信号流图与电子学

宋长利 编著

科学出版社

第一章　流图基础

流图即信号流图。它是用来表示线性方程组的图形,是点、线连接的有向图,图中的每一个节点对应着线性方程组的某一个变量或常量,图中的边对应着相应的系数。方程组的代数变换与图的变换存在着对应的关系。因此系统中各变量的因果关系,通过流图直接显示出来。同时,由图的结构,又可以直接对系统进行求解。其求解步骤可简化为:

$$\boxed{\text{物理系统}} \longrightarrow \boxed{\text{流　图}} \longrightarrow \boxed{\text{解答}}$$

不言而喻,流图法提供了通过观察而获得物理系统解的规则,而不需要建立更为抽象的数学模型。

本章主要介绍流图的基本概念,基本定义,流图的做法、化简及运算等。最后通过实例说明其应用。

第一节　流图的有关定义及性质

我们知道,扩音机是用来放大音频信号的,是典型的放大器。设输入信号电压为 U_i,输出信号电压为 U_0,放大器的放大倍数为 A_u,则放大器可用方框图表示,如图 1—1 所示。则

$$U_i \longrightarrow \boxed{\text{放大器}(A_u)} \longrightarrow U_0$$

图 1—1　放大器方框图

$$U_0 = A_u \cdot U_i \qquad (1—1)$$

式(1—1)可用下列有向线段表示(如图 1—2)。图 1—2 就是式

$$U_i \xrightarrow[A_u]{} U_0$$

图 1—2　用有向线段表示放大器的输入、输出关系

(1—1)的流图,这是最简单的流图。它表明 U_i 与 U_0,一个做为因变量,一个做为果变量,通过有向线段联系起来。有向线段的系数(A_u)表示因果关系,其方向(箭头)表示信号的流向,这就是流图的由来。

对于一个线性方程组

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= bx_3 - fx_1 + dx_2 \\ x_3 &= ax_0 - ex_1 \\ x_1 &= cx_2 \end{aligned}\right\} \qquad (1—2)$$

可将其中的每个方程均写成因果形式。我们把方程组中的每个方程看成是很多因产生一个果的表达式。也就是说,将每个方程中作为因的一些变数写在等号的一边,而将做为果的一个变数写在等号的另一边。而且方程组中的任一变数只能在一方程中做为果出现一次,在其它方程中则只能做为因出现,则其对应的流图如图 1—3 所示。构成因果关系并以流图表示的优点在于能清楚地看出变数间的相互关系,并可直接根据流图的图形结构方便地求得方程组的解。

在流图中,方程组的变数分别用一些称为节点的实心小圆圈

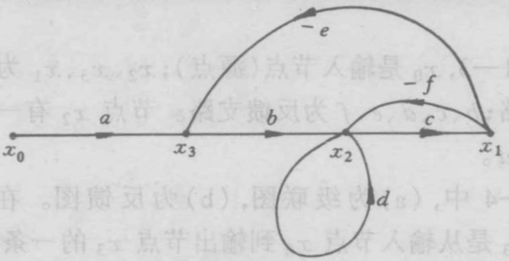

图 1—3　线性方程组的流图表示

表示。每个变数对应一个节点。变数间的相互关系则通过连接在节点间的、称为支路的线段来表示。支路有如下特征:(1)连接于存在着因果关系的节点上;(2)它有方向性,用箭头表明。箭头的方向是离开作为因的变数的节点,而指向作为果的变数的节点;(3)支路有权,权是以一个称为支路传输的数值来表征,该数值即为做为方程中为因的变数的系数。

对某一节点来讲,支路有出支路和入支路之分:箭头离开的支路是该节点的出支路;箭头指向的支路是该节点的入支路。只有出支路的节点,称为输入节点(亦称源节点)。只有入支路的节点称为输出节点(亦称汇节点)。

路径是从某一节点连续经过一些支路(沿支路方向)而终止在另一节点(或同一节点)上构成的一种拓朴结构。开路径是从某一节点沿支路方向连续经过一些支路而终止在另一节点上、且每个节点只通过一次的路径。前向路径是从输入节点到输出节点的一种开路径。从某一节点连续经过一些支路(沿支路方向)又终止在同一节点的路径(每个节点只通过一次)称为闭合路径、反馈环或环。自环是环的一种特殊情况,即从某一节点出发,只经过一个支路而又终止在同一节点上所构成的闭合路径。路径和环的传输值是指其中所包括的各个支路的支路传输值之积。自环的传输值显然就是自环的支路的支路传输值。不在环中的节点和支路分别称

为级联节点和级联支路。环中的节点和支路分别称为反馈节点和反馈支路。

对于图 1—3，x_0 是输入节点（源点）；x_2、x_3、x_1 为反馈节点；a 为级联支路；b、c、d、e、f 为反馈支路。节点 x_2 有一自环，其自环传输值为 d。

在图 1—4 中，(a) 为级联图，(b) 为反馈图。在 (a) 图中，$x_0dx_1ex_2fx_3$ 是从输入节点 x_0 到输出节点 x_3 的一条前向路径。

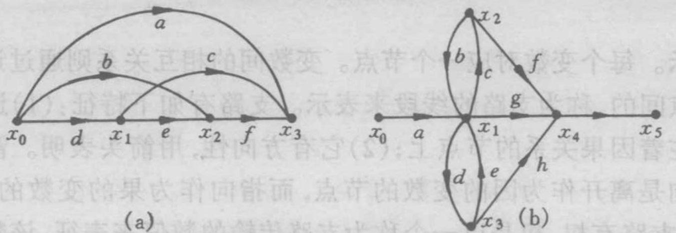

图 1—4　节点、支路、路径的定义说明

(b) 图中，有两个环 bc 和 de；x_0 是源点，x_5 是汇点；x_1、x_2、x_3 是反馈节点，x_4 为级联节点；b、c、d、e 为反馈支路，f、g、h 为级联支路；$x_0ax_1cx_2bx_1gx_4$ 为路径，$x_0ax_1cx_2fx_4$ 为开路径。另外，凡是支路传输值为 1 的则可不必标出，如 (b) 图中节点 x_4 到节点 x_5 的支路传输就是如此。

用流图对电路系统进行描述，其节点代表电路中的变量（电流和电压），源点和汇点表示电路中的输入与输出，支路传输代表增益，而其方向（箭头）则表示信号的流向。

显然，流图应具有以下两个重要性质：

(1) 传输性。对每一非汇点，节点信号沿不同的出支路传输到不同的节点。到达后一节点的信号等于支路始端的节点信号乘以相应支路的支路传输值。

对某一节点 j（节点信号为 x_j），若 j 有 K 个出支路分别至节

点 1,2,…,K,其支路传输值分别为 $t_{1j}, t_{2j}, \cdots, t_{Kj}$,则由节点 j 至节点 1,2,…,K,的信号分别为 $t_{1j}x_j, t_{2j}x_j, \cdots, t_{Kj}x_j$。

(2)迭加性。对每一非源点,节点信号等于从其它节点来的所有信号的代数和。

对某一节点 s,有 r 个入支路,支路始端分别为 $1,2,\cdots,r$,支路传输值分别为 $t_{s1}, t_{s2}, \cdots, t_{sr}$,则节点 s 的信号

$$x_s = \sum_{j=1}^{r} t_{sj}x_j$$

第二节　流图的作法

我们的目的是如何从实际的电子电路中得到其对应的流图,以便从该流图中直接求解。下面分三种情况进行讨论。

一、从方程组作流图

设方程组为

$$\left.\begin{aligned} mx_0 - x_1 + bx_2 + dx_3 &= 0 \\ ax_1 - x_2 + kx_3 + fx_4 &= 0 \\ nx_0 + cx_1 - x_3 + hx_4 &= 0 \\ ex_2 + gx_3 - x_4 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{—}3)$$

分别将此方程组中的 x_1、x_2、x_3、x_4 做为果的变量放在方程的一边(注意作为果的变量只能出现一次),而将一些做为因的变量写在方程的另一边,经过这样变换后得到如下的方程组

$$
\left.\begin{aligned}
x_1 &= bx_2 + dx_3 + mx_0 \\
x_2 &= ax_1 + kx_3 + fx_4 \\
x_3 &= cx_1 + hx_4 + nx_0 \\
x_4 &= ex_2 + gx_3
\end{aligned}\right\} \qquad (1—4)
$$

由方程(1—4)得到其对应的流图，如图 1—5 所示。

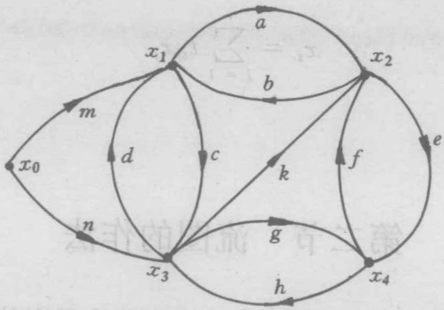

图 1—5 线性方程组的流图

这样，我们可以得出由方程组作流图的一般步骤：

(1)用代数的方法将方程组变换为(1—4)式的因果形式；

(2)根据信号流动的规则，依次作出各方程所满足的相应支路；

(3)将各支路组合后即可得到其对应的流图。

必须注意，由于选择变量和变换方程具有很大的灵活性，所以同一组线性方程，可以表示成形状完全不同的流图。例如方程组

$$
\left.\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1 \\
a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= 0 \\
a_{31}x_1 \qquad\qquad + a_{33}x_3 &= b_3
\end{aligned}\right\} \qquad (1—5)
$$

将(1—5)式做移项变换，则得

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{b_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 - \frac{a_{13}}{a_{11}}x_3 \\ x_2 &= -\frac{a_{23}}{a_{22}}x_3 \\ x_3 &= \frac{b_3}{a_{33}} - \frac{a_{31}}{a_{33}}x_1 \end{aligned}\right\} \qquad (1—6)$$

于是画出其对应的流图，如图 1—6 所示。若将(1—5)式变换为(1—7)式的形式，则其对应的流图如图 1—7 所示。显然，图 1—6

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 - b_1 &= 0 \\ a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \quad &= 0 \\ a_{31}x_1 \quad + a_{33}x_3 - b_3 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (1—7)$$

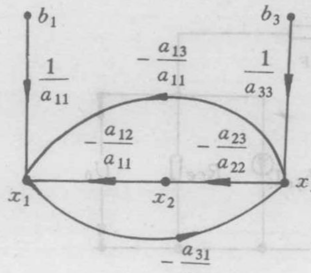

图 1—6　方程组一种流图

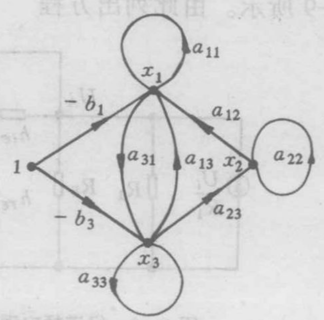

图 1—7　同一方程组的另一种流图

与图 1—7 具有较大的差别，但它们都表示同一线性方程组(1—5)，故其实质是一样的。

二、从电路图做流图

从电路图作出其相应的流图一般可分为二步：第一步，根据电路定律列出线性方程组；第二步，按照前面介绍的方法从方程组作流图。

图 1—8 为一反馈放大器。为简单起见，我们只画出它的低频

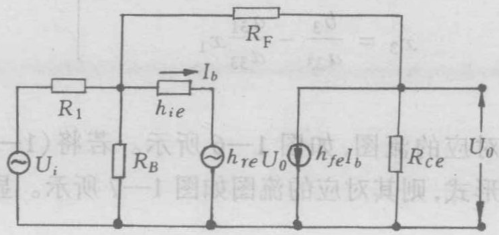

图 1—8 某反馈放大器低频等效电路

交流等效电路。其中，h_{ie}、h_{fe}、h_{re} 为三极管的 H 参数。为列出其节点方程，需要将原电路中的电压源变为电流源，改变后的电路如图 1—9 所示。由此列出方程

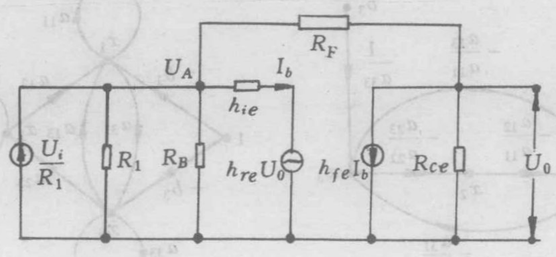

图 1—9 经诺顿定理变换后的低频等效电路

$$\left.\begin{aligned}\frac{U_i}{R_1} &= \left[\frac{R_1+R_B}{R_1R_B}+\frac{1}{h_{ie}}+\frac{1}{R_F}\right]U_A-\left[\frac{h_{re}}{h_{ie}}+\frac{1}{R_F}\right]U_0\\ 0 &= \left[\frac{h_{fe}}{h_{ie}}-\frac{1}{R_F}\right]U_A+\left[\frac{1}{R_{ce}}-\frac{h_{fe}h_{re}}{h_{ie}}+\frac{1}{R_F}\right]U_0\end{aligned}\right\}\quad(1\text{—}8)$$

令：$a_{11}=\left[\dfrac{R_1+R_B}{R_1R_B}+\dfrac{1}{h_{ie}}+\dfrac{1}{R_F}\right]$，$a_{21}=\left[\dfrac{h_{fe}}{h_{ie}}-\dfrac{1}{R_F}\right]$

$a_{12}=\left[\dfrac{h_{re}}{h_{ie}}+\dfrac{1}{R_F}\right]$，　　$a_{22}=\left[\dfrac{1}{R_{ce}}-\dfrac{h_{fe}h_{re}}{h_{ie}}+\dfrac{1}{R_F}\right]$

则方程(1—8)写为

$$\left.\begin{aligned}\frac{U_i}{R_1}&=a_{11}U_A-a_{12}U_0\\0&=a_{21}U_A+a_{22}U_0\end{aligned}\right\}\qquad(1—9)$$

其对应的流图如图 1—10 所示。

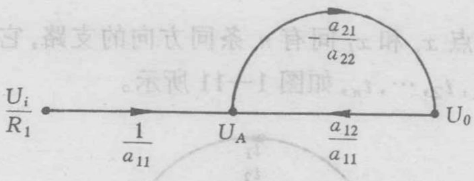

图 1—10　由具体电路做出的流图

三、直接作流图

我们希望由具体的电路直接作流图，省去列方程的麻烦。在实际工作中所遇到的电路往往是比较复杂的，但是任何复杂电路总是由一些基本元件或者基本电路组合而成的。如果我们能先作出各基本元件(或基本电路)的流图(亦称单元流图)，并预先把它简化成最简形式，那么，作整体电路的流图的过程就简单得多，只要根据各基本元件(或电路)之间的相互关系，把单元流图直接连接起来即可。这是做流图的最简便的方法，具体步骤与作法将在

下一章讨论。

第三节　流图的化简

在数学上,我们解方程组时常用迭代法逐步消去变量,以求得所需的解。对应地,在流图中,我们也可以简化它的拓扑结构,消去多余的节点,最终简化成只包括输入节点和输出节点的残图,这样从输入节点到输出节点的支路传输值就是用自变量表示因变量的系数。

下面阐述几个基本的化简规则。利用它们可以化简任何的流图。

一、支路传输的加法规则

在两个节点 x_s 和 x_l 间有 n 条同方向的支路,它们的支路传输值分别为 $t_1, t_2, \cdots, t_n$,如图 1—11 所示。

图 1—11　并联支路流图

图 1—11 对应于方程:

$$x_l = x_s(t_1 + t_2 + t_3 + \cdots t_n) = x_s \sum_{i=1}^{n} t_i \qquad (1—10)$$

与式(1—10)对应的流图如图 1—12 所示。

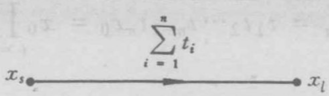

图 1—12　并联支路流图的化简

因此,图 1—11 可以化简成图 1—12。由此我们得出结论:n 条同方向的并联支路,可用一条支路来代替,后者的支路传输值是 n 条支路的支路传输值之和。

二、支路传输的乘法规则

从节点 x_0 连续经过 n 条同方向的支路(其支路传输值分别为 $t_1, t_2, \cdots, t_n$)而至节点 x_n,如图 1—13 所示。

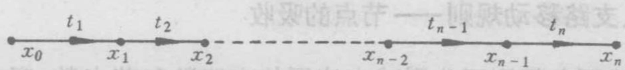

图 1—13　串联支路流图

图 1—13 流图对应于方程组:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= t_1 x_0 \\ x_2 &= t_2 x_1 \\ &\vdots \\ x_{n-1} &= t_{n-1} x_{n-2} \\ x_n &= t_n x_{n-1} \end{aligned}\right\} \qquad (1—11)$$

式(1—11)中共有 n 个方程。将第一个方程代入第二个方程,第二个方程代入第三个方程,……,第($n-1$)个方程代入第 n 个方程,最后可得:

$$x_n = t_1 t_2 \cdots t_{n-1} t_n x_0 = x_0 \prod_{i=1}^{n} t_i \tag{1—12}$$

与式(1—12)对应的流图如图 1—14。

图 1—14　串联支路流图的化简

因此,图 1—13 可化简成图 1—14。由此我们得出结论:n 条同方向的串联支路,可用一条支路代替,该支路的支路传输值是 n 条支路的支路传输值之积。

三、支路移动规则——节点的吸收

上述两条规则可分别减少流图的支路数和节点数,现在讨论更为普遍的消除节点的方法。数学上迭代法逐步消去方程组的变量,在流图中对应着逐步消除节点。消除节点又称为节点的吸收。

考虑节点变量 x_N,它有 m 条入支路和 n 条出支路。入支路和出支路的传输值分别为 $a_1, a_2, \cdots, a_m$ 及 $b_1, b_2, \cdots, b_n$,如图 1—15 所示。

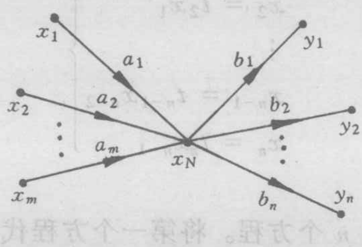

图 1—15　具有 m 条入支路及 n 条出支路的节点变量流图

由图 1—15 可写出下列方程组:

$$x_N = a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_mx_m \tag{1—13}$$

$$y_1 = b_1x_N \tag{1—14}$$

$$y_2 = b_2x_N \tag{1—15}$$

$$\vdots$$

$$y_n = b_nx_N \tag{1—16}$$

将式(1—13)分别代入式(1—14)、(1—15)及(1—16),可得

$$y_1 = a_1b_1x_1 + a_2b_1x_2 + \cdots + a_mb_1x_m \tag{1—17}$$

$$y_2 = a_1b_2x_1 + a_2b_2x_2 + \cdots + a_mb_2x_m \tag{1—18}$$

$$\vdots$$

$$y_n = a_1b_nx_1 + a_2b_nx_2 + \cdots + a_mb_nx_m \tag{1—19}$$

方程组(1—17)式~(1—19)式对应的流图如图 1—16 所示。

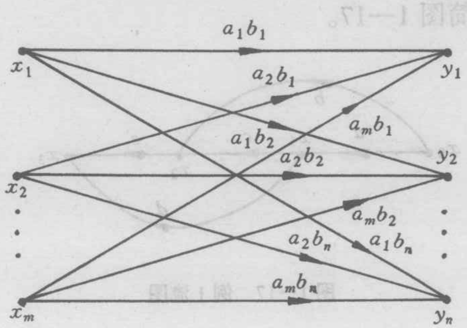

图 1—16 变量节点 x_N 消除后的流图

在图 1—16 中,变量节点 x_N 已被吸收。这正好对应于数学中用迭代法消去了变量 x_N。实际上我们比较图 1—15 和图 1—16 就可发现,节点的吸收是支路移动的结果。为明确简化步骤,便于实际应用,我们将上述简化过程总结成支路移动规则如下:

(1)要吸收任意一个具有 m 条入支路和 n 条出支路的节点，可将该节点的 m 条入支路分别沿着 n 条出支路作正向移动(即移动入支路的末端)。

(2)作正向移动的支路的始端不动，其末端移动到该节点的另一出支路的末端；作反向移动的支路的末端不动，其始端移动到对该节点来说是入支路的另一支路的始端。一条支路经移动后产生 n 条支路(因为该节点有 n 条出支路)。移动后产生的新支路的支路传输值等于被移动的支路和沿其移动的两条支路的支路传输值之积。显然，当所有 m 条支路移动完毕后，节点 x_N 被吸收，具有 mn 条支路。而节点末被吸收前有 $(m+n)$ 条支路，增加了 $mn-(m+n)$ 条支路。

实际上，串联支路的乘法规则是支路移动规则的特例。若将支路移动规则连续运用于图 1—13 中的节点 $x_1, x_2, \cdots, x_{n-1}$，就可得到图 1—14。

下面举例说明上述化简规则的应用。

例 1 化简图 1—17。

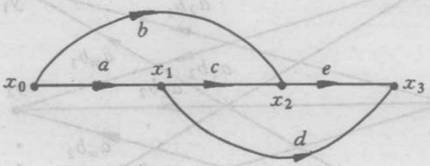

图 1—17 例 1 流图

先对节点 x_1 应用规则三，然后对支路 ac 和 b 应用规则一，再对支路 $(ac+b)$ 和 e 应用规则二，最后对支路 ad 和支路 $(ac+b)e$ 应用规则一，即得到只包括源点 x_0 和汇点 x_3 的残图。简化过程如图 1—18。

图 1—17 是级联图。凡是级联图，都能应用上述三个规则最终得到残图。但对于反馈图，仅凭三个化简规则是不够的。

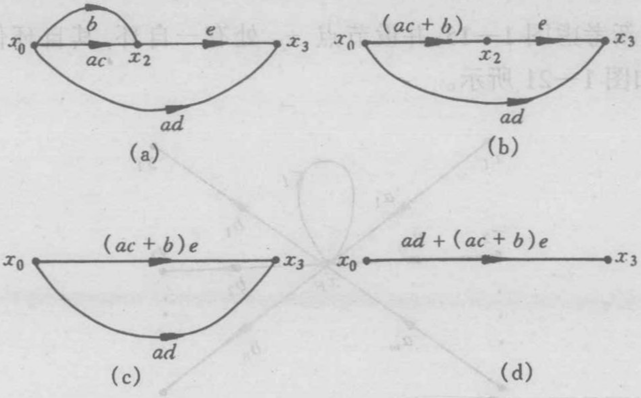

图 1—18 例 1 流图的化简过程

例 2 化简图 1—19

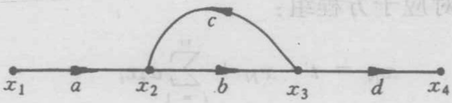

图 1—19 例 2 流图

应用规则三，吸收节点 x_3，得图 1—20。

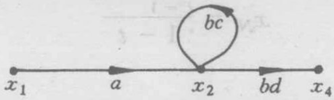

图 1—20 反馈图的化简

这时，虽然节点 x_3 已被吸收，但是它仍是一个反馈图，在节点 x_2 处有一自环。

四、自环消除规则

重新考虑图 1—15,并设节点 x_N 处有一自环,其自环传输值为 t,如图 1—21 所示。

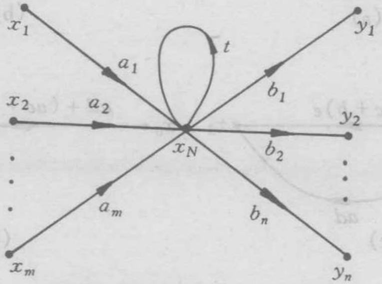

图 1—21　具有自环的节点变量流图

图 1—21 对应于方程组:

$$x_N = t \cdot x_N + \sum_{i=1}^{m} a_i x_i \qquad (1—20)$$

$$y_p = b_p x_N (p = 1, 2, \cdots n) \qquad (1—21)$$

由式(1—20)得

$$x_N = \frac{\sum_{i=1}^{m} a_i x_i}{1 - t} \qquad (1—22)$$

将(1—22)式代入(1—21)式中,有:

$$y_p = b_p \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i x_i}{1 - t} = b_p \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{1 - t} \cdot x_i \qquad (1—23)$$