



1+1

大课堂

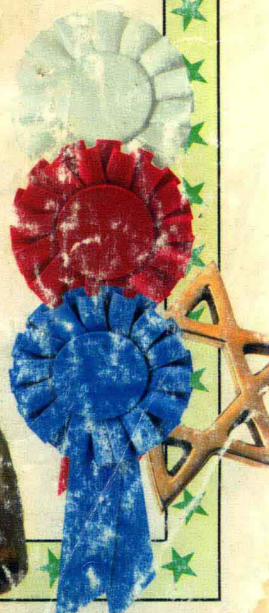
Da Ketang

初中几何

二年级

郭奕津 主编

全一册



东北师范大学出版社

1+1
大课堂

Da Ketang

初中几何

二年级

郭奕津 主编

全一册



东北师范大学出版社
长春

☐主 编:郭奕津
☐副 主 编:王曾仪 刘大放 杨晓晖
☐编 者:郭奕津 王连春 吕天旭 柴永恩
 王丽艳 池 蕙 王保忠 杨淑琴
 马 芳 艾立君 陈玉怀 刘 龙

图书在版编目(CIP)数据

1+1 大课堂. 初中几何. 二年级/郭奕津主编.
长春:东北师范大学出版社,2002.5
ISBN 7-5602-3021-0
I.1.1... II.郭... III.几何课—初中—教学参考资料
IV.G634
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 019495 号

☐出 版 人:贾国祥 ☐总策划:第三编辑室
☐责任编辑:刘忠谊 ☐封 面 设 计:魏国强
☐责任校对:赵新莹 ☐责 任 印 制:张允豪

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 138 号(130024)
电话:0431-5695744 5688470
传真:0431-5695744 5695734
网址:<http://www.nnup.com>

电子函件:sdcbs@mail.jl.cn
东北师范大学出版社激光照排中心制版
延边新华印刷有限公司印刷

2002 年 5 月第 1 版 2002 年 5 月第 1 次印刷
开本:787mm×1092mm 1/16 印张:7.5 字数:205 千
印数:00 001—15 000 册

定价:8.20 元

出版说明

培养中小学生的创新精神、创造性思维方式,提高创造性地运用知识解决实际问题的能力,是国家九五重点研究的课题,是中小学教师在教学过程中不断追求的目标,更是我们编写《1+1大课堂》的主旨。今天,我们将这套书作为一份厚礼,奉献给广大同学。

走进大课堂,新理念、新思维、新方法、新视觉使你目不暇接,流连忘返。

走进大课堂,巩固课内,拓展课外,定使你收获匪浅。

走进大课堂,创新题型、应用题型、竞赛题型,会培养你的创造性思维方式、多角度的探索精神、综合运用知识的能力。

让我们一起走进大课堂:

《1+1大课堂》吸收“九五”国家重点课题“面向21世纪中国基础教育课程教材改革实验”的最新研究成果,重视中小学课程一体化理论的应用,无论是内容和方法都具有超前性和实用性。

《1+1大课堂》按最新课程标准设计内容,依托人民教育出版社最新版本教材,又不局限于教材,具有很强的灵活性和指导性。

《1+1大课堂》既注意课内知识的学习,又兼顾课外能力的培养,包括竞赛能力及综合素质的训练。作为少有的一套与教材同步的竞赛辅导书,既是对中小学课程教材的丰富,又是中小学生在双休日、寒暑假课外活动的极好辅助读物。

《1+1大课堂》与人民教育出版社教材相配套,即一本教材配一本辅导书(上、下册配上、下册,全一册配全一册),分小学语文、数学,中学语文、外语、数学、物理、化学,共69册,其中秋季版41册。每册由**知识链接**、**学法扫描**、**例题引路**、**分层体验**、**实际应用**、**答案放映**六部分组成。

知识链接:在阐述本章与前后内容联系的同时,对知识点进行归纳总结,帮助学生从整体知识角度,理清知识脉络,构建科学的知识结构。

学法扫描:对本章知识点进行学习方法指导,针对学生学习所遇到的问题和困难,介绍学习策略,分析规律技巧,拓展发散思维空间。

例题引路:除对接近教材中典型习题加以分析外,还根据中小学教材内容增加竞赛内容,精选近年中、高考试题和作者多年教学积累的典型题目。通过例题分析,引导学生形成解题思路,掌握科学思维方法。

分层体验:精编基本题和提高题。基本题围绕重点、难点选题,旨在学好课本,巩固知识;提高题则以近年中、高考题和学科内综合题、跨学科综合题为主,意在培养学生综合运用所学知识分析和解决实际问题,提高创新能力。

实际应用:侧重理论联系实际,扩展学生知识视野,把生活中的具体问题知识化,从而提升学生的科学观念和素质。

答案放映:每章练习题均有答案,并配有提示与解题思维指导,使学生知其然也知其所以然,同时便于学生复习使用。

《1+1 大课堂》由全国重点中小学特级和高级教师编写,大部分教师是参加教育部“面向 21 世纪教育振兴行动计划——跨世纪园丁工程”的骨干教师,具有很高的权威性。

《1+1 大课堂》充分体现了求实、求新、求活的教育理念,它必将成为教辅书海中的又一颗璀璨明珠!望天下学子,走进我们的大课堂,跨知识海洋,攀科学高峰!

东北师大出版社第三编辑室

2002 年 5 月

目 录

第三章 三 角 形	1	学法扫描	12
第一节 关于三角形的一些概念	1	例题引路	12
知识链接	1	分层体验	13
学法扫描	1	基本题	13
例题引路	1	提高题	14
分层体验	2	实际应用	14
基本题	2	答案放映	14
提高题	2	第六节 三角形全等的判定(二)	15
答案放映	3	知识链接	15
第二节 三角形三条边的关系	3	学法扫描	15
知识链接	3	例题引路	15
学法扫描	3	分层体验	16
例题引路	3	基本题	16
分层体验	4	提高题	17
基本题	4	实际应用	17
提高题	4	答案放映	18
实际应用	5	第七节 三角形全等的判定(三)	18
答案放映	5	知识链接	18
第三节 三角形的内角和	5	学法扫描	18
知识链接	5	例题引路	19
学法扫描	6	分层体验	20
例题引路	6	基本题	20
分层体验	6	提高题	22
基本题	6	实际应用	22
提高题	8	答案放映	23
实际应用	9	第八节 直角三角形全等的判定	23
答案放映	9	知识链接	23
第四节 全等三角形	9	学法扫描	23
知识链接	9	例题引路	24
学法扫描	10	分层体验	24
例题引路	10	基本题	24
基本题	10	提高题	25
实际应用	11	实际应用	26
答案放映	11	答案放映	26
第五节 三角形全等的判定(一)	12	第九节 角的平分线	27
知识链接	12	知识链接	27

学法扫描	27
例题引路	27
分层体验	28
基本题	28
提高题	29
实际应用	29
答案放映	29
第十节 基本作图	30
第十一节 作图题举例	30
知识链接	30
学法扫描	30
例题引路	30
分层体验	31
基本题	31
提高题	31
实际应用	32
答案放映	32
第十二节 等腰三角形的性质	32
知识链接	32
学法扫描	33
例题引路	33
分层体验	34
基本题	34
提高题	35
实际应用	36
答案放映	36
第十三节 等腰三角形的判定	37
知识链接	37
学法扫描	37
例题引路	37
分层体验	38
基本题	38
提高题	40
实际应用	41
答案放映	41
第十四节 线段的垂直平分线	42
知识链接	42
学法扫描	42
例题引路	42
分层体验	43
基本题	43
提高题	44
实际应用	45
答案放映	45

第十五节 轴对称和轴对称图形	46
知识链接	46
学法扫描	46
例题引路	46
分层体验	47
基本题	47
提高题	48
实际应用	48
答案放映	49
第十六节 勾股定理	49
知识链接	49
学法扫描	49
例题引路	49
分层体验	50
基本题	50
提高题	51
实际应用	51
答案放映	51
第十七节 勾股定理的逆定理	52
知识链接	52
学法扫描	52
例题引路	52
分层体验	53
基本题	53
提高题	53
实际应用	54
答案放映	54
第四章 四边形	55
第一节 四边形	55
知识链接	55
学法扫描	55
例题引路	55
分层体验	56
基本题	56
提高题	56
实际应用	57
答案放映	57
第二节 多边形的内角和	58
知识链接	58
学法扫描	58
例题引路	58
分层体验	59
基本题	59
提高题	60

实际应用	60	基本题	81
答案放映	61	提高题	82
第三节 平行四边形及其性质	61	实际应用	82
知识链接	61	答案放映	83
学法扫描	61	第九节 梯 形	83
例题引路	62	知识链接	83
分层体验	63	学法扫描	83
基本题	63	例题引路	83
提高题	65	分层体验	84
实际应用	65	基本题	84
答案放映	66	提高题	85
第四节 平行四边形的判定	66	实际应用	85
知识链接	66	答案放映	86
学法扫描	67	第十节 平行线等分线段定理	86
例题引路	67	知识链接	86
分层体验	68	学法扫描	86
基本题	68	例题引路	87
提高题	70	分层体验	87
实际应用	70	基本题	87
答案放映	71	提高题	88
第五节 矩形、菱形	71	实际应用	88
知识链接	71	答案放映	88
学法扫描	71	第十一节 三角形、梯形的中位线	89
例题引路	72	知识链接	89
分层体验	72	学法扫描	89
基本题	72	例题引路	90
提高题	75	分层体验	90
实际应用	75	基本题	90
答案放映	76	提高题	92
第六节 正方形	76	实际应用	92
知识链接	76	答案放映	92
学法扫描	76	第五章 相似形	93
例题引路	77	第一节 比例线段	93
分层体验	78	知识链接	93
基本题	78	学法扫描	93
提高题	79	例题引路	93
实际应用	79	分层体验	94
答案放映	80	基本题	94
第七节 中心对称和中心对称图形	80	提高题	95
第八节 实习作业	80	实际应用	95
知识链接	80	答案放映	95
学法扫描	81	第二节 平行线分线段成比例定理	95
例题引路	81	知识链接	95
分层体验	81	学法扫描	96

例题引路	96
分层体验	97
基本题	97
提高题	98
实际应用	99
答案放映	99
第三节 相似三角形	100
知识链接	100
学法扫描	100
例题引路	100
分层体验	101
基本题	101
提高题	101
答案放映	102
第四节 三角形相似的判定	102
知识链接	102

学法扫描	102
例题引路	103
分层体验	104
基本题	104
提高题	106
实际应用	106
答案放映	107
第五节 相似三角形的性质	108
知识链接	108
学法扫描	108
例题引路	108
分层体验	109
基本题	109
提高题	111
实际应用	112
答案放映	112

第三章 三角形

第一节 关于三角形的一些概念

★知识链接

本节主要介绍三角形,三角形的边、高、顶点等基本概念,介绍三角形的角平分线、中线、高及三角形的稳定性.

★学法扫描

1. 注意三角形的角平分线、中线、高都是线段,而不是射线,特别是三角形的角平分线与角的平分线要能区别开.

2. 三角形的高是从三角形一个顶点向它的对边画垂线,顶点和垂足间的线段叫做三角形的高.一般锐角三角形的高容易画出,而直角三角形与钝角三角形的高有时不易画好.

如图 3-1,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$,作 $CD\perp AB$ 于 D ,则 CD, AC, BC 是这个三角形的三条高.

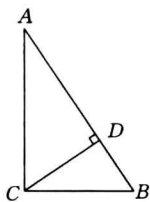


图 3-1

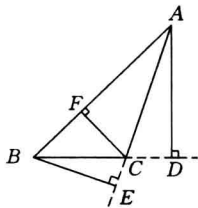


图 3-2

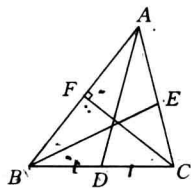


图 3-3

如图 3-2, $\triangle ABC$ 是钝角三角形,过 A 作 $AD\perp BC$ 交 BC 的延长线于 D ,过 B 作 $BE\perp AC$ 交 AC 的延长线于 E ,作 $CF\perp AB$ 于 F ,则 AD, BE, CF 是这个三角形的三条高.

★例题引路

例 1 如图 3-3,在 $\triangle ABC$ 中, AD 是中线, BE 是角平分线, $CF\perp AB$ 于 F ,在图中你能找出哪些角、线段的相等关系?

解 $BD=DC=\frac{1}{2}BC$, $\angle ABE=\angle CBE=\frac{1}{2}\angle ABC$, $\therefore \angle CFA=\angle CFB=90^\circ$.

例 2 如图 3-4,在 $\triangle ABC$ 中, $DA\perp AC$ 于 A , $AE\perp BC$ 于 E .

(1)在 $\triangle ADC$ 中, AD 边上的高是_____;

(2)在 $\triangle ABD$ 中, BD 边上的高是_____;

(3) $\triangle ACD$ 的三条高的交点是_____;

(4)线段 AE 是_____的高.

[分析] 本题主要考查三角形的高的意义,会在不同的三角形,特别是直角三角形、钝角三角形中找出三角形的高.

解 (1) AC ; (2) AE ; (3) A ; (4) $\triangle ACE, \triangle AED, \triangle ABD, \triangle ACD, \triangle ABE, \triangle ABC$.

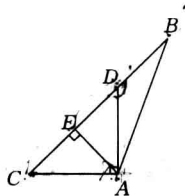


图 3-4

★分层体验

基 本 题

1. 判断题.

- (1) 三条线段组成的图形叫做三角形. ()
- (2) 三角形相邻两边组成的角叫做三角形的内角. ()
- (3) 三角形的角平分线是射线. ()
- (4) 三角形的高所在直线交于一点, 这一点不在三角形内, 就在三角形外. ()
- (5) 任何一个三角形都有三条高、三条中线、三条角平分线. ()
- (6) 三角形的三条角平分线交于一点, 且这点在三角形内. ()

2. 用刻度尺、量角器、三角板画图.

- (1) 画 $\triangle ABC$ 的中线 AD, BE, CF ;
- (2) 画 $\triangle ABC$ 的高 AD, BE, CF ;
- (3) 画 $\triangle ABC$ 的三条角平分线 AE, BE, CF ;
- (4) 画 $\triangle ABC$ 的高 AD , 中线 BE , 角平分线 CF .

3. 填空题.

- (1) 如图 3-5, 若 $\angle BAC = \angle CAD = \angle DAE = \angle EAF$, 那么 AE 是 _____ 的角平分线, AD 是 _____ 和 _____ 的角平分线, $\angle BAD$ 的平分线是 _____.
- (2) 若三角形三边为 a, b, c , $a = 8 \text{ cm}$, $b = \frac{3}{4}a$, $c = \frac{2}{3}b$, 则此三角形的周长为 _____ cm .
- (3) 若 $\triangle ABC$ 的周长为 12 cm , 且 $a = b + 1$, $b = c + 1$, 则 $a =$ _____ cm , $b =$ _____ cm , $c =$ _____ cm .
- (4) AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 若 $\triangle ABD$ 的周长比 $\triangle ADC$ 的周长大 5 , 则 AB 与 AC 的差为 _____.

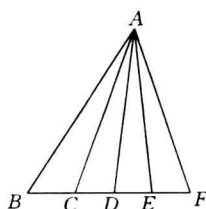


图 3-5

4. 选择题.

- (1) 根据定义, 三角形的角平分线、中线和高都是 ().
- A. 直线 B. 线段 C. 射线 D. 以上都对
- (2) 如果一个三角形的三条高的交点恰是三角形的一个顶点, 那么这个三角形是 ().
- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形 C. 直角三角形 D. 不能确定
- (3) 下列画出 $\triangle ABC$ 的高正确的是 ().

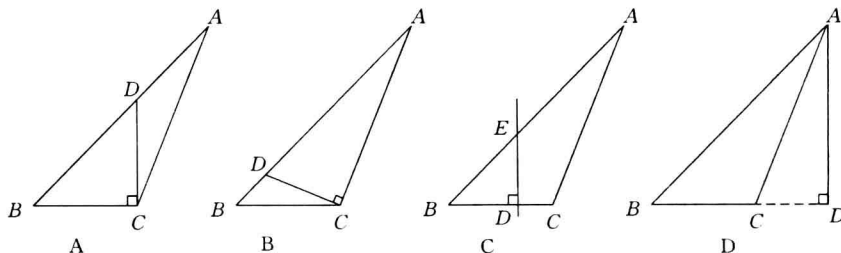


图 3-6

- (4) 如图 3-7, $AC \perp BC$ 于 C , $CD \perp AB$ 于 D , $DE \perp BC$ 于 E , 则下列说法中错误的是 ().

- A. $\triangle ABC$ 中, AC 是 BC 边上的高 B. $\triangle BCD$ 中, DE 是 BC 边上的高
- C. $\triangle ABE$ 中, DE 是 BE 边上的高 D. $\triangle ACD$ 中, AD 是 CD 边上的高

提 高 题

1. 三角形的周长为 27 cm , 三边之比为 $2:3:4$, 求三边的长.
2. 三角形的周长为 21 cm , 三边长为连续奇数, 求各边的长.

3. 已知 $\triangle ABC$ 三边分别为 a, b, c , 且 $a+b=7, b+c=8, a+c=9$, 求 a, b, c .

4. $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 在 AB 边上的高相等, 若 $AB=4$ cm, $\triangle ABC$ 的面积为 12 cm^2 , 求 $\triangle ABD$ 中 AB 边上的高.

★答案放映

基本题: 1. (1)× (2)✓ (3)× (4)× (5)✓ (6)✓ 2. 画图略.

3. (1) $\triangle DAF, \triangle CAE, \triangle BAF, AC$ (2)18 (3)5, 4, 3 (4)5

4. (1)B (2)C (3)D (4)C

提高题: 1. 6 cm, 9 cm, 12 cm. 2. 5 cm, 7 cm, 9 cm 3. $a=4, b=3, c=5$.

4. 6 cm.

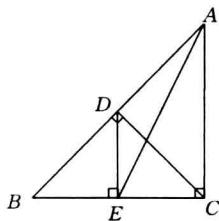


图 3-7

第二节 三角形三条边的关系

★知识链接

本节从研究三角形的边入手认识三角形, 主要学习三角形按边分类的方法和三角形两边的和大于第三边的

性质. 三角形的分类如下: 三角形 $\begin{cases} \text{不等边三角形} \\ \text{等腰三角形} \begin{cases} \text{底边和腰不相等的等腰三角形} \\ \text{等边三角形} \end{cases} \end{cases}$

★学法扫描

1. 等腰三角形是三角形中特殊的也是用处很多的三角形, 因此要认识等腰三角形的腰、底边、顶角、底角.

2. 在三角形分类中, 要注意不能把三角形分成不等边三角形和等边三角形两大类, 因为等边三角形是指三条边都相等的三角形, 包含在等腰三角形中, 因此要注意三角形的分类方法.

3. 由“联结两点的线中, 线段最短”可以证明得: 三角形两边的和大于第三边. 由此可推出: 三角形两边的差小于第三边.

★例题引路

例1 等腰三角形一腰上的中线把它的周长分成6 cm和3 cm两部分, 求各边的长.

[分析] 如图3-8, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 是 AC 的中点, BD 把 $\triangle ABC$ 的周长分成6 cm和3 cm两部分, 求各边的长.

解 本题应分两种情况讨论. 如果 $AB+AD=6, BC+CD=3$, 则可求得 $AD=2, AB=4$, 则 $CD=2, BC=1$, 从而可求得三角形的三边长为4 cm, 4 cm, 1 cm. 如果 $AB+AD=2, BC+CD=6$, 则 $AD=1, AB=2$, 可求得 $CD=1, BC=5$. 这时 $AB=AC=2, BC=5, AB+AC < BC$, 无法构成三角形. 所以这个三角形的三边长为4 cm, 4 cm, 1 cm.

例2 已知等腰三角形的周长为28 cm,

(1)底边长和腰长之比为3:2, 求各边的长; (2)底边比腰短3 cm, 求各边长.

解 (1) $\because$ 等腰三角形的底边长和腰长的比为3:2, $\therefore$ 设底边长 $3x$ cm, 腰长为 $2x$ cm,

则 $3x+2x+2x=28, x=4$. $\therefore$ 等腰三角形三边长分别为12 cm, 8 cm, 8 cm.

(2) $\because$ 等腰三角形底边比此腰短3 cm, $\therefore$ 设腰长 x cm,

则底边长为 $(x-3)$ cm, 则 $2x+x-3=28, x=\frac{31}{3}$.

$\therefore$ 等腰三角形三边长分别为 $\frac{31}{3}$ cm, $\frac{31}{3}$ cm, $\frac{22}{3}$ cm.

例3 已知: 如图3-9, E 为 $\triangle ABC$ 内任意一点. 求证: $BE+CE < AB+AC$.

[分析] 本题可延长 BE 交 AC 于 F , 可以利用三角形两边之和大于第三边去证结论.

证明 延长 BE 交 AC 于 F , 在 $\triangle ABF$ 中, $BE+EF < AB+AF$ ①

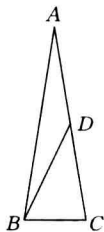


图 3-8

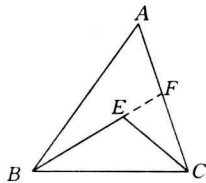


图 3-9

在 $\triangle CEF$ 中, $CE < EF + FC$ ②

①+②得 $BE + EF + CE < AB + AF + EF + CF$, $\therefore BE + CE < AB + AF + FC$, $\therefore BE + CE < AB + AC$.

★分层体验

基 本 题

1. 判断题.

- (1) 有两边相等的三角形叫做等腰三角形. ()
- (2) 等边三角形是等腰三角形. ()
- (3) 如果三条线段 a, b, c 满足 $a + b > c$, 那么这三条线段能组成三角形. ()
- (4) 底边和腰相等的等腰三角形是等边三角形. ()

2. 填空题.

- (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 3, AC = 5$. ① AB 的取值范围是 _____, ② $\triangle ABC$ 的周长的取值范围是 _____.
- (2) 等腰三角形的一腰长为 8 cm, 则底边 a 的取值范围是 _____.
- (3) 等腰三角形的底边长为 8 cm, 则腰 a 的取值范围是 _____.
- (4) 三角形两边长为 3 和 5, 则第三边 a 的取值范围是 _____.
- (5) 一个三角形的两边长为 4 和 7, 那么这个三角形最长边 a 的取值范围是 _____.
- (6) 一个三角形的两边长为 12 和 18, 那么这个三角形最短边 a 的取值范围是 _____.
- (7) 三角形的两边长为 2 cm 和 7 cm, 第三边为偶数, 则第三边为 _____.
- (8) 等腰三角形的两边长分别为 25 cm 和 12 cm, 那么它的第三边 c 长为 _____.
- (9) 已知三角形三边长为 6, $1 - 2x$, 16, 则 x 的取值范围是 _____.
- (10) $\triangle ABC$ 的三边分别为 a, b, c , 且满足 $a^2 + b^2 + c^2 - 6a - 14b - 2cx + 58 + x^2 = 0$, 则 x 的取值范围是 _____.

3. 选择题.

- (1) 下列三条线段长的比, 不能组成三角形的是 ().
- A. 1 : 2 : 3 B. 2 : 3 : 4 C. 3 : 4 : 5 D. 4 : 5 : 6
- (2) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 14, BC = 4x, AC = 3x$, 则 x 的取值范围是 ().
- A. $x > 2$ B. $x < 14$ C. $2 < x < 14$ D. $7 < x < 14$
- (3) 一个三角形有两条边长为 2 cm, 13 cm, 且该三角形周长为偶数, 则第三边长为 ().
- A. 12 cm B. 13 cm C. 14 cm D. 15 cm
- (4) 各边长均为整数的不等边三角形的周长小于 13, 这样的三角形有 ().
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- (5) 若 $\triangle ABC$ 的三边长分别是整数, 周长是 10, 且有一边长为 4, 则这个三角形的最大边长是 ().
- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
- (6) $\triangle ABC$ 三边长分别为 a, b, c , 且 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$, 则这个三角形一定是 ().
- A. 不等边三角形 B. 等腰三角形 C. 等边三角形 D. 任意三角形

4. 解答下列各题.

- (1) 已知等腰三角形一边长为 12 cm, 腰长是底边长的 $\frac{3}{4}$, 求这个三角形的周长.
- (2) 一个等腰三角形, 一边长为 6 cm, 周长为 16 cm, 求另两边的长.
- (3) 一个等腰三角形, 一边长为 3 cm, 周长为 13 cm, 求另两边的长.
- (4) $\triangle ABC$ 的周长为 24 cm, 三边长为 a, b, c , 且 $a + c = 2b, 2a - b = 2c$, 求 a, b, c .

提 高 题

1. 若等腰三角形的底边长是周长的 $\frac{2}{7}$, 腰比底边长 1 cm, 求腰和底边的长.

2. 已知等腰三角形两腰之和是底边的 3 倍,一腰与底边的差是 2 cm,求此等腰三角形三边的长.

3. 已知三角形的周长为 36 cm,三边的长度为连续偶数,求各边的长.

4. 等腰三角形一腰上的中线把它的周长分成 15 cm 和 12 cm 两部分,求各边的长.

5. 证明题.

已知:如图 3-10, P 为 $\triangle ABC$ 内任意一点.

求证: $\frac{1}{2}(AB+AC+BC) < AP+BP+CP < AB+AC+BC$.

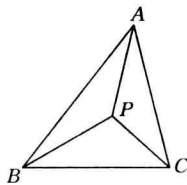


图 3-10

★实际应用

用火柴杆摆三角形

如图 3-11,用 10 根火柴杆摆出一个三角形,这样的三角形能摆出多少个?

根据两边之和大于第三边,可知最长的边只能小于 5,且大于 3. 因此最长边为 4,另两边为 4,2 或 3,3. 一共能摆出两个三角形.

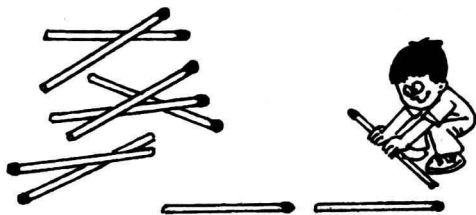


图 3-11

★答案放映

基本题: 1. (1)✓ (2)✓ (3)× (4)✓

2. (1)① $2 < AB < 8$ ② $10 < \text{周长} < 16$ (2) $0 < a < 16$

(3) $a > 4$ (4) $2 < a < 8$ (5) $7 \leq a < 11$ (6) $6 < a \leq 12$ (7) 6 cm 或 8 cm (8) 25 cm

(9) $-\frac{21}{2} < x < -\frac{9}{2}$ (10) $4 < x < 10$ 3. (1)A (2)C (3)B (4)B (5)C (6)C

4. (1) 30 cm 或 40 cm (2) 6 cm, 4 cm 或 5 cm, 5 cm (3) 5 cm, 5 cm

(4) $a = 10$ cm, $b = 8$ cm, $c = 6$ cm

提高题: 1. 5 cm, 4 cm 2. 6 cm, 6 cm, 4 cm 3. 10 cm, 12 cm, 14 cm

4. (1)当底边小于腰长时,如图 3-12, $AB+AD=15$, $BC+CD=12$.

$\because AB=AC$, D 是 AC 的中点, $\therefore AD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}AB$, 而 $AB+AD=\frac{3}{2}AB=15$.

$\therefore AB=AC=10$ cm, $CD=AD=5$ cm, $BC=12-CD=7$ cm.

(2)当底边大于腰时,如图 3-13,则 $AB+AD=12$, $BC+CD=15$.

同上法可求得 $AB=AC=8$ cm, $BC=11$ cm.

5. $\because AP+BP > AB$, $BP+CP > BC$, $AP+CP > AC$,

$\therefore 2(AP+BP+CP) > AB+BC+AC$, $\therefore \frac{1}{2}(AB+BC+AC) < AP+BP+CP$.

又由分节例 3 可得 $AB+AC > BP+PC$. 同理 $AB+BC > AP+PC$, $BC+AC > BP+AP$, $\therefore 2(AB+AC+BC) > 2(AP+BP+PC)$. $\therefore AP+BP+CP > AB+AC+BC$.

$\therefore \frac{1}{2}(AB+AC+BC) < AP+BP+CP < AB+AC+BC$.

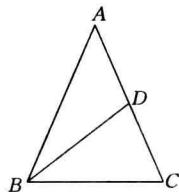


图 3-12

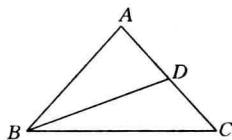


图 3-13

第三节 三角形的内角和

★知识链接

本节在研究三角形的边的基础上再来研究三角形的角的关系.

1. 三角形的内角和等于 180° .

2. 一个三角形有六个外角,一般研究每一个内角相邻的一个外角,这三个外角的和是 360° .

3. 三角形的任意一个外角都等于不相邻的两个内角的和,三角形的任意一个外角都大于不相邻的一个内角.

4. 三角形按角分可分为锐角三角形、直角三角形、钝角三角形,其中锐角三角形、钝角三角形统称斜三角形.

★学法扫描

三角形按角的大小分类为:三角形 $\begin{cases} \text{直角三角形} \\ \text{斜三角形} \begin{cases} \text{锐角三角形} \\ \text{钝角三角形} \end{cases} \end{cases}$

★例题引路

例 1 已知:如图 3-15, $\angle A=43^\circ$, $\angle C=53^\circ$, $\angle CBE=50^\circ$. 求 $\angle ADE$ 的大小.

[分析] 在 $\triangle CBE$ 中,已知 $\angle CBE$ 与 $\angle C$ 的大小,可求得 $\angle DEC$ 的度数, $\angle DEC$ 是 $\triangle ADE$ 的一个外角则 $\angle DEC = \angle A + \angle D$,并且已知了 $\angle DEC$, $\angle A$ 的大小,可求出 $\angle ADE$ 的度数.

解 在 $\triangle CBE$ 中, $\angle C=53^\circ$, $\angle CBE=50^\circ$,由三角形内角和的关系可知: $\angle BEC=77^\circ$.

又 $\angle BEC$ 是 $\triangle ADE$ 的一个外角, $\therefore \angle BEC = \angle A + \angle D$,又知 $\angle A=43^\circ$. 即 $70^\circ = 43^\circ + \angle D$, $\therefore \angle D=27^\circ$.

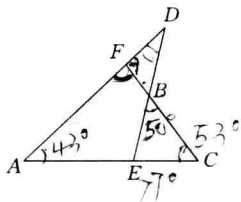


图 3-15

例 2 已知:在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=75^\circ$, $\angle C=45^\circ$, AD 是 BC 边上的高, AE 是 $\angle BAC$ 的平分线,求 $\angle DAE$ 的度数.

[分析] $\angle DAE$ 是 $\text{Rt}\triangle ADE$ 一个角,只要求出 $\angle AED$,就可求出 $\angle DAE$,而 $\angle AED = \angle C + \angle CAE$,而 $\angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC$,由 $\angle B=75^\circ$, $\angle C=45^\circ$,可求出 $\angle BAC$,则问题可解.

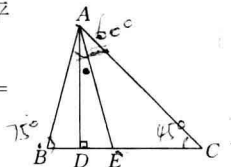


图 3-16

另一个思路是: $\angle DAE = \angle BAE - \angle BAD$,而 $\angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAC$, $\angle BAD = 90^\circ - \angle B$,而已知 $\angle B=75^\circ$, $\angle C=45^\circ$,上述各角都可求出.

解 $\because \angle B=75^\circ$, $\angle C=45^\circ$, $\therefore \angle BAC=60^\circ$. 又 AE 平分 $\angle BAC$, $\therefore \angle EAC=30^\circ$.

$\therefore \angle AEB = \angle C + \angle EAC = 75^\circ$. 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\angle DAE = 90^\circ - \angle AEB = 15^\circ$.

答: $\angle DAE$ 的度数是 15° .

例 3 已知:如图 3-17,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B$ 和 $\angle C$ 的平分线交于 O 点.

求证: $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$.

证明一 设 $\angle A=x$, $\angle ABC=y$,则 $\angle ACB=180^\circ-x-y$.

$\therefore \angle BOC = 180^\circ - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}(180^\circ - x - y) = 90^\circ + \frac{1}{2}x = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$.

证明二 $\angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) =$

$180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$.

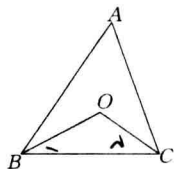


图 3-17

★分层体验

基 本 题

1. 判断题.

(1) 三角形的外角大于这个三角形的任何一个内角. ()

(2) 三角形的三个内角不能都大于 60° . ()

(3) 有两个角之和为 90° 的三角形是直角三角形. ()

(4) 斜三角形是指钝角三角形. ()

(5) 三角形的三个内角不能都小于 60° . ()

(6) 三角形的三个内角不能都小于 61° . ()

2. 填空题.

(1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=68^\circ$, $\angle B=54^\circ$, 则 $\angle C=$ _____.

(2) 直角三角形的一个锐角为 34° , 则另一个锐角为 _____.

- (3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$, 则 $\angle A =$ _____, $\angle B =$ _____, $\angle C =$ _____.
- (4) 任何一个三角形的外角和都等于 _____ 度.
- (5) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 120^\circ$, $\angle B = \angle C$, 则 $\angle C =$ _____ 度.
- (6) 如图 3-18, 在 $\triangle ABC$ 中, BD, CE 是高, BD 与 CE 相交于 H 点, 图中共有 _____ 个直角三角形, 若 $\angle DBC = 25^\circ$, $\angle ECB = 30^\circ$, 则 $\angle CHD =$ _____ 度, $\angle EHD =$ _____ 度, $\angle A =$ _____ 度, $\angle ABD =$ _____ 度.
- (7) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle C = 55^\circ$, $\angle B - \angle A = 10^\circ$, 那么 $\angle A =$ _____, $\angle B =$ _____.
- (8) 如果 $\angle B - \angle A - \angle C = 40^\circ$, 那么 $\angle B =$ _____.
- (9) 如果 $\angle A - \angle C = 35^\circ$, $\angle B - \angle A = 20^\circ$, 则 $\angle B =$ _____.
- (10) 如图 3-19, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A, \angle B$ 的平分线交于 O , 则 $\angle AOB =$ _____.

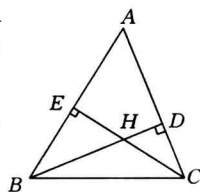


图 3-18

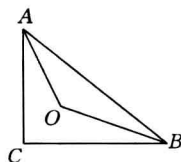


图 3-19

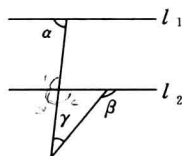


图 3-20

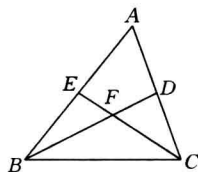


图 3-21

3. 选择题.

- (1) 如图 3-20, $l_1 \parallel l_2$, 在下列式子中, 等于 180° 的是 ().
- A. $\alpha + \beta + \gamma$ B. $\alpha + \beta - \gamma$ C. $-\alpha + \beta + \gamma$ D. $\alpha - \beta + \gamma$
- (2) 具备下列条件的 $\triangle ABC$ 中, 不是直角三角形的是 ().
- A. $\angle A + \angle B = \angle C$ B. $\angle A - \angle B = \angle C$
- C. $\angle A = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{3} \angle C$ D. $\angle A = \angle B = 3 \angle C$
- (3) 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $\angle A - \angle B = 90^\circ$, 那么 $\triangle ABC$ 是 ().
- A. 直角三角形 B. 钝角三角形
- C. 锐角三角形 D. 锐角三角形或钝角三角形
- (4) 任何一个三角形的三个内角中至少有 ().
- A. 两个锐角 B. 三个锐角 C. 一个钝角 D. 一个直角
- (5) 如果三角形三个外角度数之比为 $3 : 4 : 5$, 那么这个三角形一定是 ().
- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰三角形
- (6) 三角形的三个外角中, 钝角最多有 ().
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 以上都有可能
- (7) 下列命题中真命题是 ().
- A. 三角形的一个外角大于它的一个内角
- B. 三角形的一个外角等于它的两个内角的和
- C. 三角形的一个外角小于它的一个内角
- D. 三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和
- (8) 如图 3-21, 以下四个命题中不正确的是 ().
- A. $\angle EFD$ 是 $\triangle BFC$ 的一个外角 B. $\angle DFC$ 是 $\triangle BFC$ 的一个外角
- C. $\angle EFD + \angle FBC + \angle FCB = 180^\circ$ D. $\angle CDF = \angle A + \angle ABC$
- (9) 三角形中有一个外角小于与它相邻的内角, 则这个三角形一定是 ().
- A. 锐角三角形 B. 直角三角形
- C. 钝角三角形 D. 不能确定
- (10) 如图 3-22, 若 AE 是 $\angle ABC$ 一边 BC 上的高, AD 是 $\angle EAC$ 的角平分线交 BC 于 D , 若 $\angle ACB = 40^\circ$, 则 $\angle DAE$ 等于 ().
- A. 50° B. 25° C. 40° D. 35°

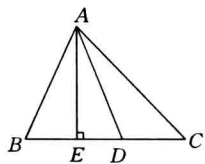


图 3-22

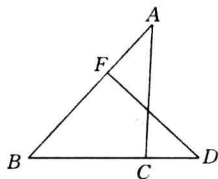


图 3-23

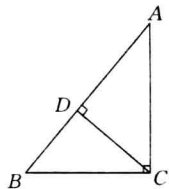


图 3-24

4. 解答下列各题.

- (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \angle B = 3\angle C$, 求 $\angle C$ 的度数.
- (2) 如图 3-23, $DF \perp AB$, $\angle A = 40^\circ$, $\angle D = 43^\circ$, 求 $\angle ACB$ 的度数.
- (3) 如图 3-24, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 40^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D , 求 $\angle B$, $\angle ACD$, $\angle DCB$ 的度数.
- (4) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle C = 2\angle B$, $\angle C - \angle A = 80^\circ$, 求 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 的度数.
- (5) 在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $\angle B = 52^\circ$, $\angle C = 78^\circ$, 求 $\angle ADC$ 的度数.
- (6) 如图 3-25, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 24^\circ$, $\angle C = 46^\circ$, $AD \perp BC$ 于 D , AE 平分 $\angle BAC$, 求 $\angle DAE$ 的度数.

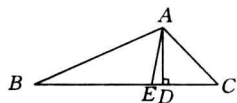


图 3-25

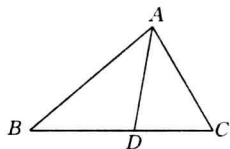


图 3-26

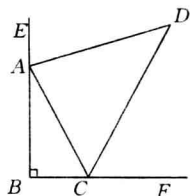


图 3-27

- (7) 如图 3-26, 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $\angle B = \angle BAD$, $\angle ADC = 80^\circ$. 求 $\triangle ABC$ 各内角的度数.
- (8) 如图 3-27, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, AD 平分 $\angle CAE$, CD 平分 $\angle ACF$, 求 $\angle D$ 的度数.

提高题

1. 选择题.

- (1) 若 a, b, c 是三角形的三边长, 则代数式 $a^2 - 2ab - c^2 + b^2$ 的值().
 A. 大于 0 B. 等于 0 C. 小于 0 D. 不能确定
- (2) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 2\angle B$, 则 $\angle B$ 的范围是().
 A. $10^\circ < \angle B < 20^\circ$ B. $20^\circ < \angle B < 30^\circ$ C. $30^\circ < \angle B < 45^\circ$ D. $20^\circ < \angle B < 45^\circ$

2. 解答下列各题.

- (1) 已知: 如图 3-28, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$ 于 D , BF 平分 $\angle ABC$ 交 AD 于 E 点, 交 AC 于 F 点. 求证: $\angle AEF = \angle AFE$.

- (2) 已知: 如图 3-29, 在 $\triangle ABC$ 中, BP 平分 $\angle ABC$, CP 平分 $\angle ACE$. 求证: $\angle P = \frac{1}{2} \angle A$.

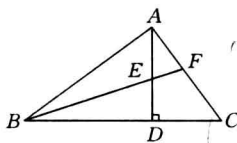


图 3-28

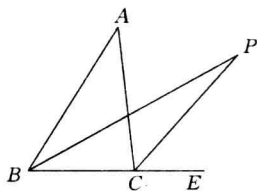


图 3-29

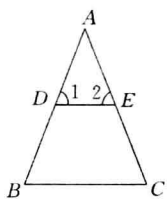


图 3-30

- (3) 已知: 如图 3-30, D, E 分别在 AB, AC 上, $\angle B = \angle C$, $\angle 1 = \angle 2$. 求证: $DE \parallel BC$.