 1 月第 1 版 2014 年 1 月第 1 次印刷

责任编辑: 刘东威 王 玲 刘贤恩 责任校对: 仲 果

封面设计: 张智波 版式设计: 钟福建

定价: 48.00 元

本书受辽宁省教育厅 2013 年科学研究一般项目资助（项目编号：W2013208）。

译者前言

实证金融是以金融学理论为出发点和导向,运用计量经济学和统计学的方法,研究分析实际金融数据,对金融理论、假说或观点进行检验,进而验证金融理论、解释金融现象或者进行预测的一种金融研究方法。近年来,实证金融在国内有了飞速发展,受到理论界和实务界的广泛关注,众多高校将实证金融学列为研究生层次的核心课程之一,运用实证金融方法定量分析金融问题的文章也日益增多。随着经济与金融的快速发展,金融行业对从业人员分析能力的要求越来越高,实证金融已经成为金融理论研究人员和实际工作者必须掌握的一个重要的金融研究方法。

罗伯特·索利斯等学者所著的《实证金融研究方法——以银行业和金融业为例》是实证金融研究领域的权威性著作。该书首先简要回顾了实证金融中普遍采用的经济计量学和统计学方法,然后重点介绍了实证金融研究方法在金融和银行等研究领域中的应用,这些领域包括投资组合理论、资产定价模型和多因子模型、市场有效性、汇率和利率的拟合和预测、利率期限结构、风险价值(VaR)等。该书对实证金融研究方法的介绍系统全面、通俗易懂,同时运用实际案例对这些方法的操作进行演示,使读者更容易理解并熟练掌握。因此,该书既可以作为金融学科学生和研究人员学习的教材,又可以作为金融从业人员学习和使用实证金融研究方法的参考用书。

本书由曲春青博士翻译,翻译过程中杨仲山教授、范立夫教授、郭凯副教授、解维敏副教授、刘伟副教授、周学仁副研究员、陈菁泉副研究员、屈超博士、张晓东博士、姜美华博士、康书隆博士、田玉海副编审为该书的翻译提出了许多建设性的意见和建议。东北财经大学金融工程专业专业的硕士研究生刘锐、刘艳、姜彦丞、李建、马玲玉、陈博、江茜、邢岳飞、伏天媛参与了部分章节的资料整理和校对工作。东北财经大学出版社的编辑为本书的出版付出了辛勤的努力,她们卓越的工作使本书增色不少,在此表示衷心的感谢。受译者水平所限,书中定有不妥甚至错误之处,恳请读者批评指正。

译者

2013年11月

前言

本书重点介绍的是实证方法在金融研究领域中的应用。本书的适用对象主要是金融和银行学专业的硕士学生、MBA 学生以及从事金融领域研究的初级研究人员，本书也同样适用于其他相关领域（如经济学）的学生和研究人员。本书的前三章主要介绍了整体结构框架，并对经济计量学和统计学方法进行了简要回顾。后面的章节分别介绍了在几个金融和银行业重点研究领域中所使用的实证研究方法。对于那些未来有意在金融机构从事分析和研究工作的学生来说，掌握这些研究和分析方法至关重要。

目前，本科没有学习过金融理论和技术的学生转读金融和银行专业硕士的现象越来越常见。但是，作为一本金融和银行领域的实证研究专著，本书不可避免地会涉及一些技术性问题。因此，本书所介绍的数学方法均为大多数教科书中常见的数学方法，并试图用一些更容易理解的方式进行介绍。读者可以通过本书所列的参考文献对更加深入的相关数学证明和统计方法进行了解。本书的内容主要选自作者教授本科和研究生的计量经济学、金融学和统计学等课程的教学内容，同时加入了一些有关时间序列预测课程的材料。该课程是我在皇家统计学会为专业经济学家和统计学家开设的。需要注意的是，本书并非面面俱到，金融领域内仍有许多相当有趣的内容在本书中并未提及。

2007 年到 2009 年的全球金融危机凸显出传统金融建模和风险管理中的诸多缺陷。本书对其中一些问题进行了探讨，但并未尝试给出新的方法或对已有方法进行改进。当然，已经有许多学者在这方面做了尝试。毫无疑问，在未来的几年里，将会有更多新的或者改进的方法出现在白皮书、学术期刊和书籍之中。但是，本书关注的重点仍然是对一些现有的实证研究方法进行介绍。

感谢威立出版社的斯蒂夫·哈德曼（Steve Hardman）和尼科尔·巴尼特（Nicole Burnett），感谢他们为本书提供的支持以及付出的耐心和热情。感谢保罗·斯特林格（Paul Stringer）编辑为本书出版所付出的努力。感谢我在皇家统计学会开设研讨班的参与者和在纽卡斯尔大学的同事和学生，他们为本书的内容提出了大量建设性的意见和建议。最重要的是，我要感谢我的家人，感谢他们对我的工作所给予的莫大支持。

目 录

第1章 导论	1
1.1 本书内容与结构	1
1.2 电脑软件	3
1.3 数据	4
1.4 参考文献	5
第2章 随机变量及随机过程	6
2.1 概述	6
2.2 随机变量与随机过程	7
2.3 时间序列模型	14
2.4 小结	34
2.5 章末习题	34
2.6 参考文献	35
第3章 回归与波动	38
3.1 概述	38
3.2 回归模型	38
3.3 条件波动的拟合及预测	50
3.4 小结	58
3.5 章末习题	58
3.6 参考文献	59
第4章 资产组合理论及资产配置	62
4.1 概述	62
4.2 收益率	63
4.3 股利贴现模型	68
4.4 现代资产组合理论 (MPT)	69
4.5 实证范例	77
4.6 小结	83
4.7 章末习题	84
4.8 附录	84
4.9 参考文献	85

第5章 资产定价模型和因子模型	87
5.1 概述	87
5.2 资本资产定价模型 (CAPM)	88
5.3 因子模型	94
5.4 实证范例	99
5.5 小结	105
5.6 章末习题	106
5.7 附录	106
5.8 参考文献	108
第6章 市场有效性	111
6.1 概述	111
6.2 市场有效性检验	112
6.3 经济计量预测	117
6.4 技术分析	119
6.5 数据探测	124
6.6 实证范例	125
6.7 小结	135
6.8 章末习题	136
6.9 附录	137
6.10 参考文献	138
第7章 汇率的建模和预测	143
7.1 概述	143
7.2 汇率	144
7.3 市场有效性及汇率平价条件	146
7.4 市场效率检验	147
7.5 购买力平价	150
7.6 汇率的预测	160
7.7 实证范例	165
7.8 小结	170
7.9 章末习题	171
7.10 附录	171
7.11 参考文献	174
第8章 利率的拟合和预测	180
8.1 概述	180
8.2 债券	181
8.3 利率模型	189

8.4	预期假说的实证检验	198
8.5	实证范例	203
8.6	小结	208
8.7	章末习题	209
8.8	附录	209
8.9	参考文献	211
第9章	市场风险管理.....	214
9.1	概述	214
9.2	使用德尔塔-正态法计算的风险价值	215
9.3	使用历史模拟法计算的风险价值	219
9.4	使用蒙特卡洛模拟法计算的风险价值	220
9.5	债券的 VaR	222
9.6	衍生品的风险价值	223
9.7	回测检验	229
9.8	金融监管与 VaR	232
9.9	实证范例	237
9.10	小结.....	250
9.11	章末习题.....	251
9.12	附录.....	251
9.13	参考文献.....	253

导论

1.1 本书内容与结构

本书第2、3章回顾了实证金融中普遍采用的经济计量学和统计学方法。第4章至第9章每一章自成体系，讨论了金融领域中的一系列重要问题，而实证研究方法在这些问题的研究中起着重要作用。在所有章节的最后，本书均备有五道章末习题，以使读者加深对所讨论内容的理解。这些习题中，有些是纯粹的实证问题，有些则是讨论式的问题。第2章和第3章的实证问题使用的是模拟数据，而第4章到第9章的实证问题使用的是现实中的数据。同各个章的章末习题一样，第4章到第9章每章正文的倒数第二部分都展示一些与该章内容相联系的实证范例。这些案例展示了许多实证研究方法。相关的电脑程序以及章末习题的答案提示可在合作网站 www.wileyeurope.com/college/sollis 上得到。本书所有的计算均使用 MATLAB[®]^① 进行。本书最后的附录部分给出了一些实证研究中常用的统计表。

第2章介绍了随机变量和随机过程的一些统计概念，进而讨论了时间序列模型 (time series models)，这类统计模型在包括金融在内的诸多领域中被广泛使用。一项金融资产价格或收益率的时间序列模型的参数可以通过样本时间数据（时间序列数据 (time series data)）估计出来。被估模型提供了价格或收益率如何随时间随机变化的重要信息。时间序列模型也可用于金融变量的预测，这些预测可以进一步应用于金融交易之中。

第3章回顾了回归模型。回归模型是金融实证分析中主要的统计模型。它可用于为金融理论提供实证支持、对金融变量进行预测以及理解和量化与特定金融资产和资产组合相关的风险。第3章还讨论了波动 (volatility) 的拟合和预测。在金融领域中，通常用一项资产投资收益率的方差和标准差作为资产风险的度量。因此，标准差也被

① MATLAB[®] 是 MathWorks 公司旗下的产品（见 www.mathworks.com/products/matlab/）。

称为收益率的波动。精确地拟合和预测波动对于成功的风险管理尤为重要。

第4章重点讨论现代资产组合理论(modern portfolio theory, MPT)。MPT最初源于马柯维茨(Markowitz, 1952)的一篇关于资产组合选择理论的开创性论文。这篇文章对于金融研究和实践均产生了深远影响。马柯维茨(1952)揭示了资产组合的期望收益率和收益率的方差是如何计算的,它们是组合所含资产的期望收益率、方差和协方差的函数。他认为投资者在构造资产组合时,应该关注不同资产组合的表现(使用资产组合的期望收益率和风险来衡量),并在给定的风险水平下从众多资产组合中选择期望收益率最高的组合。现代资产组合理论引出了最优资产配置的分析公式。第4章的实证案例展示了这些公式的应用。

第5章重点关注资产定价模型以及多因子模型。由夏普(Sharpe, 1964)、林特纳(Lintner, 1965)、莫辛(Mossin, 1966)等人建立的资本资产定价模型(capital asset pricing model, CAPM)是在一系列简化假定下研究资产收益率和风险之间关系的理论模型。它是一个颇具吸引力的理论模型。其模型形式简洁,而且具有一系列清晰的预测,这些预测可以使用统计工具进行实证评价,同时估计出的CAPM还可以被广泛应用于其他实际工作之中。因子模型是比CAPM更为一般化的资产定价模型。当应用于股票市场时,它比传统的CAPM更具说服力。金融机构广泛使用该模型解释特定的系统性宏观经济风险如何影响期望收益率。第5章的实证案例使用股票市场数据和统计方法实证检验CAPM,并估计和解释一个因子模型。

第6章重点关注金融市场的有效性。在金融领域中,有效市场(efficient market)是指一个信息有效率的金融市场(如股票市场、外汇市场),即当前资产价格反映了所有相关信息。由法玛(Fama, 1970)提出的有效市场假说(EMH, efficient market hypothesis)以这种方式阐述了金融市场是有效率的。第6章首先讨论了市场的有效性以及如何对有效市场假说进行实证检验。有效市场假说意味着,如果使用资产过去的价格和收益率样本数据对价格和收益率进行预测,再利用这些预测进行交易,是不可能获得超额利润(abnormal profits)的。第6章讨论了一些特殊实证预测方法产生超额利润的能力。这些方法包括两大类:经济计量预测(econometric forecasting)以及技术分析(technical analysis)。第6章的实证范例通过使用多国的股票指数检验了股票市场的有效性,并使用经济计量预测和技术分析这两种方法预测了股票指数的收益率。

第7章重点关注汇率的拟合和预测。若外汇市场是有效的,那么当前汇率、当前利率、远期汇率(这里所说的远期汇率是指现在达成的但在将来的指定日期交割的汇率)和实际未来汇率之间将保持某些特定的关系。因此对这些关系是否保持进行的检验可以作为判断外汇市场有效性的实证证据。第7章讨论了这些关系以及如何对这些关系进行实证检验。第7章还关注了汇率与国内外物价水平之间的关系。在不考虑关税、非关税壁垒和交易成本的情况下,一价定律(law of one price)认为,对于不同国家的同种商品,如果以同一种货币计价,其价格应是相等的。当应用于一揽子

商品的价格时（用物价指数衡量），该定律通常被称为购买力平价（purchasing power parity, PPP）假说。第7章的实证案例检验了汇率平价的条件，并实证检验了购买力平价假说。第7章最后讨论了汇率预测的相关问题。

第8章重点关注利率的拟合和预测。首先介绍了几种主要的债券类型以及计算债券收益率和债券价格的传统公式。然后介绍了一系列重要的连续时间（continuous-time）利率模型。这些模型均假定利率是一个随时间变化的随机过程，该随机过程可以用随机微分方程表示出来。利用连续时间利率模型可以得到债券定价、债券衍生品定价的解释公式，并且可以用来研究利率的期限结构。

第8章的最后一个问题是通过使用坎贝尔（Campbell）和席勒（Shiller）（1987, 1991）提出的经济计量检验对利率期限结构的预期假说进行实证检验。该假说认为长期利率依赖于投资者对未来短期利率的理性预期。如果利率期限结构的预期假说是正确的，那么收益率曲线（债券收益率相对于到期期限的图形）就包含了关于未来短期利率的市场预测信息。因此人们进行了大量的学术研究，来实证检验预期假说，第8章将对其中一些研究进行讨论。第8章的实证范例估计了连续时间利率模型的参数、预测了利率，并使用经济计量检验对预期假说进行了检验。

第9章重点关注风险管理，尤其关注市场风险（market risk）管理中统计工具的使用。风险价值（value at risk, VaR）已经成为银行管理市场风险最常用的统计方法。VaR是特定时期内（如一天）资产组合价值变动概率分布的一个较低分位数的预测值，因而VaR是下行金融风险（损失）的一个货币度量。第9章讨论了计算VaR的主要方法，尤其是著名的RiskMetrics方法（见RiskMetrics, 1996, 2001, 2006）。第9章还讨论了如何使用回测检验评估VaR模型的表现。

第9章还讨论了VaR和回测检验法在国际金融监管中的作用。在《巴塞尔资本协议II》下，银行可以使用VaR帮助它们确定必须持有的用以应对潜在风险的最低资本金。回测检验中VaR模型的表现也会影响银行的最低资本要求。为了应对2007—2009年的全球金融危机，巴塞尔委员会推出了新的资本协议，即《巴塞尔协议III》。它表明VaR将会继续在国际金融监管中扮演重要角色。在保险及再保险行业的风险管理中，VaR同样越来越受欢迎。第9章的实证范例展示了如何利用正文讨论的方法计算包含资产及衍生品的资产组合的VaR。第9章还给出了一个对股票组合VaR进行回测检验的例子。

1.2 | 电脑软件

本书的所有计算均采用MATLAB®软件，这是因为该软件在金融部门的研究和分析人员的实际工作中使用广泛。熟练使用MATLAB®软件，对于将要在金融部门中求职的学生而言大有裨益。作者还在书中给出了第4章到第9章一些实证范例的MATLAB®程序（或者是部分程序）。第4章到第9章所有实证范例的MATLAB®程序

将会在我们的合作网站 ([www. wiley europe. com/ college/ sollis](http://www.wiley europe. com/ college/ sollis)) 公布, 程序的更多细节将会在各章的附录中给出。这些程序需要使用 MATLAB® 的注册版本运行。一些程序可能还需要以下工具包的注册版本: Financial Toolbox®、Statistics Toolbox®、System Identification Toolbox® 和 Oxford MFE Toolbox®。^{①②} 作者尽量将程序制作得简单易懂, 并提倡使用显而易见的方法计算相关估计量和检验统计量, 而非快捷的方法 (这种方法可能不易理解, 但却更有效率)。这些程序均附有关于使用说明的注释。

MATLAB® 程序均以 “. m” 作为后缀名。打开程序时需首先打开 MATLAB® 软件, 设置工具栏上的 “Current Directory” 或 “Current Folder” (取决于 MATLAB® 的版本) 决定程序的保存位置。该位置的内容将会显示在一个单独的窗口中。然后, 双击当前目录中的程序, 打开编辑窗口。点击编辑工具栏上的 “Run” 按钮运行程序或者点击主工具栏的 “Debug” 再点击 “Run…”。输出结果将显示在 “Workspace” 中, 而相关图形将会显示在窗口中。

MATLAB® 包含众多内置函数, 用户可以通过调用这些内置函数简化某些任务。如 normpdf 函数, 可以通过使用命令 $y = \text{normpdf}(X, \mu, \sigma)$ 生成一个期望为 μ 、方差为 σ 的正态随机变量 X 的概率密度函数 (PDF)。用户也可以编写自己的 MATLAB® 函数并保存为独立的 . m 文件。若函数有不只一个输出值时, 输出值应写在方括号内, 并用逗号隔开, 如 $[r1, r2, r3] = \text{functionname}(\cdot)$ 。自定义函数要保存在使用这些函数的程序目录内。

1.3 | 数据

本书使用的所有外部数据均来自一些面向公众开放的资源, 比如 Yahoo! Finance、联邦储备银行圣路易斯分行 FRED 数据库和英格兰银行统计数据库。^③ 读者可以下载到这些数据, 并使用 MATLAB® 程序得出与本书一致的结果。^④ MATLAB® 程序导入数据是十分直接的。例如, 需要导入 Excel 表格 “filename. xls” 中的数据时, 首先确保 Excel 文件保存在当前使用的 MATLAB® 程序的目录内, 然后在 MATLAB® 中输入指令 $Y = \text{xlsread}(\text{'filename'})$, 这里的 “filename” 指的是 Excel 的文件名, 不含 . xls 后缀 (这里假定此 . xls 文件是一个 Excel 97-2003 的工作簿), 数据就会保存在名为 Y 的向量或矩阵之中。实证范例中数据使用的进一步细节将会在各章的附录中给出。^⑤

① Financial Toolbox®, Statistics Toolbox®, System Identification Toolbox® 是 MathWorks 公司旗下的产品 (见 [www. mathworks. com/ products/ matlab/](http://www.mathworks.com/products/matlab/))。

② 更多关于 Oxford MFE Toolbox® 的信息, 见 [http://www. kevin sheppard. com/ wiki/ MFE_ Toolbox.](http://www.kevin sheppard. com/ wiki/ MFE_ Toolbox.) 在此非常感谢 Kevin Sheppard 允许作者使用 Oxford MFE Toolbox 进行书中的计算。

③ [www. finance. yahoo. com](http://www.finance.yahoo.com); [www. research. stlouisfed. org/ fred2](http://www.research.stlouisfed.org/fred2); [www. bankofengland. co. uk/ statistics.](http://www.bankofengland.co.uk/statistics)

④ 本书使用的一小部分数据来自 thomson reuters datastream, 需要付费。

⑤ 十分遗憾的是, 作者不能保证本书计算所使用的数据在本书出版之后仍旧可得。虽然作者已尽最大努力减少本书数据、文本和 MATLAB® 程序的错误, 但出现错误在所难免。本书出版之后, 如有更正会发布在合作网站 [www. wiley europe. com/ college/ sollis](http://www.wiley europe. com/ college/ sollis)。另请注意, 本书所提及网站目前还在运营, 但不能保证本书出版之后它们仍旧继续运营。

1.4 | 参考文献

- Campbell, J. Y. and R. J. Shiller (1987) Cointegration and tests of present value models, *Journal of Political Economy*, 95, 1062–1088.
- Campbell, J. Y. and R. J. Shiller (1991) Interest rate spreads and interest rate movements: a bird's eye view, *Review of Economic Studies*, 58, 495–514.
- Fama, E. F. (1970) Efficient capital markets: a review of theory and empirical work, *Journal of Finance*, 25, 383–417.
- Lintner, J. (1965) The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, *Review of Economics and Statistics*, 47, 13–37.
- Markowitz, H. M. (1952) Portfolio selection, *Journal of Finance*, 7, 77–91.
- Mossin, J. (1966) Equilibrium in a capital asset market, *Econometrica*, 34, 768–783.
- RiskMetrics: Technical Document* (1996) New York: JP Morgan/Reuters.
- RiskMetrics, Return to: The Evolution of a Standard* (2001) New York: RiskMetrics Group.
- RiskMetrics 2006 Methodology* (2006) New York: RiskMetrics Group.
- Sharpe, W. F. (1964) Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance*, 19, 425–442.

随机变量及随机过程

2.1 概述

随机变量 (random variable) 是指由随机实验结果决定的拥有不确定数值的变量。随机变量的不确定性可以使用概率的概念进行量化。在统计学教材中, 一个常见的随机变量的例子就是掷骰子的结果。我们知道该随机变量的 6 个可能值的概率均为 $1/6$, 即它们拥有相同的可能性。随机变量遍布于生活的方方面面: 比如, 一天的降雨量、在公交车站的等车时间, 当天的股指收盘点数等等。

随机过程 (random process 或 stochastic process) 是随机变量的拓展。它是指一系列以特定方式排列的随机变量。如果排列方式是按时间顺序的话, 我们将随机过程实现 (realization) 值的数据称为时间序列数据 (time series data) 或者时间序列 (time series)。金融领域中的许多重要变量 (比如汇率、利率、股票指数的未来值等等) 都是随机变量, 经过一定的时间跨度, 这些变量可被视作随机过程。因此, 本章主要回顾一些有关拟合和预测随机过程的经济计量学和统计学的重要方法, 尤其是时间序列模型 (time series models)。

时间序列模型有许多不同的类型。一个单变量线性时间序列模型是使用一个均值为零的随机误差项加上该变量的滞后项和 (或) 误差项的滞后项构造的线性函数来拟合该变量的当前值。单变量线性时间序列模型虽然结构简单, 但事实证明, 在包括金融在内的诸多领域内, 单变量线性时间序列模型是拟合和预测随机过程的有力工具。除了单变量线性时间序列模型外, 本章还简要回顾了单变量非线性时间序列模型和向量时间序列模型。同时, 我们还探讨了如何借助这些模型来预测变量的未来值以及如何评估这些预测的准确度。首先, 我们回顾一下统计学的一些基本概念。^①

^① 本章主要是对关键方法的回顾, 而非详尽的方法介绍。如需要深入学习, 读者可以参考以下经济计量学教材: Gujarati 和 Porter (2009) (中级), Hamilton 和 Greene (2008) (高级)。

12.2 | 随机变量与随机过程

2.2.1 随机变量

随机变量可以是离散的，也可以是连续的。对于离散型随机变量 (discrete random variable) 来说，其可能值是有限的，因此这种随机变量的可能值是可数的（比如掷骰子的结果）。而连续型随机变量 (continuous random variable) 拥有无限的可能值（比如类似温度或时间这样的可测变量）。在金融学中，大多数相关变量（如资产价格、资产收益率）都可被视为连续型随机变量。接下来，我们介绍一下随机变量的重要特征：均值、方差、概率密度函数和累积分布函数。

如果 X 为离散型随机变量，其可能的取值为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，那么函数

$$f(x) = P(X=x_i), i=1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

即为概率分布 (probability distribution, PD)，式中的 $P(X=x_i)$ 是指随机变量 X 取值为 x_i 的概率。因而，概率分布描述了随机变量取特定数值的概率。如果 X 是连续型随机变量，那么它取某个单独数值的概率为零（因为其可能取值有无限多个）。连续型随机变量的概率密度函数表示该随机变量落入某个数值区间的概率。 x 的概率密度函数 (probability density function, PDF) 记为 $f(x)$ ，并且必须满足特定的数学条件：

$$(i) f(x) \geq 0 \quad (2.2)$$

$$(ii) \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = P(x_1 \leq x \leq x_2) \quad (2.3)$$

$$(iii) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (2.4)$$

条件 (i) 表示 $f(x)$ 必须是非负的；条件 (ii) 表示在区间 $[x_1, x_2]$ 内，函数 $f(x)$ 下面的图形面积等于随机变量 X 落入区间 $[x_1, x_2]$ 内的概率；条件 (iii) 表示函数 $f(x)$ 下面的图形总面积为 1。离散型随机变量的概率分布表示随机变量取特定数值的概率，而连续型随机变量的概率密度函数则表示随机变量落入某数值区间的概率。

本书的大多数读者已经学习过一些统计学的基础课程，并且很可能接触过正态分布。我们在这里回顾一下，如果随机变量 X 服从正态分布，那么它的概率密度函数为：

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)} \quad (2.5)$$

其中， μ 和 σ^2 是总体参数，分别称为均值 (mean) 和方差 (variance)。均值是对集中趋势的度量，而方差是对变量偏离均值程度的度量（我们将会在本章后面对均值和方差详加讨论）。

如果 X 是一个正态分布随机变量，那么随机变量

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \quad (2.6)$$

服从标准正态分布 (standard normal distribution)。标准正态分布是正态分布的一种，其均值为 0，方差为 1。可以证明，对于正态分布随机变量 X 来说，观察值落入区间 $[\mu-2\sigma, \mu+2\sigma]$ 的概率大致为 95%。因此，对于标准正态分布随机变量 X 来说，观察值落入区间 $[-2, 2]$ 的概率也大致是 95%。标准正态分布随机变量落入指定区间的概率见附录表 A-1。

图 2-1 给出了两个正态分布随机变量 X 和 Y 的概率密度函数曲线。值得注意的是，这两个概率密度函数均是钟形的，并且关于中心点对称。在此例子中，中心点为 0。这个中心点就是随机变量的均值。但是这两个随机变量的方差不同：随机变量 X 的方差为 1，而随机变量 Y 的方差为 2。因此， X 是标准正态分布随机变量。

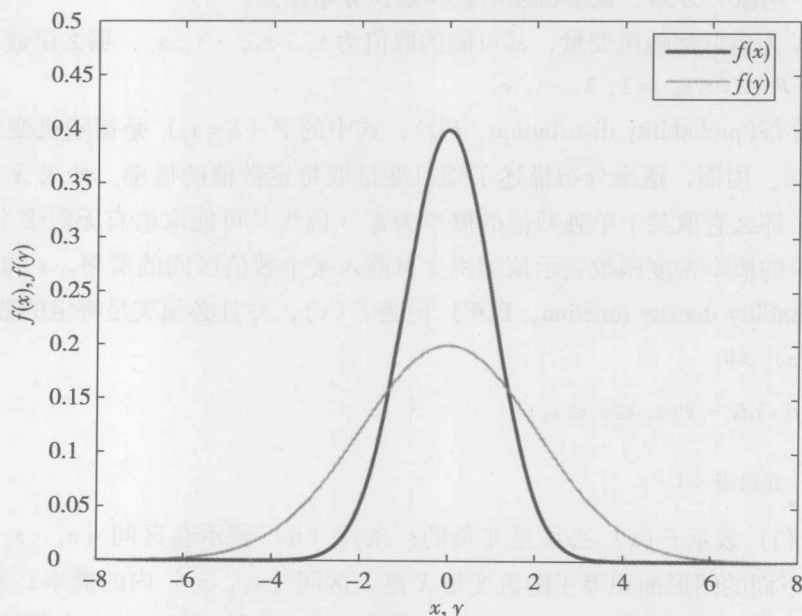


图 2-1 正态分布

随机变量 X 的累积分布函数 (cumulative distribution function, CDF) 描述了随机变量 X 取值小于或等于某特定值 x 的概率，

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (2.7)$$

图 2-2 给出了一个标准正态分布随机变量的累积分布函数曲线。

正态分布广泛应用于金融和其他领域中对随机变量的拟合。在金融领域中，一般我们并不知道相关随机变量真实概率密度函数的确切形式，即总体 (population) 的概率密度函数。在许多情况下，正态分布的概率密度函数会提供一个很好的近似。但有些时候，这种近似也可能不太合适。例如，样本数据的分析可能表明其概率密度函数不仅有比正态分布概率密度函数更厚的尾部（意味着其极端值的概率比正态分布的更高），而且是偏斜的（概率密度函数是非对称的）。

在包括金融在内的诸多不同领域中，学生 t 分布经常被用来替代标准正态分布，