

论联合演算

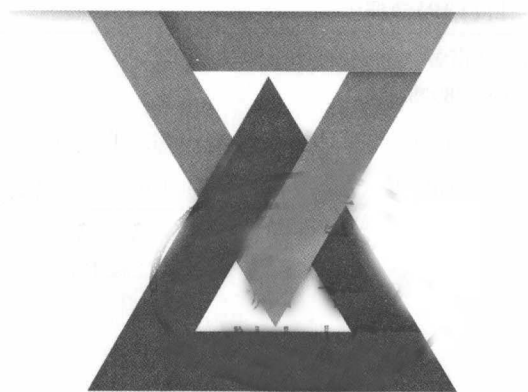
马 雷/著



科学出版社

论联合演算

马 雷/著



科学出版社

北 京

图书在版编目(CIP)数据

论联合演算/马雷著. -北京:科学出版社, 2013

ISBN 978-7-03-038928-2

I. ①论… II. ①马… III. ①逻辑哲学-研究 IV. ①B81-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 248930 号

责任编辑:郭勇斌 高丽丽 / 责任校对:鲁 素

责任印制:赵德静 / 封面设计:无极书装

编辑部电话:010-64035853

E-mail:houjunlin@mail.sciencep.com

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

文林印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 10 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2013 年 10 月第一次印刷 印张:20 1/2

字数:413 000

定价:88.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

联合演算理论的构建及其奠基意义(序)

张建军*

马雷教授的专著《论联合演算》由科学出版社付梓面世,特致祝贺!

马雷曾于1991~1994年在南京大学逻辑学专业攻读硕士学位,在导师郁慕镛先生指导下,致力于大卫·希尔伯特的“联合演算”理论研究。硕士一年级期间,马雷就完成了《论联合演算对传统推论学说的系统化处理》一文,先后在江苏省逻辑学会主办的《逻辑科学》(内刊)、《南京地区高校研究生优秀论文集》和《南京大学学报》发表;二年级完成《联合演算在系统处理传统推论学说中存在的若干问题评析》,经何应灿、彭漪涟与冯棉教授审阅推荐,在《华东师范大学学报》发表;三年级荣获南京大学光华奖学金一等奖。其八万字硕士学位论文《从联合演算的观点看传统名词逻辑》获得以郑毓信教授为主席的答辩委员会一致好评,以全优成绩通过论文答辩(2009年,第五届金岳霖学术奖专门奖励改革开放以来逻辑学专业优秀学位论文,此文荣获优秀硕士论文奖)。此后,马雷的学术志趣转移到科学哲学与科学逻辑研究,并逐渐成长为该领域的知名学者,他在南京大学攻读硕士学位期间所打下的扎实的现代逻辑功底和宽广的学术视域,在此过程中发挥了至关重要的作用。有鉴于对联合演算问题之重要性的认识,近年来马雷重拾旧题,经过几年工作完成了这部专论联合演算的学术专著,使得联合演算研究的意义与价值得到了相当系统的新的呈现。

大家知道,我国逻辑教学与研究是在改革开放以后才真正起步的,而莫绍揆先生在20世纪50年代已翻译出版的希尔伯特与阿克曼的经典教材《数理逻辑基础》(科学出版社,1958年版),在这一现代化历程中发挥了关键作用,联合演算理论的系统建构即源于该书。由于我国特定的学术背景,格·克劳斯的《形式逻辑导论》中译本(上海译文出版社,1981年版),在使得我国学界澄清“数理逻辑是传统演绎逻辑的现代化、是演绎逻辑的现代阶段”上也发挥了重要作用,而该书把联合演算作为这种澄清的一个重要工具。正是在对这两部著作的精心研读中,马雷发现,希氏联合演算理论建构中有着以往未被察觉但并非不重要的缺陷。在郁慕镛等先生的鼓励下,他通过深入解剖而提出问题,又致力于分析问题与解决问题,建构了一个能够克服缺陷的完善的联合演算理论,并得到了学界肯定。在近年的修订和扩展性研究中,马雷不但将原来的成果加以精心修正,而且扩展到亚里士多德模态三

* 张建军,南京大学哲学系教授,南京大学现代逻辑与逻辑应用研究所所长,中国逻辑学会副会长。

段论研究,为以现代逻辑工具“重释”亚里士多德模态逻辑这一历久不衰的课题增添了一个独特视角。

经过 30 余年的长足发展,我国逻辑教学与研究的景象已与其初始阶段不可同日而语,与国际逻辑水平接轨的目标可谓已初步实现。但与全面实现逻辑教学与研究现代化的目标相比,其发展显然不尽如人意,还有很长的路要走。因此,我国逻辑事业的进一步发展需要做多方面反思。我认为,与逻辑发展先进国家相比,我们的一个重要缺陷是长期以来过多强调对众多“前沿”问题的“追赶”,而忽视了对逻辑基础和逻辑发展史中一些基本问题的研究(及其教学),而这些研究往往构成理解与解决在学科前沿上面临的问题的一些基础性工作。比如,在多年从事现代逻辑与西方逻辑史教学的过程中我深深感到,以往学界对于希尔伯特在现代逻辑发展史的地位与作用尚缺乏足够的认识。实际上,现代演绎逻辑与传统演绎逻辑的根本差异,不在于其研究的核心诉求(即把握形式有效性或逻辑后承关系),而在于形式系统方法。对于形式系统方法做出系统澄清者,不是数理逻辑初始研究纲领的提出者莱布尼茨,不是践行莱氏纲领而建立抽象代数的布尔,不是基于“命题函数”与“逻辑量词”两大发现而成为现代逻辑之父的弗雷格,也不是紧紧抓住这两大发现而大力推广现代逻辑思想的罗素,而是证明论与元数学的创建者希尔伯特。前几人可以说只是在现代逻辑创生史上“使用”了形式系统方法,直到希尔伯特才对这一根本方法做出了理论澄清。没有这样的澄清,就不会有哥德尔定理和塔斯基形式语言真理论这样划时代的成就,也不会有当代逻辑科学的持续繁荣。而《数理逻辑基础》就是这种澄清工作的经典之作。其中的“联合演算”,正是希尔伯特为阐释形式系统方法而给出的一个基础范本,即对一个语形演算系统可以给予类逻辑、命题逻辑及一阶谓词逻辑等诸多语义解释,从而使这些理论可以获得统一的系统化处理。对于这种经典范本的修正与完善及其多方面功能的探讨,其研究价值以及对逻辑基础教学的意义,都是不言而喻的。因此,我认为,马雷教授在本书中所取得的成果,值得学界予以广泛重视与研究。

马雷教授自南京大学毕业以来,不但以其突出业绩为“南逻人”增光添彩,而且始终关心南京大学逻辑与哲学事业的发展,特别是近年作为南京大学现代逻辑与逻辑应用研究所兼职研究员,在研究生培养上提供了诸多支持与帮助,亦借此机会表达深切谢忱。

是为序。

前言

传统词项^①逻辑是亚里士多德(Aristotle, 公元前384~前322年)逻辑学的完善和发展,亚里士多德的逻辑学说已经经受了两千多年的考验。古罗马盖伦的《逻辑原理》,中世纪西班牙彼得的《逻辑大全》都不能摆脱亚里士多德逻辑学的基本思想,近代弗兰西斯·培根的《新工具》倡导一种新的归纳逻辑,但难以撼动亚里士多德逻辑学的基础,威廉·莱布尼茨的《人类理智新论》虽然是现代形式逻辑的奠基性著作,但其建立的演算规则只不过是亚里士多德推理规则的精确化变种。难怪伊曼努尔·康德感慨道:

逻辑自古代以来即已在安固之途径中进行,此由以下之事实即可证明之者,盖自亚里士多德以来,逻辑从未须后退一步,且吾人之所视为改进者,亦仅删除若干无聊之琐碎技巧,或对于所已承认之教诲,更明晰阐明之而已,此等事项与其谓之有关学问之正确性,毋宁谓之有关学问之美观耳。其亦可令人注意者,则降至今日逻辑已不能前进一步,在一切外表上,已成为完善之学问。^②

继莱布尼茨之后,形式逻辑沿着数学化方向不断发展。布尔(G. Boole)创立了逻辑代数,弗雷格(G. Frege)奠定了现代逻辑演算的基础,实现了莱布尼茨逻辑演算的设想。20世纪初期,围绕数学的逻辑基础和元数学研究,逐步形成以罗素(B. A. W. Russell)为代表的逻辑主义学派,以布劳维尔(L. E. J. Brouwer)为代表的直觉主义学派,以希尔伯特(D. Hilbert)为代表的形式主义学派。从人工语言出发的现代数理逻辑迅速发展,而采用半形式化语言的传统词项逻辑在系统性方面相形见绌,在证明日常思维的逻辑关系,特别是处理数学的逻辑基础时暴露出严重的缺陷。这是否表明传统词项逻辑已经过时了呢?在笔者看来,现代数理逻辑是在亚里士多德逻辑的基础上发展而来,只是它更加体系化,更加精致、精确和严密,但它并不表明传统词项逻辑已经过时,相反,它可以成为论证传统词项的逻辑的合理

^①本书中的“词项”概念基本沿用亚里士多德对“词项”的解释:“所谓‘词项’,我是指一个前提分解后的成分,即谓项和主项,以及被加上或去掉的‘是’或‘不是’。”见《前分析篇》24^b17-18。由柏林科学院授命、伊曼努尔·贝克尔(I. Bakker)主编的标准本的《亚里士多德全集》共有5大卷,计1462页,每页分a、b两栏,每栏大约35行,每隔5行都标出行数。例如,41^a12-20表示第41页a栏第12-20行。本书使用苗力田主编的《亚里士多德全集》,该全集是按照贝克尔版本的页码顺序编排的。本书引用时的页码标注来自苗力田版本《亚里士多德全集》中标明的贝克尔式页码标注,这是为了方便有兴趣的读者直接在贝克尔版本中找到引文出处。本书中,量词被单独看做词项,但亚氏的量词是与联结词结合在一起的,没有单独分离出来。

^②康德. 1997. 纯粹理性批判. 蓝公武译. 北京:商务印书馆:10.

性和严格性的有力工具。同时,在将现代逻辑与传统逻辑进行比照、印证的过程中,我们还很可能发现传统逻辑中已经存在的而现代逻辑却不能完全刻画的逻辑思想或逻辑形式,这或许会推动现代数理逻辑的发展,或者会催生新的逻辑分支。

希尔伯特和阿克曼(W. Ackermann)为了从现代逻辑的演算观把传统推理理论系统化及建立基础,在《数理逻辑基础》^①中提出了联合演算的思想,就是联合命题演算与谓词演算或类演算对传统推论学说作系统化的处理,并就形式化后的传统推论的判定问题提出了一个识别的标准。克劳斯(G. Klaus)在其《形式逻辑导论》^②中进一步解释和发挥了这一思想,阐明了系统处理传统推论的一些方法和步骤,并将希尔伯特和阿克曼的判定标准直接应用于传统直接推理和三段论推理,认为从类的关系和判断间的一般关系中,联合演算已经把传统推论学说全部演绎出来了。国内学者何应灿、彭漪涟先生在他们主编的《逻辑学引论》^③中,首次将联合演算的思想方法写进国内逻辑学教科书,引起了国内学界对联合演算的重视,推动了对联合演算的学习和研究。

希尔伯特和阿克曼的联合演算思想从一个独特的视角把词项逻辑、谓词逻辑、类逻辑和命题逻辑联系起来,发掘其内在的关联,力图找出蕴藏于其中的统一的推理模式,进而有利于我们更深入地理解传统逻辑和现代逻辑的关系,更深入地理解逻辑思维本身。可以说,联合演算是逻辑领域的一朵奇葩。但是,联合演算从最初的提出到后来的运用都出现一些瑕疵甚至错误。认识到这些问题,分析这些问题,清除联合演算这朵奇葩上的小害虫,不但无损于这朵奇葩,还会使这朵奇葩开得更大更艳。

本书描述了传统词项逻辑的一般特征,特别分析了亚里士多德三段论与传统三段论的区别与联系,指出亚里士多德三段论的基本式是10个,而不是一般认为的14个,亚里士多德其他三段论式都是这10个基本式的衍生式。亚里士多德三段论应有第四格,亚里士多德三段论式在引入负名词和谓词量化之后,可以大大扩展,诸如此类的想法并非亚里士多德的逻辑本意,而是对亚里士多德逻辑的某种理解或补充。

亚里士多德的模态三段论是亚里士多德逻辑中最艰涩难懂的部分。在亚里士多德的著作中,模态三段论的篇幅远远超过非模态三段论,但一般认为,前者在体系的严谨性上远不如后者。本书对亚里士多德模态逻辑体系的不严谨的说法持怀疑的态度。亚里士多德模态三段论引入了“必然”、“不可能”、“可能”、“偶然”四个模态词,虽然符合部分日常思维的实际,但毕竟使得逻辑判断和逻辑推理的形式复杂化,增加了研究、描述和理解的难度,也可能造成转译和传播过程中的错讹。

①希尔伯特,阿克曼. 1958. 数理逻辑基础. 莫绍揆译. 北京:科学出版社.

②克劳斯. 1981. 形式逻辑导论. 金培文,康宏逵译. 上海:上海译文出版社.

③何应灿,彭漪涟. 1983. 逻辑学引论. 上海:华东师范大学出版社.

本书假定亚里士多德模态三段论系统是严谨的,力求在亚里士多德语境中准确描述和梳理亚里士多德模态三段论,以便为联合演算的分析做好铺垫。

本书强调,在研究亚里士多德逻辑或传统逻辑发展的过程中,要区分哪些是亚里士多德的逻辑本意,哪些是后人对亚里士多德逻辑的曲解,抑或在亚里士多德逻辑启发下的新的理解、补充和创造,注意到这些是十分重要的。逻辑的发展并不一定是线性的,可以是分支分叉的非线性发展。一种新的逻辑思想就可能产生新的逻辑分支。所以,要研究逻辑史,我们应特别注意寻找和发掘那些被无意中丢弃的逻辑思想,要特别注意在历史和人物的语境中学习、理解和感悟逻辑。用发展的逻辑去评判历史是一种方向,用历史去审视发展的逻辑是另一种方向。两者应当兼顾,不可偏废任何一方。

在完成对传统词项逻辑和亚里士多德逻辑的分析和刻画的前期铺垫之后,本书转向对希尔伯特和阿克曼的联合演算的思想方法的研究,转向国内外学者对这一思想方法的分析、甄别和发展。本书充分肯定联合演算的构想,充分肯定联合演算作为数理逻辑的一个特定分支对传统词项逻辑和亚里士多德逻辑的描述的优越性。同时,本书也特别分析了联合演算作为一种不成熟的逻辑工具的缺陷和发展潜力。联合演算是为精确描述和分析传统逻辑而特构的一种符号逻辑工具,通过这个工具,我们就能反观传统逻辑和亚里士多德逻辑的严密性程度,甄别其正误或得失。然而,如果联合演算本身还不够严密,其作为分析工具的合法性必然会受到置疑。从词项逻辑的一般特征和联合演算的初始元素出发,本书指出其基本理论缺陷在于层次的单一性、标准的不可靠性、对传统逻辑刻画的不完整性,由此,联合演算在运用过程中不可避免地会发生错误。

本书依据传统词项逻辑的一般特征,抓住联合演算的实质特点,划分了联合演算的两个层次。单一竖号之内的词项、类或命题构成联合演算的第一层次。竖号与第一层次的甲类符号或非竖号的乙类符号结合,形成第二层次的简单基本命题,如 $|p|$, $|\Psi|$, $|\neg p|$, $|p \rightarrow q|$ 等。第二层次的简单基本命题及其通过联结词联结而成的命题是联合演算的第二层次,如 $|\neg p| \rightarrow |\neg q|$, $\neg |p| \wedge |\neg p \rightarrow q|$ 等。在此基础上,本书废弃了联合演算的原初判定标准,提出结构判定方法作为判明或建构永真式的一个依据,同时提出一个极近似于命题逻辑的范式判定方法,用于在有穷步骤内解决联合演算的判定问题,并运用该范式判定方法成功地证明了对于数学具有重要意义的豪伯定理。

笔者认为,希尔伯特和阿克曼的联合演算对传统推论的刻画,仅就变项而言,就没有穷尽其全部特征。在狭谓词逻辑范围内构建联合演算,意在把传统逻辑翻译成联合演算的语言再加以研究,这就要求翻译的等价性。但是,希尔伯特和阿克曼及后来的联合演算的应用者都忽视了等价翻译的问题。按照他们提供的翻译模式,传统性质判断的严格的逻辑方阵在联合演算中除矛盾关系仍然有效外,其他关系居然都失效了。本书结合对传统词项逻辑的特征的分析,提出新的解决方案,就

是在翻译中限定全称判断的主词和谓词都不能是空类和全类,使得传统词项逻辑中的概念是既非全又非空的普遍概念,从而保证传统逻辑方阵的所有关系的有效性,保证传统词项逻辑的直言推理形式和亚里士多德模态推理形式能最大限度地反映其本相。

在解决了联合演算的基础理论问题和联合演算对亚里士多德逻辑和传统逻辑的等价翻译问题之后,本书转向运用联合演算的工具来整理和分析传统直言推论、亚里士多德模态三段论。先是运用联合演算的理论构建了一个形式化的传统直言推论系统,并通过三段论化归进一步探讨这一系统的优美性。然后,在此基础上尝试将联合演算的方法推广运用到亚里士多德模态三段论,构造了亚里士多德模态三段论的推演系统和化归系统。本书力求表明:从现代逻辑的角度看,运用特构的联合演算理论可以最大限度地刻画传统词项逻辑和亚里士多德模态逻辑,在其自身所把握的范围内,彰显康德所称赞的“完善之学问”。同时,本书也不讳言,从现代逻辑的角度看,亚里士多德模态三段论系统在严谨性上确实弱于传统直言三段论系统,这突出地表现为亚里士多德模态三段论悖论,也恰恰为利用联合演算的工具修正和完善亚里士多德模态逻辑提供了一次机遇。另外,如果我们站在亚里士多德的立场和语境上,假定亚里士多德模态逻辑是严谨的,那么我们所做的工作就是怀疑现代逻辑本身的局限性,就是怀疑现代逻辑对于描述亚里士多德逻辑的不完备性。与其他一切知识的发展一样,逻辑的发展也是得失并存,当逻辑发展的箭头指向一个固定的方向时,同时也就丢弃了其他可能的发展方向。逻辑的符号化、形式化方向不可避免地丢弃了亚里士多德模态逻辑的某些本真思想,而从这些本真思想出发,我们或许能够发现和发展某种新的逻辑。遗憾的是,对本书而言,这仅仅是一种期盼,一种奢望。基于亚里士多德逻辑设计一种不同于符号逻辑的新的逻辑并不是本书的目标,也远远超出笔者的能力。真诚地期待逻辑智者对这个问题产生兴趣,并投入实际的时间和精力,为逻辑学的发展奉献一份热情、一份智慧。

目 录

联合演算理论的构建及其奠基意义(序)	(i)
前言	(iii)
第一章 传统词项逻辑的一般特征	(1)
第一节 传统词项逻辑语言的基本词汇	(1)
一、变项	(1)
二、逻辑常项	(7)
第二节 传统词项逻辑的直言命题形式	(9)
一、命题和命题形式	(9)
二、真值条件	(12)
第三节 传统词项逻辑的直言推理形式	(14)
一、推理和推理形式	(14)
二、亚里士多德三段论式和传统三段论式	(23)
第二章 亚里士多德的模态三段论	(37)
第一节 模态词与模态命题形式	(37)
第二节 亚里士多德的模态三段论	(44)
一、带有两必然前提的三段论	(44)
二、两前提一为必然一为实然的三段论	(47)
三、带有两可能前提的三段论	(55)
四、两前提一为可能一为实然的三段论	(62)
五、两前提一为可能一为必然的三段论	(67)
第三章 联合演算的构建	(74)
第一节 词项逻辑、谓词逻辑、类逻辑和命题逻辑	(74)
一、词项逻辑与谓词逻辑	(74)
二、词项逻辑与类逻辑	(77)
三、词项逻辑与命题逻辑	(81)
第二节 命题演算与一元谓词演算或类演算的联合	(85)
一、命题演算与一元谓词演算的联合	(85)
二、命题演算与类演算的联合	(87)
第四章 联合演算的原初判定标准	(90)
第一节 原初判定标准及其应用	(90)
第二节 对原初判定标准的考察	(98)

一、隐蔽的矛盾	(98)
二、理论谬误和症结所在	(106)
第五章 联合演算的结构判定方法	(116)
第一节 希尔伯特和阿克曼的审定法	(116)
第二节 结构判定方法	(119)
一、对竖号的重新解释	(119)
二、结构判定方法及其应用	(120)
第六章 联合演算的范式判定方法	(128)
第一节 运用范式判定方法的可能性	(128)
第二节 范式判定方法及其一般应用	(130)
一、基本概念和定理	(130)
二、判定方法及其应用	(132)
第三节 豪伯定理的证明	(141)
第七章 联合演算对传统词项逻辑的等价描述	(147)
第一节 问题的提出	(147)
第二节 新的翻译模式	(151)
第三节 传统直言推理式的简化	(156)
第八章 联合演算对传统直言推理的系统化	(161)
第一节 联合演算的出发点	(161)
一、初始符号	(161)
二、形成规则	(162)
三、定义	(164)
四、公理	(164)
五、基本推理规则	(166)
第二节 定理的推演	(169)
一、传统直接推理的系统化	(169)
二、直言三段论推理的系统化	(179)
第三节 传统直言三段论的化归	(192)
一、化归原理和方法	(192)
二、三段论的化归——归于第一格 AAA 式	(194)
第九章 亚里士多德模态三段论的形式系统	(201)
第一节 对亚里士多德模态三段论的等价表述	(201)
一、带有两必然前提的三段论	(202)
二、两前提一为必然一为实然的三段论	(205)
三、带有两可能前提的三段论	(225)
四、两前提一为可能一为实然的三段论	(246)

五、两前提一为可能一为必然的三段论	(259)
第二节 模态三段论演算的出发点	(277)
一、初始符号	(278)
二、形成规则	(278)
三、定义	(279)
四、公理	(279)
五、变形规则	(280)
六、定理的推演	(281)
第三节 亚里士多德模态三段论的化归	(294)
一、化归原理和方法	(295)
二、亚里士多德模态三段论的化归	(296)
三、余论:亚里士多德的模态悖论	(304)
参考文献	(310)
后记	(312)

第一章 传统词项逻辑的一般特征

第一节 传统词项逻辑语言的基本词汇

一、变 项

传统逻辑用符号代替命题中的一类特殊的具体词项,把命题的具体内容抽去,形成某种命题的逻辑形式。从词项的角度出发,本书使用“变项词项”概念。变项词项包括命题的变项词项和命题形式的变项词项。在一个命题中,那些可以被抽去从而形成某种命题的逻辑形式的词项,称作“命题的变项词项”;在一命题的逻辑形式中,表示逻辑常项的符号称作“命题形式的变项词项”。例如,在命题“有些问题是难题”中,“问题”和“难题”可以分别用符号 S 和 P 代替,形成“有些 S 是 P ”这样的命题的逻辑形式。“问题”和“难题”是命题的变项词项, S 和 P 是命题形式“有些 S 是 P ”的变项词项,是命题形式的变项词项。命题形式的变项词项叫逻辑变项。当我们用其他具体内容,如“树叶”和“红色的”代替“有些 S 是 P ”中的 S 和 P 时,形成命题“有些树叶是红色的”。内容虽然有变化,但逻辑形式没有变。所以,变项变的是内容,而不是形式。

没有变项,逻辑规律和规则就难以描述,就很难想象逻辑科学能发展到今天的地步。变项的发明归功于传统逻辑的奠基者亚里士多德。就像数学家把变元引入数学一样,亚里士多德把变项引入逻辑,用形式化的普遍性的字母陈述普遍的逻辑规则,并允许人们按照逻辑规则完成词项与字母的替换。例如,在《后分析篇》ii. 16, 98^b5-10,亚里士多德写道:

让 A 表示“落叶”, B 表示“阔叶”, C 表示“葡萄树”。则如果 A 属于 B (每一种阔叶植物都是落叶的), B 属于 C (所有葡萄树都是阔叶的),那么 A 属于 C ,即所有葡萄树都是落叶的,中词 B 是原因。

波兰逻辑学家卢卡西维茨(1878~1956)曾指出:“把变项引入逻辑是亚里士多德的最伟大的发明之一。就我所知,一直到现在没有一个哲学家或语言学家注意到这个最重要的事实。”^①

在传统词项逻辑中,变项的值域只能是一切非空非全非单的普遍名词或一切非空非全非单的类,除此之外的其他解释都不能作为这种变项的解释。传统词项

^①卢卡西维茨. 1981. 亚里士多德的三段论. 李真, 李先焜译. 北京:商务印书馆:16.

逻辑不完全适用于单称名词,也不完全适用于两种特殊的普遍名词,即空名词和全名词。因此,也可以说,它不完全适用于个体,也不完全适用于两个特殊的类,即空类和全类。程仲棠曾阐述过传统词项逻辑的局限性^①,就是说,传统词项逻辑不适用于全类、空类和个体。换一个角度来看,排除全类、空类和个体词项,恰恰表明了传统词项逻辑的严密性和完美性,可以分以下三种情况重新阐发。

(一) 空类不能作为传统词项逻辑的值域或解释

在传统词项逻辑中,对变项作出类的解释常常使有些永真式变成假命题,使有的矛盾式变成真命题,使正确的推理式变成错误的推理式。

例如,“有的 S 是 S ”是传统词项逻辑的永真式,但它不适用于空类。在谓词逻辑看来,“有的 S 是 S ”的逻辑公式如下:

$$\textcircled{1} \exists x(S(x) \wedge S(x))$$

其中, $\exists$ 表示特称量词“至少有一个”(即“有的”), x 表示任一事物, $S(x)$ 表示“ x 是 S ”。该公式意指:至少有一个事物 x , x 是 S 并且 x 是 S 。

根据命题逻辑,式 $\textcircled{1}$ 等值于

$$\textcircled{2} \exists xS(x)$$

该公式意指:至少有一个事物 x , x 是 S , 即 x 属于 S 类。但是,如果 S 类是空类,就没有任何事物属于 S 类,这时,式 $\textcircled{2}$ 就是假的。可见,用空类解释 S ,“有的 S 是 S ”就变成假命题了。

例如,用“火星人”代替 S , 可得“有的火星人是火星人”,按上述分析,它等值于“至少有一个事物是火星人”,这就形成一个假命题。因为我们知道,“火星人”在外延上是一个空类,没有指称的对象。

如果允许变项为空类,使得“有的 S 是 S ”变成假命题,那么按照对当关系中的矛盾关系,“所有 S 不是 S ”就变成真命题。但是,在传统词项逻辑中,“所有 S 不是 S ”显然是一个矛盾式。

在现代谓词逻辑中,“所有 S 不是 S ”可以表示为

$$\textcircled{3} \forall x(S(x) \rightarrow \neg S(x))$$

其中, $\forall$ 表示全称量词“所有”,“ $\forall x$ ”表示“对所有 x 而言”。该公式意即“对所有 x 而言,如果 x 是 S , 那么 x 不是 S ”。

在谓词逻辑中,特称命题断定主项存在,但全称命题不断定主项存在。当主项为空类时,任何全称命题都是真命题。请看下述定理:

$$\textcircled{4} \neg \exists xS(x) \rightarrow \forall x(S(x) \rightarrow \neg S(x))$$

该定理表示:如果没有任何事物是 S , 那么所有 S 不是 S 。用“火星人”代替 S , 得“如果没有任何事物是火星人, 那么所有火星人都不是火星人”,按照假言推理

^①程仲棠. 1990. 现代逻辑与传统逻辑. 广州:暨南大学出版社:37-47.

肯定前件式,因为前件“没有任何事物是火星星人”为真,所以后件“所有火星星人都是火星星人”也为真。

不适用于空类的传统推理式包括差等关系、反对关系、下反对关系,以及其他所有前提为全称而结论为特称的直接推理形式。就三段论式而言,下列9个式不适用于空类。

第一格:AAI、EAO;

第二格:EAO、AEO;

第三格:AAI、EAO;

第四格:AAI、EAO、AEO。

(二) 全类不能作为传统词项逻辑的变项的值域或解释

继亚里士多德以后,传统逻辑发展成一个包含负名词的逻辑系统。由于有了论域的观念,负名词的意义被确定下来。按现代逻辑,负名词表示补类,设 Ψ 是论域, S 是任意的类,则非 S 类称为 S 的补类。 S 类和非 S 类之和构成整个论域,即全类。 S 类是全类,当且仅当非 S 类是空类。全类、非 S 类和 S 类的关系可以表示为

$$\Psi = \text{非 } S + S$$

或

$$\text{非 } S = \Psi - S$$

就是全类等于非 S 类加 S 类,或非 S 类等于全类减去 S 类。论域的概念很重要,在一个论域中,非 S 类和 S 类都是思维对象,而在论域之外的事物对于该论域而言就不是思维的对象,从而形成相对于该论域而言的空类。例如,在“人”这个论域中,“男人”和“非男人”是思维的对象,它们一起构成“人”这个全类,在“人”这个论域外的其他事物,如“植物”,就不是相对于该论域的思维对象,只能作空类理解。

在亚里士多德那里,非 S ,即负名词,是“不确定名词”,因而没有形成论域观念。他说:

“非人”不是名词。这样的词我们还无法用一个确定的名称来表示,它既不是句子,也不表示否定,我们就把它叫做不确定名词。因为这一类词既可用于表示存在的事物,也可表示不存在的事物。^①

但是,亚里士多德注意到一个非普遍词项是空类的情况。亚里士多德提到过一个空类词项“羊-牡鹿”(又译“羊鹿”),指出这样的名词与其他词一样,若没有词与词之间的结合和分离,就无所谓正确和错误。他说:

我们可以用“羊-牡鹿”一词来说这一点,这个词有所指,但若不加上“是”或“不是”,则无论它是一般的时态还是某种特殊的时态,都无所谓

^①《解释篇》1,16^a30-33。《解释篇》也是《亚里士多德全集》中的一篇,页码标注方式同《前分析篇》。

正确或错误。^①

亚里士多德并没有特别注意空类的性质,关于空类和全类的关系,也未见论述。在亚里士多德的逻辑系统中,空的词项都没有什么意义,重要的是全称和特称前提的词项。后来的传统词项逻辑所采用的逻辑推断命题只有四种,即全称肯定命题、全称否定命题、特称肯定命题和特称否定命题。全称和特称命题的词项都是普遍的,不包括空的词项。

传统词项逻辑因为有论域的观念,空类和全类的关系就很清楚,但是,在涉及戾换法推理^②时会产生错误。例如,

所有 S 是 P ,

所以,有的非 S 不是 P 。

这是全称肯定命题的戾换法推理,是传统词项逻辑的正确推理式。但它不适用于全类或全名词。用“非男人”代替 S ,用“人”代替 P ,就得出:

所有非男人都是人,

所以,有的男人不是人。

如果以“人”为论域,把它作为全类或全名词,则“非男人”指男人之外的所有人,不包括人以外的一切事物。在这种解释中,“所有非男人都是人”是真的,但是“有的男人不是人”却是假的。从真的前提出发,按照惯用的推理规则,居然得出假的结论!这个推理显然不正确。不正确的根源就在于用全类代替或解释某一变项,使得原来的推理规则失效了。在传统词项逻辑中,把“人”分为“男人”和“非男人”这样的二分法与戾换法是不相容的,因为二分法预设了全类,引入负名词,而戾换法则排斥全类,排斥负名词。某些逻辑系统,包括亚里士多德的三段论系统,规避了负名词和戾换法,也就规避了全类或全名词的尴尬。

(三) 个体不能作为传统词项逻辑的变项的值域或解释

亚里士多德注意到一个非普遍词项是单一的情况,区分了全称和单称的不同性质:

有些事物是全称的,有些事物是单称的,我的意思是说,全称可以被表述为多数主体,如“人”,单称则不能这样,如“加里亚斯”。^③

在论及三段论省略式时,亚里士多德还举过含有单称名词和单称命题的例子:

如果只有一个前提被述说,则只能得到一个标示;但如果另一个前提

^①《解释篇》1,16^a16-19。

^②戾换法推理是传统直言推理中的一种换质位法推理,就是对一个直言命题连续换质、换位,最终推出一个主项与原命题矛盾的直言命题。在四种直言命题中,只有 SAP、SEP 可以完成戾换, SIP、SOP 因为 SOP 不能换位而无法完成戾换。

^③《解释篇》7,17^a37-39。

也被断定,则我们得出一个三段论,例如,毕大各是慷慨的,因为爱名誉的人是慷慨的,而毕大各是爱名誉的;再者,聪明人是好的,因为毕大各是好的,也是聪明的。^①

在这里,亚里士多德似乎论述的是三段论得以产生的前提。但是,其中的两个例子耐人寻味。其中,第一个三段论的前提,一个是全称判断,一个是单称判断;第二个三段论的前提,两个都是单称判断。第一个三段论的前提中虽然包含一个单称判断,但它正确地推出结论,而第二个三段论的前提中包含两个单称判断,推出错误的结论。按照亚里士多德的说法,前一个三段论是“不能被反驳”的,“因为它”是全称的”,就是说前提中有全称判断;后一个三段论是“能被反驳”的,“因为它既不是全称的,也不与我们现在的目的相关”。亚里士多德的目的是什么呢?是要找出三段论前提与结论之间的必然联系,即找出不能被反驳的三段论。“如果毕大各是好的,那并不必然由于这个原因能推出其他聪明人是好的。”^②就是说,从“毕大各是好的”和“毕大各是聪明的”这两个前提不必然能够推出“所有聪明人是好的”。这里的“不必然能够推出”不仅是因为前提中出现单称词项,如果把“毕大各”换成“所有女人”这样的普遍词项,也照样推不出结论。正确的三段论不仅与词项有关,还与推理规则有关。从这里可以看出,两个单称肯定前提推不出全称结论。

亚里士多德三段论的形成似乎并不排斥单一词项,但是,在亚里士多德所描述的三段论系统中,单一词项却是被忽略的。亚里士多德本人没有直接解释这样做的原因。不过,亚里士多德在论述命题的时候解释了单称命题和全称命题的一个很大的区别:

当主词是单称的时,若提出一个问题,否定回答是真实的,那么,某个肯定命题也一定是真实的。如问:“苏格拉底有智慧吗?”若回答是“不”,那么我们便可以立刻正确地推论出“苏格拉底是没有智慧的”。但在主词是全称的情况下,同样的推论就是不真实的,否定的推论才是真实的。如问:“所有的人都是有智慧的吗?”若回答是“不”,那么,在这种情况下推论出“所有的人是没有智慧的”便是虚假的,而“并非所有的人是有智慧的”才是真实的。后一个命题与原命题是矛盾命题,而前一个命题与原命题是相反命题。^③

亚里士多德发现,一个单称命题的矛盾命题与一个全称命题的矛盾命题在结构形式上有很大区别。把一个单称命题中的“是”改为“不是”,或保留联结词

①《前分析篇》70^a25-28。

②《前分析篇》70^a32。

③《解释篇》20^a27-33。