Z 各个击破

ZHUANTI DIANJI

专题点击

以专题为编写线索

针对性、渗透性强

体例新颖、注重能力培养

适用区域广泛

高中数学

·平面解析几何·

主　编　张绍春　赵莉红

东北师范大学出版社

13

Z 各个击破

ZHUANTI DIANJI

以专题为编写线索

针对性、渗透性强

体例新颖、注重能力培养

专题点击

13

高中数学

·平面解析几何·

主 编 张绍春 赵莉红

东北师范大学出版社·长春

图书在版编目（CIP）数据

专题点击．高中数学．平面解析几何/张绍春主编．长春：东北师范大学出版社，2003.5
ISBN 7-5602-3325-2

Ⅰ．专…　Ⅱ．张…　Ⅲ．解析几何课—高中—教学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 026550 号

ZHUANTI DIANJI

□策划创意：一编室
□责任编辑：李敬东　□责任校对：孟繁波
□封面设计：张　然　□责任印制：栾喜湖

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号　邮政编码：130024
电话：0431—5695744　5688470　传真：0431—5695734
网址：www.nnup.com　电子函件：sdcbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版
沈阳新华印刷厂印装
沈阳市铁西区建设中路 30 号（110021）
2003 年 5 月第 1 版　2003 年 5 月第 1 次印刷

幅面尺寸：148 mm × 210 mm　印张：10.75　字数：374 千
印数：00 001 — 10 000 册

定价：13.00 元

本书作者

ZHUANTI DIANJI GAOZHONG SHUXUE

主　编	张绍春　赵莉红
本册主编	李龙日　李香兰　兰培娟
编　者	卢　伟　刘宇辉　杨　君　史俊和
	薛红莉　俞长湘　陈　曦　郭艳春
	罗彦东　赵雪梅　张月柱　于　斌
	姜春英　王明春　沈度来　董阳春

CHUBANZHE DE HUA

出版者的话

《专题点击》丛书的创意始于教材改革的进行，教材的不稳定使教辅图书市场异彩纷呈，新旧图书杂糅，读者即使有一双火眼金睛，也难以取舍。但无论各版别的教材如何更新，变革，万变不离其宗的是，删改陈旧与缺乏新意的内容，增加信息含量，增强人文意识，培养创新精神，增添科技内涵，活跃思维，开发学生的创新、理解、综合分析及独立解决问题等诸多能力，而这些目标的实现均是以众多不断调整的知识板块、考查要点串连在一起的。不管教材如何更改，无论教改的步子迈得多大，这些以丰富学生头脑，开拓学生视野，提高其综合素养为宗旨的知识链条始终紧密地联系在一起，不曾有丝毫的断裂，而我们则充分关注形成这一链条的每一环节，这也是“专题”之切入点。

《专题点击》丛书的出版正是基于此种理念，涵盖初高中两个重点学习阶段所学语文、英语、数学、物理、化学等五个学科，各科以可资选取的知识板块作为专题，进行精讲，精解，精练。该丛书主要具有以下特点：

一、以专题为编写线索

语文、英语、数学、物理、化学五主科依据初高中各年级段整体内容及各学科的自身特点，科学、系统地加以归纳、分类及整理，选取各科具有代表性的知识专题独立编写成册，并以透彻的讲解，精辟的分析，科学的练习，准确的答案为编写思路，再度与一线名师携手合作，以名师的教学理念为图书的精髓，以专题为轴心，抓住学科重点、知识要点，以点带面，使学生对所学知识能融会贯通。

二、针对性、渗透性强

“专题”，即专门研究和讨论的题目，这就使其针对性较明显。其中语文、英语两科依据学科试题题型特点分类，数学、物理、化学各科则以知识板块为分类依据，各科分别撷取可供分析讨论的不同板块，紧抓重点难点，参照国家

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

课程标准及考试说明，于潜移默化中渗透知识技能，以收“润物细无声”之功效。

三、体例新颖，注重能力培养

《专题点击》丛书体例的设计，充分遵循了学生学习的思维规律，环环相扣，逻辑性强。基础知识的讲解，注重精练，循序渐进，以至升华；典型例题，以实例引航，达到举一反三，触类旁通；把知识点融入习题，鼓励实战演练，做到学以致用。本丛书一以贯之、自始至终遵循的是对学生能力的培养。

四、适用区域广泛

《专题点击》丛书采用“专题”这一编写模式，以人教版教材为主，兼顾国内沪版、苏版等地教材，汲取多种版本教材的精华，选取专题，使得本套书在使用上适用于全国的不同区域，可活学活用，不受教材版本的限制。

作为出版者，我们力求以由浅入深、切中肯綮的讲解过程，化解一些枯燥的课堂教学，以重点、典型的例题使学生从盲目的训练中得以解脱，以实用、适量的练习减少学生课下如小山般的试卷。

我们的努力是真诚的，我们的探索是不间断的，希望我们的努力使学生有更多的收获。成功并不属于某一个人，它需要我们共同创造，需要我们携手前行。

东北师范大学出版社

第一编辑室

ZHUANTI DIANJI

目录

专题点击

ZHUANTI DIANJI

专
题
点
击

第一章 坐标系

解析几何学成功地将几何与代数统一起来了,完成这个统一的基础是找到了能够联系几何与代数的桥梁——坐标系. 因此,理解好坐标系及其基本思想方法,是学好解析几何的前提.

几何学的研究对象是几何图形,用集合的观点来分析,可以认为几何图形是由"点"组成的;代数学的研究对象是数、方程、不等式等,其"基本构成单位"可以认为是"数". 找到了这两门完全独立的学科的各自的"组成单位",即"点"与"数"(好比动植物体的细胞一样),再进一步思考如何将"点"与"数"建立起对应关系. 这就促使我们寻找能使"点"与"数"联系起来的必要而可行的工具.

本章将要介绍的平面直角坐标系就是将"点"与"数"对应起来的一种工具.

第一节 有向线段

1 知识点击 循序渐进

一、对数轴的复习

在初中,我们学习了数轴的概念,现在作简单回顾.

1 数轴的概念

我们把规定了原点、正方向和长度单位的直线叫数轴. 通常用箭头表示正方向,O 表示原点,并常把原点与实数 0 对应起来,原点右面的点对应正实数,原点左面的点与负实数对应. 这样,实数集与数轴上的点集可以建立一一对应关系(如图 1 - 1).

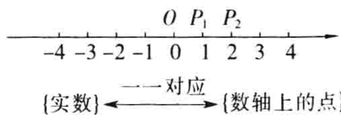

图 1 - 1

2 与数轴有关的知识

(1)绝对值:某点离开原点的距离,就是对应的数的绝对值.

(2)数轴上两点 P_1,P_2 的距离:$|P_1P_2|=|x_{P_2}-x_{P_1}|$

二、有向直线和有向线段

1 有向直线

在平面几何里,对于一条直线,只考虑它的位置而不考虑它的方向,并且任意不重合的两点 A,B 唯一确定一条直线 l, 如图 1 - 2. 直线 l 也可以称为直线 AB 或直线 BA. 这三种称法是没有区别的.

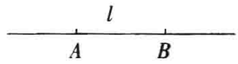

图 1 - 2

换一个角度,如果把直线看做一个点移动而形成的(即点的轨迹),则图中的直线 l 可视为点沿由 A 到 B 的方向(即由左至右)运动,又可视为点沿由 B 到 A 的方向(即由右至左)运动而形成的. 这里就出现了两个不同的方向. 可见,如果考虑到方向,直线 l 应有两种相反的方向.

有些问题确实需要考虑"方向性". 例如,物理学中的"力"的概念,在笔直的公路上行驶的汽车有"往"与"返"两种方向. 因此,除了考查直线的位置外,还应研究直线的方向. 那么如何来表示直线的两种方向呢?

我们人为地规定直线的方向:一个方向为正向,另一个方向则为负向. 例如,我们可以规定图中的直线 l 的正向为由 A 到 B 的方向, 那么由 B 到 A 的方向就是负向.

定义:规定了正方向的直线叫做有向直线. 通常用箭头表示正方向.

例如,数轴是一条有向直线,它的正方向是由左至右方向,如图 1 - 3 中的①. 如图 1 - 3 中的②,③这样的直线就是两种有不同含义的有向直线: 有向直线 AB 和有向直线 BA. 注意:这是两条不同的有向直线.

今后画水平放置的有向直线时,通常习惯地画成由左至右为正方向的直线. 当然,有向直线也可以画成竖直的、倾斜的等各种方向.

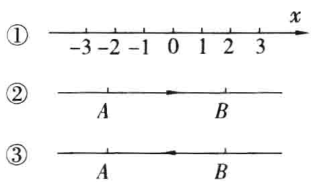

图 1 - 3

2 有向线段

平面几何中的线段也没有方向性, 但引进了有向直线的概念后,很自然地应规定线段的方向,这也有很重要的实际意义.

线段的方向可以用它的两个端点来表示:把其中一个端点规定为起点,把另一个端点规定为终点,则它的方向就是由起点到终点的方向. 如图 1 - 4,A 为起

点，B 为终点，则线段 AB 的方向就是由 A 至 B.

定义： 我们把规定了起点和终点的线段叫有向线段. 通常把起点字母写在前，终点字母写在后，则方向是由 A 点到 B 点的有向线段 AB 简记为 $\overline{AB}$.

图 1 - 4

同样地，一条直线 AB 对应两条不同的有向线段 $\overline{AB}$ 与有向线段 $\overline{BA}$，如图 1 - 4.

有向线段可以计算它的长度. 从"长度"方面来衡量而不考虑方向，则线段 AB 与线段 BA 就是无区别的了. 但若考虑其方向，它们就是两条不同的有向线段了. 这也是线段与有向线段的区别. 一般地，两条不同的有向线段是长度或方向不完全相同的两条有向线段(平面几何里的两条不同线段，往往只看长度).

对比一下"有向直线"和"有向线段"这两个定义中的关于"方向"的规定，可以看出：有向直线是规定了"正方向"的直线，而有向线段则指出了"起点"和"终点"，即指出了它的方向的线段.

3 有向线段的数量与长度

有向线段所在的有向直线的方向与有向线段的方向可能相同，也可能相反.

下面给出"有向线段的长度"和"有向线段的数量"这两个概念.

定义： 选定一条线段作为度量的长度单位，我们可以量得一条线段 AB 的长度(如图 1 - 5). 线段 AB 的长度，就是有向线段 $\overline{AB}$ 的长度，记作 $|AB|$.

注意： ① "有向线段的长度"与"线段的长度"是相同的，与有向线段的方向无关，即 $|AB|=|BA|$.

② 有向线段的长度是一个非负数.

由定义可知，有向线段的长度这一非负数不能反映有向线段的方向.那么怎样把有向线段的长度和方向用数表示出来呢？

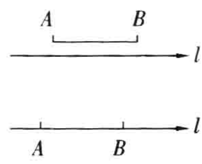

图 1 - 5

定义： 如果有向线段 $\overline{AB}$ 与它所在有向直线(或与它平行的有向直线) l 的方向相同(或相反)，则把它的长度前加上正号(或负号)，这样所得的数叫有向线段的数量(或称有向线段的值). 有向线段 $\overline{AB}$ 的数量用 AB 表示. 由图 1 - 5 易知，$AB=|AB|$ (因为 $\overline{AB}$ 的方向与 l 的正方向相同)，$BA=-|AB|$(因为 $\overline{BA}$ 的方向与 l 的正方向相反，故前面加上了负号). 显然，$AB=-BA$.

例如，图 1 - 6 中有向线段 $\overline{AB}$ 的数量是 3，有向线段 $\overline{BC}$ 的数量是 -5，即 $AB=3$，$BC=-5$，

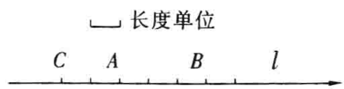

图 1 - 6

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

可见 $AB=|AB|$, $BC=-|BC|$.这表明了有向线段的数量就是它的长度前面加上了表示方向的正、负号.

以上对有向直线和有向线段的有关概念作了介绍,下面作简单总结:

(1)有向直线是规定了正方向的直线.

(2)有向线段是规定了起点和终点的线段.

(3)有向线段 $\overline{AB}$ 既有长度,又有数量. 其长度就是线段的长度,记作 $|AB|$. 其数量是在长度前加上"+"或"−"所得的数,记作 AB. "长度"反映了线段的平面几何性质,"数量"反映了它的方向性质及平面几何性质.

下面给出"有向线段"和"有向直线"的上面这些知识的一个应用——进一步研究与数轴有关的知识.

首先,数轴是一条有向直线(因为它是有正方向的一条直线),在平面内可以任意放置(水平的、竖直的、倾斜的等等).

其次,数轴上的点唯一对应着一个实数. 这种对应是怎样规定的呢? 数轴上任一点 A,与之对应的一个实数 x_A 叫 A 点的坐标. x_A 可能是正数、负数或 0. 事实上,x_A 就是有向线段 $\overline{OA}$ 的数量. 如图 1 - 7,易知:$x_A=OA=3$, $x_B=OB=-4$.从而可知数轴上任意一点 P 的坐标就是以 O 为起点,以 P 为终点的有向线段 $\overline{OP}$ 的数量. 也就是说,数轴上的点与实数集 $\mathbf{R}$ 的对应法则是:以 O 为起点,以这个点为终点的有向线段的数量. 并且这种对应是一一对应.

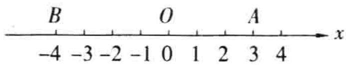

图 1 - 7

可见,数轴是联系"点"与"数"的一个工具.

4 有向线段的数量公式和数轴上两点的距离公式

图 1 - 7 中的点 A, B 的坐标分别为 $x_A=3$, $x_B=-4$. 那么 AB 能否通过 x_A, x_B 表示出来呢?

易知 $|AB|=7$,又 $\overline{AB}$ 的方向与数轴正方向相反. 所以,$AB=-|AB|=-7$,而 $BA=|AB|=7$.

一般地,设 P_1, P_2 是数轴上任意两点,它们的坐标分别是 x_1, x_2,那么有向线段 $\overline{P_1P_2}$ 的数量 $P_1P_2=x_2-x_1$,点 P_1, P_2 的距离 $|P_1P_2|=|x_2-x_1|$.

由于 P_1, P_2 是数轴上任意两点,则 P_1, P_2, O 三个点的相对位置不止一种. 当 P_1, P_2, O 三点中任何两点都不重合时,它们的位置关系有且仅有六种(如图 1 - 8). 下面仅就①的情形加以证明.

证明: $\because$ $|P_1P_2|=|P_1O|+|OP_2|=|x_1|+|x_2|$,

又 $x_1<0$, $x_2>0$,

$\therefore$ $|P_1P_2|=|x_1|+|x_2|=-x_1+x_2=x_2-x_1$,

而$\overline{P_1P_2}$的方向与数轴正方向一致，

$\therefore P_1P_2=|P_1P_2|$，

$\therefore P_1P_2=x_2-x_1, |P_1P_2|=|x_2-x_1|$.

其余②~⑥的情形，可类似地证得$P_1P_2=x_2-x_1$，$|P_1P_2|=|x_2-x_1|$总成立.

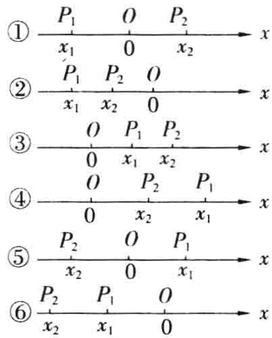

图 1 - 8

综上可得有向线段$\overline{P_1P_2}$的数量公式及数轴上两点P_1,P_2的距离公式：

$$P_1P_2=x_2-x_1, |P_1P_2|=|x_2-x_1|.$$

从图 1 - 9 中容易得到$CA=2, AB=3, CB=5$，可见$CA+AB=CB$.

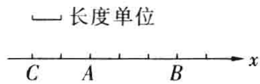

图 1 - 9

一般地，可以得到下面的定理.

定理： 有向直线上任意三点A, B, C，总有$AB+BC=AC$.

这个定理称为沙尔(1793~1880，法国几何学家兼数学史家)公式(也叫有向线段的加法定理).

如图 1 - 10，设A, B, C所在的有向直线为数轴(即任取一点为原点并取定长度单位)，A, B, C的坐标分别为a, b, c，则不管A, B, C的排列次序如何，总可得到$AB=b-a, BC=c-b$，故$AB+BC=(b-a)+(c-b)=c-a$，又$AC=c-a$，所以$AB+BC=AC$.

这个定理可以推广到有向直线上任意n个点的情形.

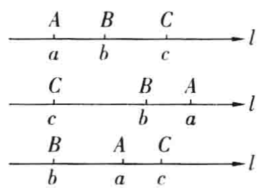

图 1 - 10

5 有向线段的定比分点

(1)“有向线段的定比分点”的概念.

定义： 有向直线l上的一点P把l上的有向线段$\overline{P_1P_2}$分成两条有向线段$\overline{P_1P}$和$\overline{PP_2}$，我们把$\overline{P_1P}$和$\overline{PP_2}$的数量的比$\dfrac{P_1P}{PP_2}$叫点P分有向线段$\overline{P_1P_2}$所成的比.通常用字母λ表示这个比值，即$\lambda=\dfrac{P_1P}{PP_2}$. 点$P$叫$\overline{P_1P_2}$的定比分点.

注意： ① 有向线段$\overline{P_1P_2}$是有向直线l上的一条有向线段，P_1是起点，P_2是终点，点P在l上，可以在线段P_1P_2上，也可以不在线段P_1P_2上.

② $\overline{P_1P}$是以P_1为起点，P为终点的有向线段，$\overline{PP_2}$是以P为起点，P_2为终点的有向线段，顺序不能颠倒，否则λ的值就变了.

③ λ是两条有向线段的数量的比，可能是正数，也可能是负数.

下面考虑 λ 值的范围与点 P 的关系，见图 1 - 11.

① 点 P 是有向线段 $\overline{P_1P_2}$ 的中点时（如图 Ⅰ）：由于点 P 是 $\overline{P_1P_2}$ 的中点，故 $|P_1P|=|PP_2|$，又 $\overline{P_1P}$ 与 $\overline{PP_2}$ 方向相同，故 P_1P 与 PP_2 同号，因此 $\lambda=\dfrac{P_1P}{PP_2}=1$.

② 点 P 在有向线段 $\overline{P_1P_2}$ 上时（即点 P 在点 P_1,P_2 之间，如图 Ⅱ）：由于 $\overline{P_1P}$ 的方向与 $\overline{PP_2}$ 的方向总一致，故 $\lambda=\dfrac{P_1P}{PP_2}>0$.

③ 点 P 在有向线段 $\overline{P_1P_2}$ 外侧时（即点 P 不在点 P_1,P_2 之间，如图 Ⅲ 和 Ⅳ）：由于 $\overline{P_1P}$ 的方向与 $\overline{PP_2}$ 的方向总相反，故 $\lambda=\dfrac{P_1P}{PP_2}<0$.

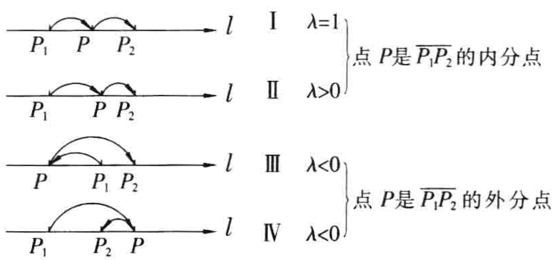

图 1 - 11

思考题：① $\lambda=0$ 时，P_1,P_2,P 三点位置如何？

② $\lambda=-1$ 时，P_1,P_2,P 三点位置如何？

③ 当 P_1,P_2,P 三点位置关系是怎样时，λ 不存在？

易知 $\lambda=0$ 时，P 与 P_1 重合；$\lambda=-1$ 时，$P_1P=-PP_2$，即 P_1,P_2 重合，此时 $\overline{P_1P_2}$ 无意义，因此一般地说，$\lambda\neq-1$；当 P 与 P_2 重合时，$PP_2=0$，此时 λ 不存在.

“有向线段定比分点”的概念是解析几何的基本概念，应深入理解定义的内涵，以便今后的学习. 下面给出这个概念的一个简单应用.

(2)在数轴上的一个应用——数轴上线段的定比分点坐标公式.

如果有向线段 $\overline{P_1P_2}$ 在数轴上，点 P_1,P_2 的坐标分别是 x_1,x_2，设点 P 分 $\overline{P_1P_2}$ 的比为 λ，现在求 P 点的坐标 x（如图 1 - 12）.

$\because\ P_1P=x-x_1,PP_2=x_2-x$,

$\therefore\ \lambda=\dfrac{P_1P}{PP_2}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x}$，$\therefore\ x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}$.

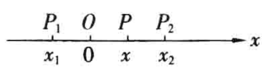

图 1 - 12

可见，只要 P_1,P_2 的坐标和 λ 已知，P 点的坐标就可应用此公式求得.

2 实例引航 举一反三

例 1 已知 A,B,C,D 四点在一条直线上,求证:$AB+BC+CD+DA=0$.

分析 将直线上某一点 O 设为坐标原点,得到 A,B,C,D 各点的坐标,利用有向线段数量公式来加以证明.

证法一:在 A,B,C,D 四点所在直线上任取一点 O,记为原点,规定由 A 到 O 的方向为正方向,得到一条数轴. 设 $A(x_1),B(x_2),C(x_3),D(x_4)$,则 $AB+BC+CD+DA=(x_2-x_1)+(x_3-x_2)+(x_4-x_3)+(x_1-x_4)=0$,即 $AB+BC+CD+DA=0$.

分析 由于 A,B,C,D 在一条直线上,故可利用沙尔公式来证明.

证法二:$AB+BC=AC,CD+DA=CA$,而 $AC=-CA$,

$\therefore AB+BC+CD+DA=0$.

例 2 已知 A,B,C,D 是一条有向直线上的四点,且 $\dfrac{AC}{CB}+\dfrac{AD}{DB}=0$,求证:$\dfrac{1}{AC}+\dfrac{1}{AD}=\dfrac{2}{AB}$.

分析 这是一道几何问题,用解析法来证,就要建立坐标系,因为 A,B,C,D 四点在同一直线上,所以可考虑建立数轴来证明.

以四点所在直线作为数轴,由于 A 点在题目中出现的次数最多,为使问题更简单,可选 A 点作为原点. 设 B,C,D 的坐标分别为 b,c,d. 由此根据有向线段的数量公式,则有 $AC=c,AB=b,CB=b-c,AD=d,DB=b-d$. 于是问题就转化为"已知 $\dfrac{c}{b-c}+\dfrac{d}{b-d}=0$,求证 $\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{d}=\dfrac{2}{b}$"这样一个代数问题了. 事实上,这个代数问题是不难证明的.

证明:以四点所在直线为数轴,设 A,B,C,D 四点的坐标分别为 $0,b,c,d$.

$\because \dfrac{AC}{CB}+\dfrac{AD}{DB}=0$,即 $\dfrac{c}{b-c}+\dfrac{d}{b-d}=0$,即 $b(c+d)=2cd$,即 $\dfrac{c+d}{cd}=\dfrac{2}{b}$,

$\therefore \dfrac{1}{AC}+\dfrac{1}{AD}=\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{d}=\dfrac{c+d}{cd}=\dfrac{2}{b}$.

又 $\dfrac{2}{AB}=\dfrac{2}{b}$,$\therefore \dfrac{1}{AC}+\dfrac{1}{AD}=\dfrac{2}{AB}$.

例 3 选择题

(1)数轴上,点 A 的坐标是 -7,$AB=2$,则点 B 的坐标是(　　)

A.-5　　B.5　　C.-9　　D.9

解析 注意到 $AB=2$ 是 $\overline{AB}$ 的数量等于 2. 设点 A 的坐标为 x_1,点 B 的坐标为 x_2,则 $AB=x_2-x_1$.

$\therefore\ x_2=AB+x_1=2+(-7)=-5$.

故选 A.

(2)若点 A 分 BC 所成的比为$-\dfrac{1}{3}$,则点 B 分 AC 所成的比为(　　)

A.$\dfrac{1}{3}$　　B.$\dfrac{1}{2}$　　C.$-\dfrac{1}{3}$　　D.$-\dfrac{1}{2}$

解析 如图 1 - 13,点 A 分 $\overline{BC}$ 所成的比为$\dfrac{BA}{AC}=-\dfrac{1}{3}$,

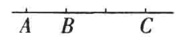

图 1 - 13

$\therefore$ 点 B 分 AC 所成的比为$\dfrac{AB}{BC}=-\dfrac{1}{2}$.

故选 B.

(3)点 P 分 P_1P_2 所成的比 $\lambda=-\dfrac{1}{2}$,则点 P(　　)

A.在 P_1 的左侧　　B.在 P_2 的右侧　　C.在 P_1P_2 的中点　　D.不存在

解析 $\because -1<\lambda<0$,$\therefore$ 点 P 在 P_1P_2 的反向延长线上,即在 P_1 的左侧.

故选 A.

例 4 证明不等式:$|x+2|+|x-3|\geqslant 5$.

证明:在数轴上设 P,A,B 的坐标分别为 $x,-2,3$,因为数轴上任意点 P 到线段 AB 两端距离的和,总不小于线段的长.

$\therefore\ |PA|+|PB|\geqslant|AB|$,

$\therefore\ |x+2|+|x-3|\geqslant|3-(-2)|=5$

说明:本题还可以推广到直角坐标平面上.

例 5 已知 $a<b<c$,分别求下列函数的最小值.

(1)$y=|x-a|$;

(2)$y=|x-a|+|x-b|$;

(3)$y=|x-a|+|x-b|+|x-c|$.

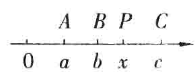

图 1 - 14

解:如图 1 - 14 所示,设 A,B,C,P 为数轴上四点,坐标分别为 a,b,c,x,且 $a<b<c$.

(1)$|x-a|$表示动点 $P(x)$到定点 $A(a)$的距离,显然当 $x=a$ 时,y 有最小值 0;

(2)$|x-a|+|x-b|$表示动点 $P(x)$到两个定点 $A(a)$,$B(b)$的距离之和,当且仅当 P 在线段 AB 上,即 $a\leqslant x\leqslant b$ 时,$y=|x-a|+|x-b|=|b-a|=b-a$,$\therefore\ y$ 有最小值 $b-a$;

(3)由(1)知 $y_1=|x-b|$,当 $x=b$ 时,y_1 有最小值 0.

由(2)知 $y_2=|x-a|+|x-c|$，当 $a\leqslant x\leqslant c$ 时，y_2 有最小值.

$\because$ $a<b<c$，$\therefore$ 当 $x=b$ 时，y_1 与 y_2 同时有最小值，于是 y_1+y_2 也有最小值.

$\therefore$ $y_{\text{最小}}=(y_1)_{\text{最小}}+(y_2)_{\text{最小}}=0+(c-a)=c-a$.

说明：本题也可以用函数图像来解，但要画出(2)，(3)的分段函数图像是比较复杂的.

第二节 平面直角坐标系

1 知识点击 循序渐进

通过上节对数轴的研究，我们知道直线上一点 P(几何元素)的位置可以用它的坐标 x_P(代数对象)来确定. 反之，有了数轴这一工具，任意一个实数 x_P 就唯一确定数轴上的一点 P 的位置了. 数轴这一有向直线也称为一维坐标系，它完成了直线上“点”与一个“实数”之间的相互确定的问题(一一对应关系). 那么平面上任意一点 A 怎样用“实数”来表示呢？回想初中学过的平面直角坐标系可以知道，通过平面直角坐标系这一工具，就能够把平面上一点 A 用一对有序实数(x_A,y_A)表示出来.

平面直角坐标系也叫“笛卡儿坐标系”. 这是因为笛卡儿受当时天文学、地理学中用经纬度来描述位置的启发，首先创造性地给出了确定点的位置的方法——平面直角坐标系，故人们就用他的名字命名.

事实上，日常生活中我们很多地方都在无意中使用着类似“直角坐标系”的方法来确定位置. 例如，电影院中的某一个座位是用某排某号来定位的. 比方说，给你一张 5 排 7 号的电影票，你就会由(5,7)这两个有序实数找到你的座位. 又如，某城有东西向和南北向的十字交叉的街道，你站在交叉路口处可以指示某人向东行 10 km，再向南行 5 km 到某处 A. 这人根据(10,5)(连同方向)这两个数据，便会准确到达 A 处.

下面再复习平面上点的位置.

作如下图形：

(1)在平面上选定两条互相垂直的直线，并指定正方向；

(2)以这两条直线的交点 O 作为原点；

(3)选取任意长的线段作为这两条直线的公共长度单位.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com