1+1 大课堂

Da Ketang

高中数学

三年级

全一册

侯宝力 主编

东北师范大学出版社

1+1 大课堂

Da Ketang

高中数学

三年级

全一册

侯宝力 主编

东北师范大学出版社
长春

□主　　编:侯宝力
□副 主 编:白　洁
□编　　者:白　洁　赵国云　赵　蕊　刘成伟　冯树军　韩雪山
吕明东　张德忠　侯宝力　钟　红　王昌印　姚　明
张月柱

图书在版编目(CIP)数据

1+1大课堂．高中数学．三年级/侯宝力主编．
长春:东北师范大学出版社,2002.7
ISBN 7-5602-3055-5

Ⅰ.1... Ⅱ.侯... Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第052030号

□出 版 人:贾国祥　□总策划:第三编辑室
□责任编辑:刘忠谊　□封 面 设 计:魏国强
□责任校对:姜　虹　□责 任 印 制:张文霞

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街138号(130024)
电话:0431—5695744　5688470
传真:0431—5695744　5695734
网址:http://www.nnup.com
电子函件:sdcbs@mail.jl.cn
东北师范大学出版社激光照排中心制版
长春第二新华印刷有限责任公司印刷
2002年7月第1版　2002年7月第1次印刷
开本:787mm×1092mm 1/16　印张:9　字数:200千
印数:00 001 — 8 000册

定价:9.90元

目　录

第一章 概率与统计

一 离散型随机变量的分布列

★知识链接

用随机变量描述随机现象是近代概率论中最重要的方法，是我们学习统计的基础.

知识要点如下：

1. 了解随机变量、离散型随机变量、连续型随机变量的意义.

2. 会求出某些简单的离散型随机变量的分布列.

3. 会应用随机变量的分布列的性质求随机变量取某个值的概率，会求随机变量在某一范围内取值的概率.

4. 理解随机变量 ξ 服从二项分布的意义.

★学法扫描

1. 怎样正确理解随机变量？

在现实生活中，我们会遇到许多变量，比如：15s 内通过某道口的汽车辆数；多次投掷一枚硬币时出现的正面数等，只取离散的数值；某种电子设备的寿命、长春市四月份的平均气温等，取值充满了某个区间. 这些变量有一个共同的特点，就是在多次观察这些量时，每个量取值不同，但取这些值的频率却都会呈现出一种稳定的趋势. 这一特点表明，我们所见到的这些量不同于在以前数学课上所学过的量. 它们中的每个量不仅可以取不同的数值，且取这些数值的概率还是确定的. 这是随机变量的本质特点. 随机变量概念的引入，使我们能更好地借助数学工具研究和处理随机现象.

2. 怎样正确理解随机变量 ξ 的分布列？

对于随机变量，要掌握它的变化规律，最重要的是两点：第一，它取哪些值；第二，它以怎样的概率取这些值. 离散型随机变量的分布列回答了这个问题. 随机变量表格中的第一行元素记 ξ 的可能值，第二行元素是取该值时的概率. 以后，说给定一个离散型随机变量，就意味着它的分布列是已知的.

3. 根据概率知识，对于一个随机变量 ξ 的分布列的第二行元素 P_i 必须满足以下两个条件：

(1) $P_i \geqslant 0$；$(i=1,2\cdots\cdots)$；　　(2) $P_1+P_2+\cdots\cdots=1$.

4. 随机变量在某个范围内取值的概率等于它取这个范围内各值的概率之和.

5. 随机变量 ξ 服从二项分布，在一次随机试验中对某事件 A 只有两个基本的可能结果，发生或不发生. 发生的概率是 p，不发生的概率是 $q=(1-p)$. 若将这个随机试验独立重复进行 n 次，在这 n 次试验中事件 A 可能发生 $0,1,2\cdots n$ 次，记 ξ 为 n 次试验中 A 发生的次数，则

$P(\xi=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$，$k=0,1,2\cdots n$. 写成分布列的形式：

ξ	0	1	…	k	…	n
P	$C_n^0 p^0 q^n$	$C_n^1 p^1 q^{n-1}$	…	$C_n^k p^k q^{n-k}$	…	$C_n^n p^n q^0$

上面的分布就是参数为 (n,p) 的二项分布，或简称 ξ 服从二项分布，记为 $\xi\sim B(n,p)$，并记 $C_n^k p^k q^{n-k}=b$

★例题引路

例 1　下表(　　)可以作为离散型随机变量的分布列.

A.

ξ_1	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

B.

ξ_2	0	1	2
P	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$

C.

ξ_3	0	1	2
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

D.

ξ_4	1	2	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

答 A

解 对于B,由于$P(0)=-\frac{1}{4}<0$,不符合离散型随机变量概率分布的性质;

对于C,由于$P(0)+P(1)+P(2)=\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=\frac{6}{5}>1$,也不符合离散型随机变量的性质;

对于D,随机变量ξ_4的取值$x_1=x_3=1$,不符合随机变量的意义;

对于A,完全符合离散型随机变量的要求,故选A.

例2 设ξ的概率分布为:

$P(\xi=i)=P_i=\frac{C}{2+i}$,$i=0,1$,求$C$的值及下列概率:

$P(\xi=0)$,$P(\xi\leqslant 0)$,$P(\xi\leqslant 0.5)$,$P(\xi\leqslant 1)$,$P(\xi\leqslant 2)$.

解 由ξ的分布列的性质知:$P_0+P_1=1$,$\therefore \frac{C}{2+0}+\frac{C}{2+1}=1$,$\therefore C=\frac{6}{5}$.

$P_0=P(\xi=0)=\frac{C}{2}=\frac{3}{5}$,$P_1=P(\xi=1)=\frac{C}{3}=\frac{2}{5}$.为计算事件“$\xi\leqslant 0$”的概率,注意到$(\xi\leqslant 0)=(\xi=0)\cup(\xi<0)$,但$\xi$只能取0,1两个值,因而取其他值的概率均为0,所以$P(\xi\leqslant 0)=P(\xi=0)+P(\xi<0)=\frac{3}{5}+0=\frac{3}{5}$;

$P(\xi\leqslant 0.5)=P(\xi<0)+P(\xi=0)+P(0<\xi\leqslant 0.5)=0+\frac{3}{5}+0=\frac{3}{5}$;

$P(\xi\leqslant 1)=P(\xi<0)+P(\xi=0)+P(0<\xi<1)+P(\xi=1)=0+\frac{3}{5}+0+\frac{2}{5}=1$.

$P(\xi\leqslant 2)=P(\xi\leqslant 1)+P(1<\xi\leqslant 2)=1+0=1$.

小结,由上例可知,当ξ的概率分布已知时,对任何实数x,事件$(\xi\leqslant x)$的概率均可算出.这表明$(\xi\leqslant x)$的概率$P(\xi\leqslant x)$是x的函数,我们记$F(x)=P(\xi\leqslant x)$,称为随机变量ξ的分布函数.

对于任意实数$x_1,x_2(x_1<x_2)$,有$P(x_1<\xi\leqslant x_2)=P(\xi\leqslant x_2)-P(\xi\leqslant x_1)=F(x_2)-F(x_1)$.因此,若已知$\xi$的分布函数,则$\xi$取值于任一区间$(x_1,x_2)$的概率立即可以算出.在这个意义上说,分布函数完整地描述了随机变量取值的概率规律性.

例3 从一批产品中,抽取出一件进行质量检查,或者抽出正品,或者抽出次品.假定抽出正品的概率为0.9,抽出次品的概率为0.1,记ξ为抽得正品数,写出ξ的分布列.

解 抽取一件产品进行检查,正品数只能取0,1两个数值.$\xi=0$意味着抽得次品;$\xi=1$意味着抽得正品,然而$P(\xi=0)=0.1$,$P(\xi=1)=0.9$,所以ξ的分布列为:

ξ	0	1
P	0.1	0.9

例 4　从一批产品中，有放回地抽取两件进行质量检查．假定这批产品的正品率为 p，次品率为 $q(p+q=1)$，记 ξ 为所抽出的两件产品中的正品数，写出 ξ 的分布列与分布函数．

解　事件$(\xi=0)$＝“两件全为次品”；

事件$(\xi=1)$＝“两件为一件正品，一件次品”；

事件$(\xi=2)$＝“两件全为正品”．

为了求出上述三个事件的概率，记 ξ_1＝“第一件中正品数”，ξ_2＝“第二件中正品数”，从而$(\xi=0)=(\xi_1=0)\cap(\xi_2=0)$．

由于是有放回地取样，因而$(\xi_1=0)$（第一件为次品）与$(\xi_2=0)$（第二件为次品）是相互独立的，

$P(\xi=0)=P[(\xi_1=0)\cap(\xi_2=0)]=P(\xi_1=0)\cdot P(\xi_2=0)=q\cdot q=q^2$．

类似地，$(\xi=2)=(\xi_1=1)\cap(\xi_2=1)$，$P(\xi=2)=P(\xi_1=1)\cdot P(\xi_2=1)=p\cdot p=p^2$．

最后，$(\xi=1)=[(\xi_1=1)\cap(\xi_2=0)]\cup[(\xi_1=0)\cap(\xi_2=1)]$，且右端两个方括号中的事件是互斥的，用加法公式．

$P(\xi=1)=P[(\xi_1=1)\cup(\xi_2=0)]+P[(\xi_1=0)\cup(\xi_2=1)]=P(\xi_1=1)\cdot P(\xi_2=0)+P(\xi_1=0)\cdot P(\xi_2=1)=p\cdot q+q\cdot p=2pq$．

所以，ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2
P	q^2	$2pq$	p^2

小结：在上面这个例子中，$\xi=\xi_1+\xi_2$，用语言表述这个式子就是，任取两件产品中的正品数等于所取出的第一件中的正品数与所取出的第二件中的正品数之和．

将一个随机变量写成多个随机变量之和（如果可能的话），是很有用的一种技巧．在今后的学习中我们会看到这种技巧所发挥的巨大作用．

例 5　设每次射击的命中率为 0.001，求事件“在 5000 次独立射击中命中两次以上”的概率．

解　向一个目标射击可看做进行一次随机试验，它有两个基本的可能结果：“命中”、“未命中”．用 ξ 表示 5000 次射击中命中次数，则 $P(\xi=0)=(0.999)^{5000}\doteq 0.0067$；

$P(\xi=1)=C_{5000}^{1}\times 0.001\times(0.999)^{5000-1}\doteq 0.0336$；

于是 $P(\xi\geqslant 2)=1-P(\xi=0)-P(\xi=1)\doteq 0.9597$．

计算结果表明，尽管每次射击时命中率很低，但在多次射击中，例如射击 5000 次，命中两次以上的概率约等于 0.9597，很接近 1，实际上可以认为射击 5000 次总能命中．

例 6　设产品的次品率是 0.005，求在任意的10000件产品中有 40 件次品的概率．

解　用 ξ 表示 10000 件产品中出现的次品数则 ξ 服从二项分布，所以有 40 件次品的概率为：

$P(\xi=40)=C_{10000}^{40}\cdot(0.005)^{40}\cdot(0.995)^{9960}$．

例 7　若离散型随机变量 ξ 的分布列为：

ξ	1	2	3
P	$\frac{1}{2}$	α	β

且 $P(1\leqslant\xi\leqslant 2)=\frac{3}{4}$，问 $\alpha=?$，$\beta=?$

解　由 $1=\frac{1}{2}+\alpha+\beta$ 知 $\alpha+\beta=\frac{1}{2}$，而 $P(1\leqslant\xi\leqslant 2)=\frac{1}{2}+\alpha=\frac{3}{4}$ $\therefore\alpha=\frac{1}{4}$，$\therefore\beta=\frac{1}{4}$．

例 8　若 ξ 的分布列为：

ξ	-2	-1	0	1	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

求(1)$\eta_1=3\xi+1$ 的分布列．(2)$\eta_2=\xi^2$ 的分布列．

解　ξ 是一个离散型随机变量，它的可能值只有 5 个，因而 η_1,η_2 也都是离散型随机变量．

为求 η_1 的分布列，首先要知道 η_1 能取些什么数值．当 $\xi=-2$ 时，$\eta_1=3(-2)+1=-5$；当 $\xi=-1$ 时，$\eta_1=3(-1)+1=-2$，……，因此 η_1 的可能值为$-5,-2,1,4,10$，进而，我们求 η_1 取这些值的概率．

$P(\eta_1=-5)=P(3\xi+1=-5)=P(\xi=-2)=\frac{1}{8}$,

$P(\eta_1=-2)=P(3\xi+1=-2)=P(\xi=-1)=\frac{2}{8}$,…

$P(\eta_1=10)=P(3\xi+1=10)=P(\xi=3)=\frac{1}{8}$.

所以,η_1 的分布列为:

ξ	-5	-2	1	4	10
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

下面,求 η_2 的分布列:

由于 $\xi=\pm1$ 时,η_2 均等1,因此 η_2 只有4个可能值:0,1,4,9.

η_2 取这些值的概率:

$P(\eta_2=0)=P(\xi^2=0)=P(\xi=0)=\frac{1}{8}$;$P(\eta_2=1)=P(\xi^2=1)=P(\xi=1)+P(\xi=-1)=\frac{5}{8}$;

$P(\eta_3=4)=P(\xi^2=4)=P(\xi=-2)=\frac{1}{8}$;$P(\eta_4=9)=P(\xi^2=9)=P(\xi=3)=\frac{1}{8}$.

所以,η_2 的分布列为:

ξ	0	1	4	9
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

由此例可以看出,求离散型随机变量函数的分布,比较容易着手.首先,看 $\eta=f(\xi)$ 可能取些什么值,而后求 η 取这些值的概率即得. 考虑关于 η 的某个事件的概率,利用 $\eta=f(\xi)$ 转化成关于 ξ 的某个事件的概率,尔后利用 ξ 的分布立即求出.

★分层体验

基　本　题

1. 下列各表不是离散型随机变量分布列的是(　　).

A.

ξ	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

B.

ξ	5
P	1

C.

ξ	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

D.

ξ	-2	0	1
P	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$

2. 随机变量 ξ 所有可能值的集合$\{-1,0,2,4\}$,且 $P(\xi=-1)=\frac{1}{4}$,$P(\xi=2)=\frac{1}{2}$,$P(\xi=4)=\frac{1}{12}$,则 $P(\xi=0)$ 的值为(　　).

A. 0　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{18}$

3. 抛掷2颗骰子,所得点数之和记为 ξ,那么 $\xi=4$ 表示的随机试验结果是(　　).

A. 2颗都是4点　　B. 1颗是1点,另1颗是3点

C. 2颗都是2点　　D. 1颗是1点,另1颗是3点,或2颗都是2点

4. .设 ξ 是1个离散型随机变量,则下列不能够成为 ξ 的概率分布的1组数是(　　).

A. 0,0,0,1,0　　B. 0.1,0.2,0.3,0.4

C. $P,1-P$(其中 P 是实数)　　D. $\frac{1}{1\cdot2},\frac{1}{2\cdot3},\cdots,\frac{1}{(n-1)\cdot n}$(其中 n 是正整数)

5. 如果 ξ 是1个离散型随机变量,那么下列命题中假命题是(　　).

A. ξ 取每个可能值的概率是非负实数

B. ξ 取所有可能值的概率之和为1

C. ξ 取某2个可能值的概率等于分别取其中每个值的概率之和

D. ξ 在某一范围内取值的概率大于它取这个范围内各个值的概率之和

6. 设某项试验的成功率是失败率的 2 倍,用随机变量 ξ 描述 1 次试验的成功次数,则 $P(\xi=0)=($ $)$.

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

7. 随机变量 ξ_1 是某城市 1 天之中发生的火警次数;随机变量 ξ_2 是某城市 1 天之内的温度;随机变量 ξ_3 是某火车站 1 h 内的旅客流动人数. 这 3 个随机变量中连续型随机变量是(　　).

A. 只有 ξ_1 和 ξ_2　　B. 只有 ξ_2　　C. 只有 ξ_2 和 ξ_3　　D. 只有 ξ_3

8. 命题 P:离散型随机变量只能取有限个值;命题 q:只能取有限个值的随机变量是离散型随机变量;命题 r:连续型随机变量可以取某一区间内的一切值;命题 S:可以取某一区间内的一切值的随机变量是连续型随机变量. 这 4 个命题中真命题的个数是(　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

9. 若 $\xi \sim B(5,0.1)$,那么 $P(\xi \leqslant 2)=($ $)$.

A. 0.0729　　B. 0.00856　　C. 0.91854　　D. 0.99144

10. 如果 $\xi \sim B(n,p)$,其中 $0<p<1$,那么使 $P(\xi=k)$ 取最大值的 k 值(　　).

A. 有且只有 1 个　　B. 有且只有 2 个

C. 不一定有　　D. 当 $(n+1)p$ 为正整数时有 2 个

11. 已知连续型随机变量 ξ 的概率密度函数为

$$P(x)=\begin{cases}0, x<a\\ A, a\leqslant x\leqslant b,\text{其中常数 } A>0,\text{则 } A \text{ 的值为}(\quad).\\ 0, x>0\end{cases}$$

A. 1　　B. b　　C. $\frac{1}{b-a}$　　D. $b-a$

12. 已知连续型随机变量 ξ 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}0,(x<1)\\ \frac{1}{5},(-1\leqslant x\leqslant 4),\text{则 } P(\xi=3) \text{ 的值为}(\quad).\\ 0,(x>4)\end{cases}$$

A. $\frac{1}{5}$　　B. 0　　C. 3　　D. 不确定

13. 将一枚硬币抛掷 6 次,设 ξ 表示正面向上的次数与反面向上的次数之差,则 ξ 的所有可能值为__________.

14. 随机变量 ξ 满足 $P(\xi=m)=\frac{k}{m-4}, m=1,2,3$,则 $k=$__________.

15. 设随机变量的分布列为 $P(\xi=k)=\frac{k}{10}, k=1,2,3,4$,则有 $P(\frac{1}{2}\leqslant\xi\leqslant\frac{5}{2})=$__________.

16. 设随机变量 ξ 的概率分布为 $P(\xi=k)=\frac{C}{k+1}, k=0,1,2,3$,则 $C=$__________.

17. 某处有供水龙头 5 个,调查表明每个水龙头被打开的可能为 $\frac{1}{10}$,随机变量 ξ 表示同时打开水龙头的个数,则 $P(\xi=3)=$__________.

18. 若随机变量 ξ 的概率密度函数 $f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ x+a, & 1\leqslant x\leqslant 2\\ 0. & x>2\end{cases}$,当 $x\in(-\infty,+\infty)$ 时,$f(x)\geqslant 0$,那么常数 $a=$__________.

19. 若随机变量 ξ 的概率密度函数

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \sqrt{\frac{2}{\pi}}-\left(x-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^2, & 0\leqslant x\leqslant 2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\\ 0, & x>2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\end{cases},\text{则 } P\left(0<\xi<\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.$$

20. 抛掷两颗骰子,所得点数之和ξ是一个随机变量,求$P(\xi\leqslant4)$.

21. 将一枚硬币扔三次,记ξ为三次中出现正面的次数,求(1)ξ的概率分布,(2)$P(\xi\leqslant1)$,(3)$P(0<\xi<3)$.

22. 若ξ的分布列如下:

ξ	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

,求$\eta=\xi^2$的分布列.

提 高 题

1. 设ξ的概率分布为:

ξ	1	2	$3\cdots$	$\cdots i\cdots$	$\cdots n\cdots$
$P(\xi=k)$	$\frac{C}{2^1}$	$\frac{C}{2^2}$	$\frac{C}{2^3}\cdots$	$\cdots\frac{C}{2^i}\cdots$	$\cdots\frac{C}{2^n}\cdots$

求C的值,并计算$P(1\leqslant\xi<3)$,$P(\xi>1)$.

2. 假定有$n=5$个工人独立地工作,假定每个工人在1 h内平均有12min需要电力,(1)求在同一时刻有3个工人需要电力的概率,(2)如果最多只能供应3个工人需要的电力,求超负荷的概率?

3. 写出下列离散型随机变量分布列,并指出其中服从二项分布的是哪些?

(1)ξ_1表示重复抛掷1枚骰子n次中出现点数是3的倍数的次数;

(2)ξ_2表示连续抛掷2枚骰子,所得的2个骰子的点数之和;

(3)ξ_3表示1个击中目标的概率为0.9的射手从开始射击到第1次击中目标所需要的射击次数;

(4)有1批产品共有N件,其中次品有M件$(N>M>0)$,采用有放回抽取方法抽取n次$(n>N)$,这n次抽取中抽出的次品件数为ξ_4;

(5)有1批产品共有N件,其中M件为次品,采用不放回抽取方法,这n次抽取中出现次品的件数为ξ_5 $(N-M>n>0)$.

4. a取何值时,$P(\xi=k)=a\left(\frac{2}{3}\right)^k$,$k=1,2,\cdots$才能成为随机变量$\xi$的分布列?

5. 现有一大批种子,其中优质种占30%,从中任取8粒,记ξ为8粒中的优质种粒数,求ξ的分布列?

6. 对某目标进行独立射击,每次射中的概率为p,直到射中为止,求(1)射击次数ξ的分布列;(2)脱靶次数η的分布列.

7. 一批零件中有10个合格品,3个次品. 安装机器时,从这批零件中任取1个,取到合格品才能安装;若取出的是次品,则不再放回,求在取得合格品前已取出的次品数ξ的分布列.

8. 1盒中有4个球,球上分别标有号码0,1,1,2,从盒中有返回地抽取2个球,设ξ为被观察到的球上的号码的乘积,求ξ的分布列.

9. 2名篮球队员轮流投篮,直到某人投中时为止. 如果第1名队员投中的概率为0.4,第2名队员投中的概率为0.6,求每名队员投篮次数的分布列.

10. 1暗箱中有3个黄球、3个绿球和4个红球. 从暗箱中随机取3个球. 假定取得1个黄球得1分,取得1个绿球扣1分,取得1个红球得0分,求所得分数的概率分布.

11. 进行某种试验,设试验成功的概率为$\frac{3}{4}$,失败的概率为$\frac{1}{4}$,以ξ表示试验首次成功所需试验的次数,试写出ξ的分布列,并计算ξ取偶数的概率.

12. 在1辆汽车通过的路上,顺次有4盏红绿信号灯. 若每盏灯各以0.5的概率允许或禁止车辆往前通行,求该汽车停止前进时通过的信号灯数的分布列.

13. 从装有黑、白、红球各1个的袋中任意摸球,每次摸后都把球放回袋中,直到3种颜色的球都至少摸到1次为止,求这时恰摸了$n(n\geqslant3)$次的概率.

14. 设随机变量ξ与η的分布列分别为$P(\xi=k)=C_2^kp^k(1-p)^{2-k}$,$k=0,1,2$;$P(\eta=m)=C_4^mp^m(1-p)^{4-m}$,$m=0,1,2,3,4$. 已知$P(\xi\geqslant1)=\frac{4}{9}$,求$P(\eta\geqslant1)$.

15. 设随机变量ξ服从二项分布,其概率分布为$P(\xi=k)=C_n^kp^k(1-p)^{n-k}$,$k=1,2,3,\cdots,n$. 问$k$为何值时,能

使 $P(\xi=k)$ 为最大？

▾**16.** A 市长途电话局有 1 台电话总机，其中有 5 个分机专供与 B 市通话，设每个分机在 1 h 内平均占线 20 min，并且各分机占线相互独立，问 A,B 两市设置几条线路才能使每个分机与 B 市通话时的畅通率不小于 0.95？

17. 设随机变量 ξ 所有可能值 1,2,3,4，且 $P(\xi=k)=ak(k=1,2,3,4)$，求：(1)常数 a 的值；(2)ξ 的分布列；(3)ξ 的分布函数 $F(x)=P(\xi\leqslant x)$.

★答案放映

基本题：1. D **2.** C **3.** D

4. 解：选 C. 因为对于 C，虽然 $P+1-P=1$，但不能保证对任意实数 P 和 $1-P$ 都是非负数(比如取 $P=-1$)，所以这组数不能够作为 ξ 的概率分布.

5. D

6. C 根据题设可知，“$\xi=0$”表示试验失败，“$\xi=1$”表示试验成功，又知试验的成功率是失败率的 2 倍，从而有 $P(\xi=1)=2P(\xi=0)$. 又由概率分布的性质有 $P(\xi=0)+P(\xi=1)=1$，$\therefore 3P(\xi=0)=1$，$\therefore P(\xi=0)=\frac{1}{3}$

7. B **8.** B

9. 解：选 D. $P(\xi\leqslant2)=P(\xi=0)+P(\xi=1)+P(\xi=2)=\sum\limits_{k=0}^{2}C_5^k\cdot(0.1)^k\cdot(0.9)^{5-k}=(0.9)^5+5\cdot(0.1)\cdot(0.9)^4+\frac{5\cdot4}{2}\cdot(0.1)^2\cdot(0.9)^3=0.59049+0.32805+0.0729=0.99144$.

10. 解：$\frac{P(\xi=k+1)}{P(\xi=k)}\geqslant1\Leftrightarrow\frac{C_n^{k+1}p^{k+1}q^{n-k-1}}{C_n^kp^kq^{n-k}}=\frac{(n-k)p}{(k+1)q}\geqslant1\Leftrightarrow(n-k)p\geqslant q(k+1)\Leftrightarrow k\leqslant(n+1)p-1$.

从而当 $(n+1)p$ 为正整数时，当 $k=(n+1)p-1$ 和 $k=(n+1)p$ 时，$P(\xi=k)$ 都取最大值，即使得 $P(\xi=k)$ 取最大值的 k 有 2 个，故选 D

11. 解：选 C. $P(-\infty<\xi<+\infty)=P(a\leqslant\xi\leqslant b)=A(b-a)$. 而 $P(-\infty<\xi<+\infty)=1$，所以 $A(b-a)=1$，从而 $A=\frac{1}{b-a}$.

12. 解：选 B. 对于连续型随机变量 ξ 而言，无论取什么样的实数 x，总有 $P(\xi=x)=0$，故选 B，在这里，虽然事件“$\xi=3$”的概率等于 0，但不能说事件“$\xi=3$”是不可能事件，也就是说：概率等于零的事件未必是不可能事件.

13. $(-6,-4,-2,0,2,4,6)$. **14.** $-\frac{6}{11}$.

15. 解：因为 $\frac{1}{2}\leqslant\xi\leqslant\frac{5}{2}$，实际上就是 $\xi=1$ 或 $\xi=2$，且两者互相独立，所以 $P\left(\frac{1}{2}\leqslant\xi\leqslant\frac{5}{2}\right)=P(\xi=1)+P(\xi=2)=\frac{1}{10}+\frac{2}{10}=\frac{3}{10}$.

16. 解：由概率分布列的性质，得 $P(\xi=0)+P(\xi=1)+P(\xi=2)+P(\xi=3)=1$.

即 $\frac{C}{0+1}+\frac{C}{1+1}+\frac{C}{2+1}+\frac{C}{3+1}=1$，$C=\frac{12}{25}$.

17. 解：对 5 个水龙头的处理可视为做 5 次试验，每次试验有 2 种可能结果：打开或未打开，相应的概率为 0.1 或 $1-0.1=0.9$，根据题意 $\xi\sim B(5,0.1)$，从而 $P(\xi=3)=C_5^3(0.1)^3(0.9)^2=0.0081$.

18. 解：根据概率密度函数的性质，得 $P(-\infty<\xi<+\infty)=1$，而 $P(-\infty<\xi<+\infty)=P(1\leqslant\xi\leqslant2)=\frac{1}{2}[f(1)+f(2)]\cdot1=\frac{1}{2}(1+a+2+a)=\frac{3+2a}{2}$，所以 $\frac{3+2a}{2}=1$，$a=-\frac{1}{2}$.

19. 解：令 $y=\sqrt{\frac{2}{\pi}-\left(x-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^2}$，$0\leqslant x\leqslant2\sqrt{\frac{2}{\pi}}$，则 $\left(x-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^2+y^2=\frac{2}{\pi}(y\geqslant0)$，从而当 $0\leqslant x\leqslant2\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ 时，$f(x)$ 是圆 $\left(x-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^2+y^2=\frac{2}{\pi}$ 的上半圆，所以 $P\left(0<\xi<\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)$ 是圆 $\left(x-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^2+y^2=\frac{2}{\pi}$ 上半圆面的一半，即 $P\left(0<\xi<\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)=\frac{1}{4}\pi\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^2=\frac{1}{2}$.

20. 解：相应的基本事件空间有 36 个基本事件，其中 $\xi=2$ 对应 $(1,1)$；$\xi=3$ 对应 $(1,2),(2,1)$；$\xi=4$ 对应 (1,

3),(2,2),(3,1)所以 $P(\xi\leqslant4)=P(\xi=2)+P(\xi=3)+P(\xi=4)=\frac{1}{36}+\frac{2}{36}+\frac{3}{36}=\frac{1}{6}$

21. 解:(1)

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

.

(2)$P(\xi\leqslant1)=P(\xi=0)+P(\xi=1)=\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}$.

(3)$P(0<\xi<3)=P(\xi=1)+P(\xi=2)=\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=0.75$.

22. η 的分布列为:

η	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

.

提高题:1. 解:由于 $\frac{C}{2^1}+\frac{C}{2^2}+\cdots+\frac{C}{2^k}+\cdots+\frac{C}{2^n}+\cdots=1$,而 $\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^n}\cdots=1$,$C=1$.

2. 解:设某个时刻需要电力的人数 ξ,依题意有,每个工人在某个时刻需要电力的概率为 $P=\frac{12}{60}=\frac{1}{5}$.

(1)在同一时刻有3个工人需要电力的概率为 $P(\xi=3)=C_5^3\left(\frac{1}{5}\right)^3\left(\frac{4}{5}\right)^2=0.0512$.

(2)超负荷的概率即在同一时刻有≥4个工人需要电力的概率为 $P(\xi\geqslant4)=C_5^4\left(\frac{1}{5}\right)^4\left(\frac{4}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}\right)^5=0.00672$.

3. 解:(1)ξ_1 的分布列为:

ξ_1	0	1	…	k	…	n
P	$C_n^0\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^n$	$C_n^1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$	…	$C_n^k\left(\frac{1}{3}\right)^k\left(\frac{2}{3}\right)^{n-k}$	…	$C_n^n\left(\frac{1}{3}\right)^n\left(\frac{2}{3}\right)^0$

ξ_1 服从二项分布,即 $\xi_1\sim B\left(n,\frac{1}{3}\right)$

(2)ξ_2 的分布列为:

ξ_2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

(3)ξ_3 的分布列为:

ξ_3	1	2	3	…	n	…
P	0.9	0.1×0.9	$0.1^2\times0.9$	…	$0.1^{n-1}\times0.9$	…

此类分布称为几何分布.

(4)ξ_4 的分布列为:

ξ_4	0	1	…	k	…	n
P	$C_n^0\left(\frac{M}{N}\right)^0\left(1-\frac{M}{N}\right)^n$	$C_n^1\left(\frac{M}{N}\right)\left(1-\frac{M}{N}\right)^{n-1}$	…	$C_n^k\left(\frac{M}{N}\right)^k\left(1-\frac{M}{N}\right)^{n-k}$	…	$C_n^n\left(\frac{M}{N}\right)^n\left(1-\frac{M}{N}\right)^0$

ξ_4 服从二项分布,即 $\xi_4\sim B\left(n,\frac{M}{N}\right)$.

(5)ξ_5 的分布列为:

ξ_5	0	1	…	k	…	n
P	$\frac{C_N^n\cdot C_{N-M}^n}{C_N^n}$	$\frac{C_M^1C_{N-M}^{n-1}}{C_N^n}$		$\frac{C_M^kC_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$		$\frac{C_M^n}{C_N^n}$

此类分布称为超几何分布.

4. 解：要使 $P(\xi=k)=a\left(\frac{2}{3}\right)^k, k=1,2,\cdots$，成为随机变量 ξ 的分布列，则须 $\sum_{k=1}^{\infty}a\left(\frac{2}{3}\right)^k=1$，依无穷递缩等比数列之和的公式，有 $a\cdot\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}=1$，所以 $a=\frac{1}{2}$.

又此时 $P(\xi=k)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^k\geqslant 0, k=1,2,\cdots$，所以，当 $a=\frac{1}{2}$ 时，$P(\xi=k)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^k, k=1,2,\cdots$，确实为随机变量 ξ 的分布列.

5. 解：由于种子的批量很大，从中任取 8 粒可视为 8 次独立重复实验，服从二项分布 $B(8,0.3)$，从而可得其分布列为：

ξ	0	1	2	$\cdots$	8
P	$C_8^0\left(\frac{7}{10}\right)^8\left(\frac{3}{10}\right)^0$	$C_8^1\left(\frac{7}{10}\right)^7\left(\frac{3}{10}\right)$	$C_8^2\left(\frac{7}{10}\right)^6\left(\frac{3}{10}\right)^2$	$\cdots$	$C_8^8\left(\frac{7}{10}\right)^0\left(\frac{3}{10}\right)^8$

6. 解：(1)依题意，射击命中可能发生在第一次，第二次，…，第 k 次，…，所以 ξ 所有可能的取值为 $1,2,\cdots,k,\cdots$，并且有 $P(\xi=k)=(1-p)^{(k-1)}p, k=1,2,\cdots$，因此 ξ 的分布列为：

ξ	1	2	3	4	$\cdots$	k	$\cdots$
P	p	$(1-p)p$	$(1-p)^2p$	$(1-p)^3p$	$\cdots$	$(1-p)^{k-1}p$	$\cdots$

(2)在射击时，可能没有脱靶，也可能脱靶 1 次，2 次，…，所以 η 的所有可能的取值为 $0,1,2,\cdots,k,\cdots$，并且有 $P(\eta=k)=(1-p)^kp, k=0,1,2,\cdots$，因此 η 的分布列为：

η	0	1	2	$\cdots$	k	$\cdots$
P	p	$(1-p)p$	$(1-p)^2p$	$\cdots$	$(1-p)^kp$	$\cdots$

7. 解：由于随机变量 ξ 表示取得合格品前已取出的次品数，则 ξ 可能的取值为 0,1,2,3. 因此，$P(\xi=0)=\frac{10}{13}$，$P(\xi=1)=\frac{3}{13}\times\frac{10}{12}=\frac{5}{26}$，$P(\xi=2)=\frac{3}{13}\times\frac{2}{12}\times\frac{10}{11}=\frac{5}{143}$，$P(\xi=3)=\frac{3}{13}\times\frac{2}{12}\times\frac{1}{11}\times\frac{10}{10}=\frac{1}{286}$

所以 ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{10}{13}$	$\frac{5}{26}$	$\frac{5}{143}$	$\frac{1}{286}$

8. 解：设 ξ_1 为抽取的第 1 个球上的号码，η 为抽取的第 2 个球上的号码，则 $\xi=\xi_1\eta$，ξ 的可能值为 0,1,2,4.

$P(\xi=0)=P(\xi_1=0\text{ 或 }\eta=0)=P(\xi_1=0)+P(\eta=0)-P(\xi_1=0)\cdot P(\eta=0)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{7}{16}$.

$P(\xi=1)=P(\xi_1=1,\eta=1)=P(\xi_1=1)\cdot P(\eta=1)=\frac{1}{4}$.

$P(\xi=2)=P(\xi_1=1,\eta=2)+P(\xi_1=2,\eta=1)=P(\xi_1=1)\cdot P(\eta=2)+P(\xi_1=2)\cdot P(\eta=1)=\frac{2}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{4}$. $P(\xi=4)=P(\xi=2,\eta=2)=P(\xi=2)\cdot P(\eta=2)=\frac{1}{16}$. 因此 ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	4
P	$\frac{7}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

9. 解：第一名队员投篮次数 ξ 的分布列为：

ξ	1	2	3	…	k	…
P	$0.4+0.6^2$	$0.4^2\cdot0.6+0.4\cdot0.6^3$	$0.4^3\cdot0.6^2+0.4^2\cdot0.6^4$	…	$0.4^k\cdot0.6^{k-1}+0.4^{k-1}\cdot0.6^{k+1}$	…

第二名队员投篮次数 η 的分布列为：

η	0	1	…	k	…
P	0.4	$0.6^2+0.6\cdot0.4^2$	…	$0.6^{k+1}\cdot0.4^{k-1}+0.6^k\cdot0.4^{k+1}$	…

10. 解:用随机变量 ξ 表示所得分数,则 ξ 的取值有下列 7 个:0,1,-1,2,-2,3,-3,并且有 $P(\xi=0)=\frac{C_4^3+C_3^1C_3^1C_4^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{3}$,$P(\xi=1)=P(\xi=-1)=\frac{C_3^2C_3^1+C_4^2C_3^1}{C_{10}^3}=\frac{9}{40}$;

$P(\xi=2)=P(\xi=-2)=\frac{C_3^2C_4^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{10}$;$P(\xi=3)=P(\xi=-3)=\frac{C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{120}$.

因此所求的概率分布列为：

ξ	-3	-2	-1	0	1	2	3
P	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{9}{40}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{9}{40}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{120}$

11. 解:随机变量 ξ 的取值是 $1,2,3,\cdots,k,\cdots$,并且有 $P(\xi=1)=\frac{3}{4}$;$P(\xi=2)=\frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)$;$P(\xi=3)=\frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^2$;$P(\xi=4)=\frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^3$;…;$P(\xi=k)=\frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{k-1}\cdots$

从而 ξ 的分布列为：

ξ	1	2	3	…	k	…
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2$	…	$\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{k-1}$	…

ξ 取偶数的概率为 $P=\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{4}\right)^3+\cdots+\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{4}\right)^{2n-1}+\cdots=\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4^3}+\cdots+\frac{1}{4^{2n-1}}+\cdots\right)=\frac{3}{4}\times\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{16}}=\frac{1}{5}$.

12. 解:用随机变量 ξ 表示该汽车停止前进时通过的信号灯数,则 ξ 的所有可能取值为 0,1,2,3,4.当 $\xi=0$ 时,表示汽车在通过第 1 盏灯之前即停止了,所以 $P(\xi=0)=\frac{1}{2}$;当 $\xi=1$ 时,表示汽车通过第 1 盏灯,而未通过第 2 盏灯,所以有 $P(\xi=1)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$;当 $\xi=2$ 时,表示汽车通过第 1,2 盏灯,而未通过第 3 盏灯,所以有 $P(\xi=2)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$,同理,$P(\xi=3)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$;$P(\xi=4)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{32}$.

因此 ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$

13. 解:设 3 种颜色的球都至少摸到 1 次的摸球次数为 ξ,题目即要求 $P(\xi=n)$,而事件 $\xi\geqslant n$ 表示为 3 种颜色

的球都摸到至少 n 次，或者摸了 $n-1$ 次至少有 1 种颜色的球没摸到，第 n 次才摸到．现在以 A_1,A_2,A_3 分别表示事件摸了 $n-1$ 次都没有摸到黑、白、红球，再摸 1 次肯定会是黑、白、红球，于是 $P(\xi\geqslant n)=P\{A_1\cup A_2\cup A_3\}$，由于每次摸不到黑球的概率是 $\frac{2}{3}$，所以 $P(A_1)=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$，同理，$P(A_2)=P(A_3)=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$，又 $P(A_1A_2)=P(A_2A_3)=P(A_1A_3)=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$，$P(A_1A_2A_3)=0$，这样，就有 $P(\xi\geqslant n)=P(A_1\cup A_2\cup A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-P(A_1A_2)-P(A_2A_3)-P(A_1A_3)+P(A_1A_2A_3)=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}+\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}+\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}-\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}-\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}-\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}+0=\frac{2^{n-1}-1}{3^{n-2}}$，$n\geqslant 3$.

由此可知 $P(\xi=n)=P(\xi\geqslant n)-P(\xi\geqslant n+1)=\frac{2^{n-1}-1}{3^{n-2}}-\frac{2^n-1}{3^{n-1}}=\frac{2}{3^{n-1}}(2^{n-2}-1)$，$n\geqslant 3$.

14. 解：$P(\xi\geqslant 1)=1-P(\xi<1)=1-P(\xi=0)=1-(1-p)^2$；而 $P(\xi\geqslant 1)=\frac{4}{9}$，所以 $1-(1-p)^2=\frac{4}{9}$，故 $p=\frac{1}{3}$，于是 $P(\eta\geqslant 1)=1-P(\eta<1)=1-P(\eta=0)=1-(1-p)^4=1-\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{65}{81}$.

15. 解：因为对 $0<p<1$，有 $\frac{C_n^kp^k(1-p)^{n-k}}{C_n^{k-1}p^{k-1}(1-p)^{n-k+1}}=\frac{(n-k+1)p}{k(1-p)}=1+\frac{(n+1)p-k}{k(1-p)}$. 当 $k<(n+1)p$ 时，$C_n^kp^k(1-p)^{n-k}>C_n^{k-1}p^{k-1}(1-p)^{n-k+1}$；当 $k=(n+1)p$ 时，$C_n^kp^k(1-p)^{n-k}=C_n^{k-1}p^{k-1}(1-p)^{n-k+1}$；当 $k>(n+1)p$ 时，$C_n^kp^k(1-p)^{n-k}<C_n^{k-1}p^{k-1}(1-p)^{n-k+1}$. 所以，如果 $(n+1)p$ 是整数，那么当 $k=(n+1)p-1$ 或 $(n+1)p$ 时，$P(\xi=k)$ 最大；如果 $(n+1)p$ 不是整数，那么当 $k=(n+1)p$ 的整数部分时，$P(\xi=k)$ 最大.

16. 解：设随机变量 ξ 为任一时刻占线的分机数目，由题意知，每个分机在任一时刻占线的概率为 $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$，且 5 个分机占线相互独立，因此 ξ 服从二项分布，即 $\xi\sim B\left(5,\frac{1}{3}\right)$，故 $P(\xi=k)=C_5^k\left(\frac{1}{3}\right)^k\left(\frac{2}{3}\right)^{5-k}$，$k=0,1,2,\cdots$

设两市间共架设 $3m$ 条线路，因此只要不超过 m 个分机同时使用，就可保证通话通畅，即当 $P(\xi\leqslant m)\geqslant 0.95$ 时，才能保证畅通率不小于 0.95，而 $P(\xi\leqslant 3)=1-P(\xi=4)-P(\xi=5)=1-C_5^4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)-C_5^5\left(\frac{1}{3}\right)^5=0.955>0.95$，且 $P(\xi\leqslant 2)=P(\xi\leqslant 3)-P(\xi=3)=0.955-C_5^3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2<0.95$，因此，至少要设置 3 条线路才能保证畅通率不小于 0.95.

17. 解：(1)由随机变量的分布列的性质得 $P(\xi=1)+P(\xi=2)+P(\xi=3)+P(\xi=4)=1$，即 $a+2a+3a+4a=1$，$\therefore a=\frac{1}{10}$.

(2)由于 $a=\frac{1}{10}$，所以 $P(\xi=k)=\frac{k}{10}(k=1,2,3,4)$，从而 ξ 的分布列为：

ξ	1	2	3	4
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$

(3)由分布函数的定义 $F(x)=P(\xi\leqslant x)$，当 $x<1$ 时，$F(x)=P(\xi\leqslant x)=0$；

当 $1\leqslant x<2$ 时，$F(x)=P(\xi\leqslant x)=P(\xi=1)=\frac{1}{10}$；当 $2\leqslant x<3$ 时，$F(x)=P(\xi\leqslant x)=P(\xi=1)+P(\xi=2)=\frac{3}{10}$；

当 $3\leqslant x<4$ 时，$F(x)=P(\xi\leqslant x)=P(\xi=1)+P(\xi=2)+P(\xi=3)=\frac{1}{10}+\frac{1}{5}+\frac{3}{10}=\frac{3}{5}$；

当 $x\geqslant 4$ 时，$F(x)=P(\xi\leqslant x)=1$，从而可知 ξ 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0 & \text{当} -\infty<x<1,\\ \frac{1}{10} & \text{当 } 1\leqslant x<2,\\ \frac{3}{10} & \text{当 } 2\leqslant x<3,\\ \frac{3}{5} & \text{当 } 3\leqslant x<4,\\ 1 & \text{当 } x\geqslant 4\end{cases}$.