

振动

采油技术

王仲茂 主编

石油工业出版社
Petroleum
Industry
Press

振 动 采 油 技 术

王仲茂 主 编

江苏工业学院图书馆
藏书章

石 油 工 业 出 版 社

内 容 提 要

本书较全面系统地介绍了各种振动采油技术的发展现状、特点及应用前景。内容包括机械振动装置采油技术、人工地震采油技术、水力振动采油技术、高能气体压裂技术、振动压裂技术、低频电脉冲采油技术、超声波采油技术、微波采油技术。

本书可供采油工程技术人员使用,也可作为有关工人培训教材,对石油院校相关专业学生也有一定的参考价值。

图书在版编目 (CIP) 数据

振动采油技术/王仲茂主编.

北京:石油工业出版社,2000.5

ISBN 7-5021-2976-6

I. 振…

Ⅱ. 王…

Ⅲ. 振动-石油开采

N. TE355.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 21823 号

石油工业出版社出版

(100011 北京安定门外安华里二区一号楼)

北京密云红光印刷厂排版印刷

新华书店北京发行所发行

*

787×1092 毫米 16 开本 12 印张 304 千字 印 1—2500

2000 年 5 月北京第 1 版 2000 年 5 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5021-2976-6/TE·2309

定价: 25.00 元

前 言

目前,我国陆上油田具有很多不利于开采的因素,比如,油层物性差、互层多、油层薄、油层压力低、单井产量低、油水关系复杂、含水高、采出程度高、地层污染严重等,致使增产措施费用高,增产幅度低,效益变差。开发对象的复杂性和困难程度,要求必须采用高新采油技术,来实现油田产量的持续增长,控制原油成本的上升,提高油田开发的整体效益。振动采油技术以其技术含量高、投入少、产出高、工艺简单、对油层和环境无污染而受到广泛重视。

振动采油技术是物理法采油技术的重要组成部分,它是以某种强大的能量作用于地层,使油层及流体产生不同的物理、化学变化,从而改造油层渗流条件,解除油层堵塞,疏通油流通道,创造有利于原油流动的环境,达到油井增产、注水井增注的目的。

振动采油技术源于 20 世纪五六十年代,由于种种原因发展较慢。进入 20 世纪 90 年代,我国的振动采油技术蓬勃发展起来,并逐渐形成八大类配套技术,包括人工地震采油技术、水力振动采油技术、电脉冲采油技术、机械振动泵采油技术、高能气体压裂技术、振动压裂技术、超声波采油技术、微波采油技术。其中微波采油技术正处在初步研究和试验阶段,目前已有较大进展。振动采油技术正处在不断地发展之中,特别是各种常规采油技术与振动采油技术的复合联作技术的出现,也为振动采油技术的发展开辟了新的领域。

近年来,国内外对振动采油技术的研究和应用进展很快,已经在理论和实践上有了很多共识,形成了系列的配套设备和工艺技术,使振动采油技术渐趋成熟。但现在国内尚没有一本较全面介绍振动采油技术的书籍出版,供采油工作者参考使用。为此,对现有国内外的振动采油技术成果进行梳理、归纳、整理成书,进而推动振动采油技术的研究和应用,是十分有意义的。这也是出版本书的初衷。

由于我们对各项振动采油技术的学习和理解不够,另外,振动采油技术还处在不断地完善和发展之中,所以书中内容难免有不完善和疏漏之处,恳请谅解。书中引用了很多同行的研究和应用成果、资料,在此表示谢意。

本书可供采油工程技术人员使用,也可作为有关工人培训教材,对大中专学生也有一定的参考作用。

王 仲 茂

2000. 3

编委会名单

主 编 王仲茂

副主编 许 为 董 渤 王怀彬

编 委	刘丽峰	吴亚新	高 丽	赵惠梅	王志伟
	卢安逸	王玉才	王思远	成乐才	王英柱
	李延军	宣美乐	尹 旭	王军国	张德友
	孙 学	张义民	刘世平	王乃辉	程孝波
	王 峰	李洪顺	李铁夫	王桂智	王福生
	姜鹏飞	题中杰	张树良	韩维斌	赵万生
	毕凤源	于国栋	王南海	刘力平	严宗光
	季华生	王晓翠	万 丽	孙文涛	蒋云涛
	李 雷	胡 光	孙应力	荣 耀	赵星辉
	薛国锋	梁 春	马玉天	常连吉	赵荣生
	郑树彪	刘光玉			

目 录

第一章 振动和波	1
第一节 振动	1
一、自由振动	1
二、强迫振动	8
三、自激振动	11
四、冲击	12
第二节 波	16
一、波动	16
二、次声波、声波、超声波	18
三、微波	19
四、声场	20
五、弹性波的衰减、反射、绕射	21
第三节 声波在媒质中的衰减规律	24
一、理想流体媒质中的波动方程	24
二、考虑粘滞阻力时的波动方程	24
三、声波在传播媒质中的衰减	25
四、冲击波的形成与衰减	26
第二章 机械振动装置采油技术	29
第一节 博丁声波采油装置	29
一、声波发生器工作原理	29
二、声波传导机构工作原理	31
第二节 本特利声压波泵	34
一、典型声压波泵	34
二、带旋转式声压波发生器的声压波泵	36
三、适用于低产井（高含气）或间歇泵抽的声压波泵	39
第三节 延长油矿设计的液压振动泵	40
一、液压振动泵的结构	40
二、波压振动泵的工作过程	41
第四节 泵下阻尼振动采油技术	42
一、管柱装置结构组成	42
二、振动技术机理	42
三、主要技术指标和适用条件	42
四、实际应用效果	43
第五节 非线性波采油技术	43
一、非线性波发生器	43

二、非线性波解堵机理	43
三、非线性波采油技术工艺	44
第六节 双稳态射流净化炮眼技术	45
一、谐振腔系统	45
二、井下操作工艺	46
三、炮眼的影响	46
四、地面监测	47
第七节 声波除垢技术	47
第三章 人工地震采油技术	50
第一节 人工地震采油机理	50
一、机械波对地层有很强的穿透能力	50
二、共振可以提高振动效应	50
三、振动有利于降低原油粘度	52
四、振动可以使油气水重新分布,有利于原油流动	52
五、振动可以改变岩石表面的润湿性	53
六、振动有利于清除油层堵塞,提高地层渗透率	53
七、振动可以降低驱动压力,提高采收率	53
八、振动可以降低残余油饱和度	55
第二节 打击式人工地震采油技术	57
一、振源结构与工作原理	57
二、主要装备及施工工艺	58
三、人工地震采油效果分析	65
第三节 井下人工地震采油技术	71
一、振源结构与工作原理	71
二、主要技术指标	71
三、室内及现场试验	72
第四节 波导管振动采油技术	73
一、波导管采油工艺的发展	73
二、振动工艺原理	74
三、振动增产机理	74
四、波导管振动采油工艺基本参数及技术特点	75
五、波导管振动采油工艺技术的现场试验	75
第四章 水力振动采油技术	77
第一节 高压水旋转折射流采油技术	77
一、结构和工艺过程	77
二、解堵原理	78
三、有关参数的确定	79
四、应用技术	81
第二节 水力振动采油技术	85

一、水力振动采油设备及工作原理	85
二、水力振动采油机理	86
三、现场施工工艺	87
四、应用效果	88
第三节 多级同步振动采油技术	93
一、基本原理	93
二、多级振动器技术指标	93
三、施工工艺	93
四、应用效果	94
第四节 低频水力脉冲采油技术	94
一、增产机理	94
二、适用条件及脉冲处理工艺	95
三、低频水力脉冲技术应用效果	95
四、水力脉冲采油技术处理油层的优点	96
第五章 高能气体压裂技术	97
第一节 高能气体压裂机理、作用过程及适用性	97
一、高能气体压裂机理	97
二、高能气体压裂的作用过程	98
三、高能气体压裂的适用性	98
第二节 高能气体压裂施工工艺	100
一、固体火药及压裂工艺	100
二、液体火药及压裂工艺	103
第三节 高能气体压裂适用的油气藏地质条件和选井选层原则	105
一、适用的油气藏地质条件	105
二、选井选层原则	106
第四节 效果比较	106
一、有壳弹与无壳弹比较	106
二、固体火药与液体火药比较	107
三、双基药和复合药比较	107
四、点火方式比较	107
五、点火药比较	107
第五节 单井施工方案设计	108
一、储层伤害原因分析	108
二、工艺类型的选择	108
三、施工参数的确定	108
第六节 高能气体压裂的技术特点及存在问题	109
一、技术特点	109
二、存在问题	109
第七节 应用实例	110
一、国内应用实例	110

二、国外应用实例·····	112
第六章 振动压裂技术·····	113
第一节 水力振动压裂技术·····	113
一、水力振动压裂机理·····	113
二、工艺技术原理·····	113
三、应用效果·····	114
第二节 内爆冲击压裂技术·····	115
一、结构及工作原理·····	115
二、技术性能·····	116
三、实验测试结果·····	117
第三节 正水击化学解堵技术·····	117
一、工艺技术原理·····	117
二、正水击发生器设计原理·····	118
三、现场应用效果·····	119
第四节 射流振荡压裂技术·····	120
一、射流振荡压裂工具·····	120
二、工作原理·····	120
三、射流振荡压裂技术处理油层机理·····	121
四、施工工艺·····	122
五、应用效果·····	122
第七章 低频电脉冲采油技术·····	123
第一节 井下低频电脉冲采油技术的特点·····	123
第二节 电脉冲采油设备及工作原理·····	124
一、电脉冲采油设备·····	124
二、脉冲发生器工作过程·····	127
第三节 井下低频电脉冲采油技术机理·····	130
一、低频电脉冲波对地层岩石的造缝作用·····	130
二、低频电脉冲波对岩石孔隙介质的剪切作用·····	131
三、低频电脉冲可以提高地层渗透率·····	131
四、低频电脉冲可以清除地层污染，减轻油层伤害·····	132
第四节 电脉冲技术参数的测试与选择·····	134
一、电脉冲作用次数的选择·····	134
二、电极与岩心作用距离的选择·····	134
三、电脉冲作用点的选择·····	135
四、低频脉冲波在地层中的有效作用范围·····	135
五、浅井低频脉冲波装备电声参数的选择·····	136
六、低频脉冲波振动对井内套管和固井质量的影响·····	137
七、低频脉冲波振动对油层出砂的影响·····	137
八、放电能量对地层渗透率的影响·····	137

第五节 低频电脉冲波采油工艺	138
一、适用油藏地质条件	138
二、选井原则	138
三、施工工序	138
第六节 井下低频电脉冲技术应用实例	139
一、井下低频电脉冲技术在油井中的应用	139
二、井下低频电脉冲处理水井的应用效果	142
三、井下低频电脉冲无效井分析	144
第八章 超声波采油技术	145
第一节 超声波采油技术发展概况	145
一、超声波采油技术的发展	145
二、超声波的特点及适用范围	146
第二节 超声波发生源及换能器	147
一、超声波发生源	147
二、井下超声波换能器	150
第三节 超声波采油机理	156
一、机械振动作用	157
二、空化作用	159
三、热作用	160
四、反向流动作用	161
五、声流作用	161
六、提高地层渗透率	162
第四节 工艺流程	163
一、设备及施工原理	163
二、主要工艺流程	163
三、对超声波处理油层技术的认识	165
第五节 超声波技术应用效果	166
一、超声波油层解堵应用效果	166
二、超声波脱蜡及降凝	167
三、超声波防垢	168
四、超声波冷输	169
五、超声波原油脱水	169
六、超声波用于改造油层和提高采收率	169
第九章 微波采油技术	171
第一节 国内外微波采油技术发展概况	171
第二节 微波采油机理及采油技术	173
一、微波采油机理	173
二、微波采油技术	175
第三节 微波采油完井方法	176

- 一、完井方法..... 176
- 二、微波采油井套管柱设计和固井设计..... 176
- 第四节 微波技术在油气开发中的应用..... 177
 - 一、微波脱蜡..... 177
 - 二、微波破乳..... 177
 - 三、微波脱硫..... 178
- 参考文献..... 179

第一章 振 动 和 波

第一节 振 动

一、自由振动

1. 振动

振动在自然界中广泛存在。广义地把描写物质运动状态的物理量在某个数值附近的周期性变化定义为振动。声、光、电磁波等等都是广泛意义上的振动。振动按照时间领域内的特征可分为周期性振动和非周期性振动。

若用数学函数 $x(t)$ 表示某物理量的变化规律，此函数经过一定的时间 T 后，又具有同样的量值，称为周期性振动，即存在下列关系：

$$x(t + nT) = x(t) \quad (1-1)$$

式 (1-1) 中， n 是整数， T 是一个不等于零的常数，表示振动量完成一次全振动所需的时间，即周期，单位为秒 (s)。周期性振动是一种特殊而又常见的运动。图 1-1 是一种周期性振动图线。周期的倒数为 f ， $f = \frac{1}{T}$ 表示振动量在每秒内振动的次数，叫振动频率，单位是赫兹 (Hz)。振动量偏离平衡位置的最大值叫做振幅。振幅、周期、频率是描述周期性振动现象的基本物理量。

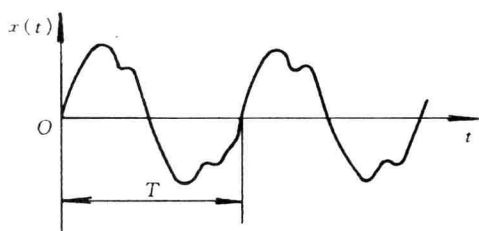


图 1-1 周期性振动曲线

振动的时间历程在图形上表示出不可能重复，称为非周期性振动。它又分为随机信号和脉冲信号，且有各自的形态和简要的特征。图 1-2 为地震对结构物引起振动在某处的应力时间历程曲线。从图上可以看出，振动量随时间的变化规律是不规则的、非周期性的。图 1-3 表示冲击型扰动力在短时间内作用于物体上，物体的某处位移随时间变化的图线。

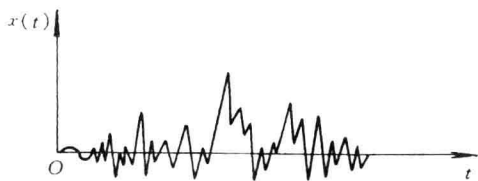


图 1-2 声波引起结构物的非周期振动



图 1-3 冲击的响应曲线

2. 简谐振动

振动物体在偏离平衡位置后，要受到使其回到平衡位置的弹性力的作用。该力总是指向平衡位置，总是企图将物体拉回到平衡位置。物体达到平衡位置时，弹性力消失，由于物体具有质量惯性使它继续运动，物体又从另一个方向偏离平衡位置，弹性力重新作用于物体，再

使它返回平衡位置。如此往复运动，在没有阻力的情况下，物体将持续振动下去，这种理想化的振动叫做简谐振动。简谐振动满足如下方程：

$$F = - kx \tag{1-2}$$

$$x = A\cos(\omega_n t + \varphi) \tag{1-3}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} \tag{1-4}$$

$$f = \frac{1}{T} \tag{1-5}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = - \omega_n A \sin(\omega_n t + \varphi) \tag{1-6}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = - \omega_n^2 A \cos(\omega_n t + \varphi) \tag{1-7}$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \end{aligned} \tag{1-8}$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_n^2}} \\ \varphi &= \text{tg}^{-1} \left(\frac{v_0}{\omega_n x_0} \right) \end{aligned} \right\} \tag{1-9}$$

- 式中 F ——回复力；
 x ——位移；
 k ——弹性系数；
 T ——振动周期；
 ω_n ——固有圆频率；
 f ——振动频率；
 v ——质点运动速度；
 a ——质点加速度；
 E ——振动能量；
 φ ——初始相位角；
 m ——质点质量；
 A ——振幅；
 x_0 ——开始振动时的位移；
 v_0 ——开始振动时的速度。

1) 同方向同频率两个简谐振动的合成

设有两个简谐振动 $x_1 = A_1\cos(\omega_n t + \varphi_1)$ 和 $x_2 = A_2\cos(\omega_n t + \varphi_2)$ ，则

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 = A_1\cos(\omega_n t + \varphi_1) + A_2\cos(\omega_n t + \varphi_2) \\ &= A\cos(\omega_n t + \varphi) \end{aligned} \tag{1-10}$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \\ \text{tg}\varphi &= \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} \end{aligned} \right\} \tag{1-11}$$

同频率两个简谐振动合成结果仍是简谐振动，如图 1-4 所示。

2) 同方向不同频率两个简谐振动的合成

在同一直线上，几个频率成倍数的简谐振动的合振动，是一个具有周期性的振动，但不再是简谐振动。它的频率与频率最低的分振动相同，例如频率为 f_1 与 f_2 ($f_1 = 2f_2$) 的两个简谐振动 x_1 和 x_2 的合振动曲线如图 1-5 所示。其周期为 T_2 。任何复杂的周期性振动都可看做频率成整数倍的谐振动的合振动。

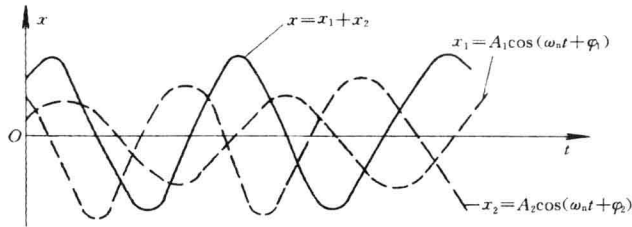


图 1-4 同频率两个简谐振动的合成

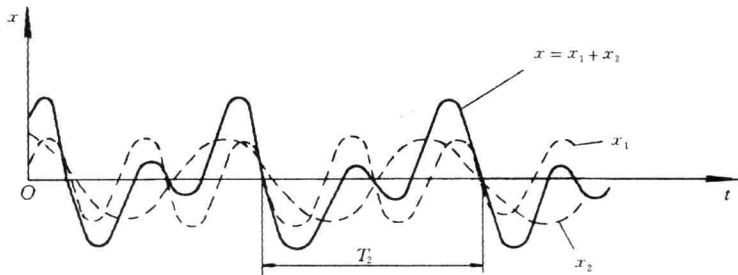


图 1-5 周期成比例的两个振动图线的合成

设有两个简谐振动 $x_1 = A_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ 和 $x_2 = A_2\cos(\omega_2 t + \varphi_2)$ ，作为特例，令他们的振幅相等 ($A_1 = A_2 = A_0$)，初相位也相等 ($\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$)，频率 ω_1 与 ω_2 比较接近，当他们相叠加时有：

$$x = x_1 + x_2 = 2A_0\cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right)\cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t + \varphi\right) \quad (1-12)$$

式中 $2A_0\cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right)$ 为合振动的振幅，是周期性变化的。可见，合成后振动仍是周期性的，但不是谐振动。

对于两个圆频率 ω_1 和 ω_2 比较大、两者之差 ($\omega_2 - \omega_1$) 比较小的情况，振幅做周期性变化的现象比较明显。这种合振幅时而加强时而减弱的现象，叫做“拍”（见图 1-6）。

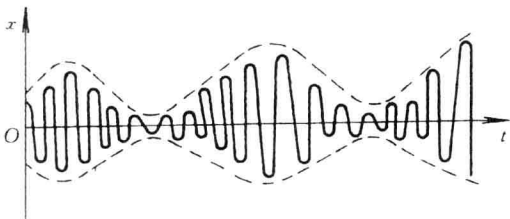


图 1-6 拍

对于相互垂直的两个或三个振动的合成，在频率不同时，合成后非常复杂，曲线形状决定于初相差、频率比、振幅比等等。

3. 周期振动的频谱分析

实际振动问题都不是一种简单的简谐振动，而是一系列不同频率成分的振动的组合，有的是周期性的，有的是非周期性的。

要分析振动有几个频率成分，每种能量是多少，在以频率为横坐标表示的频率域上描述振动的规律，称为用振动的频率域表示。在频率域中，可将组合振动分解为它的各种频率分量的工作，称为频谱分析。

对于图 1-1 所示周期性组合振动图线，应用傅里叶级数原理，将这一周期函数按傅氏级数

展开，即

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega_1 t + a_2 \cos 2\omega_1 t + \cdots + b_1 \sin \omega_1 t + b_2 \sin 2\omega_1 t + \cdots \quad (1-13)$$

式中 $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ ，为基频，各项系数 $a_0, a_1, \cdots, b_0, b_1, \cdots$ 可以从数学手册中查得。

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{\omega_1}{\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_1 t dt & (n = 1, 2, \cdots) \\ b_n &= \frac{\omega_1}{\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_1 t dt & (n = 1, 2, \cdots) \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

若将式 (1-13) 中频率都是 $n\omega_1$ 的两项写成下式

$$\begin{aligned} a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \left(\frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \cos n\omega_1 t + \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \sin n\omega_1 t \right) \\ &= c_n \cos (n\omega_1 t - \varphi_n) \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} c_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \\ \operatorname{tg} \varphi_n &= \frac{b_n}{a_n} \end{aligned}$$

则式 (1-13) 可写成

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + c_1 \cos (\omega_1 t - \varphi_1) + c_2 \cos (2\omega_1 t - \varphi_2) + \cdots + c_n \cos (n\omega_1 t - \varphi_n) + \cdots \quad (1-15)$$

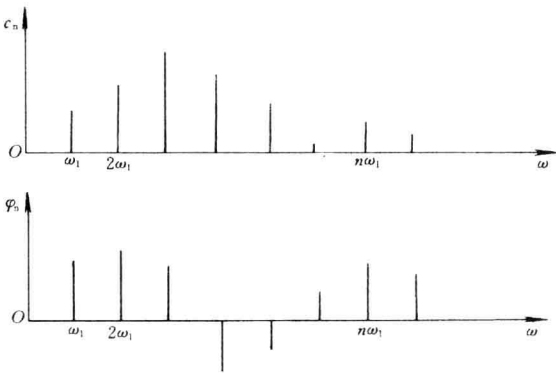


图 1-7 振幅和相位角与频率 ω 的关系图

由式 (1-15) 可见，一切周期性函数均可以用简谐振动的图形组合起来表示。将上述周期函数分解为简谐振动函数（即正弦或余弦函数）的过程，就是谐波分析（或振动分解）。

为了将分析结果形象化，我们把 c_n 和 φ_n 与 ω 的变化关系表示在图 1-7 上。从图上可以看出分别对应于 $\omega_1, 2\omega_1, \cdots$ 各个简谐振动振幅 $c_1, c_2, \cdots$ 以及相位角 $\varphi_1, \varphi_2, \cdots$ 的数值。

图 1-7 显示出一组离散的垂线，也就是说，只有在 $\omega = n\omega_1$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$) 各点上， $c = c_n, \varphi = \varphi_n$ 才有一定的数值，这样的图形称为傅氏谱或称周期图形的幅频谱。

幅频谱是在频率域内说明振动讯号的特征，即含有多少种频率的成分，每种频率振动的振幅值的大小。

对于非周期函数，采用傅里叶积分的方法，将振动图形从时间领域变换到频率域内，即以频率谱的形式在频率域内说明振动信号的特征，不过非周期振动图形的频率谱是连续的。

4. 振动系统中的机械能

能量观点是研究许多物理现象的一个十分重要的观点。动能与势能是机械能的两种不同

的形式。能量既不能产生也不能消失，只能从一种形式转化成另一种形式，这就是能量守恒定律。

在机械振动的现象中，如果不计阻尼的损耗，则振动系统的机械能有保持数值不变的特征。例如，一个由质量元件和弹簧元件组成的振动系统，系统中储存的能量有时集中表现为质量元件运动的动能，有时表现为弹簧元件发生形变而储存的位能（势能）。通常这两种能量形式同时存在，且这两个元件之间的能量周期性地进行交流。因此，分析振动系统的能量可以从另一角度讨论振动的特征。

$$\text{由} \quad E_{\text{动}} = \frac{mv^2}{2} \quad (1-16)$$

$$v = A\omega_n \cos(\omega_n t + \varphi) \quad (1-17)$$

$$\text{得} \quad E_{\text{动}} = \frac{1}{2}mA^2\omega_n^2\cos^2(\omega_n t + \varphi) \quad (1-18)$$

由式(1-18)可见，振动物体的动能也是随着时间在变化的，如果系统没有阻尼，即没有摩擦耗散能量，则机械能应该守恒，也就是说，动能和位能之和应始终保持不变。即

$$E_{\text{动}} + E_{\text{位}} = E_{\text{总}} \quad (1-19)$$

当质点通过平衡位置时 ($x=0$, $\omega_n t + \varphi = 180^\circ$)，位能 $E_{\text{位}}=0$ ，此时 $\cos^2(\omega_n t + \varphi) = 1$ ，动能值为最大。即

$$E_{\text{max}} = \frac{1}{2}mA^2\omega_n^2 \quad (1-20)$$

因此，振动的总能量为

$$E_{\text{总}} = E_{\text{max}} = \frac{1}{2}mA^2\omega_n^2 \quad (1-21)$$

则瞬态位能为

$$\begin{aligned} E_{\text{位}} &= E_{\text{总}} - E_{\text{动}} \\ &= \frac{1}{2}mA^2\omega_n^2 - \frac{1}{2}mA^2\omega_n^2\cos^2(\omega_n t + \varphi) \\ &= \frac{1}{2}mA^2\omega_n^2[1 - \cos^2(\omega_n t + \varphi)] \\ &= \frac{1}{2}mA^2\omega_n^2\sin^2(\omega_n t + \varphi) \end{aligned} \quad (1-22)$$

可见，简谐振动的动能、位能和总能量都正比于振幅的平方。

5. 自由振动

系统不存在固定外加作用力 $F(t)$ ，或在取消激励之后出现的振动称为自由振动，即固有振动。自由振动靠弹性力、惯性力和阻尼力来维持。振动频率就是系统的固有频率。因有阻尼力存在，振动逐渐衰减。阻尼愈大，衰减愈快。如果不存在阻尼，则称为无阻尼自由振动。为了描述系统的振动情况，将很多振动简化为单自由度系统来处理。所谓自由度，是指确定一个振动系统在任意瞬时的空间位置所需要的广义坐标数目。在任意瞬时只需要用一个广义坐标就可完全确定其位置的系统称为单自由度系统。

1) 无阻尼单自由度系统的自由振动

其运动微分方程为

$$\frac{md^2x}{dt^2} + kx = 0 \quad (1-23)$$

$$\text{解为} \quad x = A \sin(\omega_n t + \varphi) \quad (1-24)$$

式中 ω_n ——系统固有圆频率, $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$, 单位是 rad/s;

k ——弹性系数;

A ——振幅, m;

φ ——相位角, rad。

A, φ 均取决于系统的初始条件, 即

$$\left. \begin{aligned} A &= \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_n^2}} \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{x_0 \omega_n}{v_0} \end{aligned} \right\} \quad (1-25)$$

$$f = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1-26)$$

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1-27)$$

无阻尼自由振动的固有频率 f 和周期 T 仅决定于系统本身的物理特性, 即质量 m 和弹性系数 k 。它是在初始扰动后的简谐振动。

2) 有阻尼单自由度系统的自由振动

如果系统的阻尼力不能忽略, 则系统运动就要受到阻尼力的影响, 振幅随时间减小。阻力有粘滞阻力、摩擦阻力等。其运动微分方程为

$$\frac{m d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (1-28)$$

$$\text{通解为} \quad x = e^{-nt} (c_1 e^{\sqrt{n^2 - \omega_n^2} t} + c_2 e^{-\sqrt{n^2 - \omega_n^2} t}) \quad (1-29)$$

$$= c_1 e^{(-n + \sqrt{n^2 - \omega_n^2})t} + c_2 e^{(-n - \sqrt{n^2 - \omega_n^2})t}$$

$$\text{其中} \quad n = \frac{c}{2m}, \quad \omega_n^2 = \frac{k}{m}$$

c_1, c_2 为待定常数, 决定于振动的初始条件。

引进一个无量纲量 ζ , 称为相对阻尼系数或阻尼比。

$$\zeta = \frac{n}{\omega_n} = \frac{c}{c_c} \quad (1-30)$$

式中, c_c 为临界阻尼系数, 单位是 $\text{kg} \cdot \text{rad/s}$ 。

$$c_c = 2 \sqrt{mk} = 2m\omega_n \quad (1-31)$$

当 $n > \omega_n$ 即 $\zeta > 1$ 时, 根式 $\sqrt{n^2 - \omega_n^2}$ 是实数, 称为过阻尼状态。

当 $n < \omega_n$ 即 $\zeta < 1$ 时, 根式 $\sqrt{n^2 - \omega_n^2}$ 是虚数, 称为欠阻尼状态。

当 $n = \omega_n$ 即 $\zeta = 1$ 时, 根式 $\sqrt{n^2 - \omega_n^2}$ 为零, 称为临界阻尼状态。

(1) 欠阻尼状态下方程的解: