教育部審定

中學校用

共和國教科書

平面幾何

商務印書館出版

教育部審定批語

中學校共和國教科書

平面幾何　立體幾何

改組尚屬合法准予審定作爲中學校暨師範學校教科用書

部(124)

Republican Series

Plane Geometry

for Middle Schools

Approved by the Board of Education

Commercial Press, Limited

中華民國二年十月初版
中華民國八年八月十三版

(中學校用)
(共和國教科書平面幾何一冊)
(軟布面每冊定價大洋柒角　紙面每冊定價大洋陸角)
(外埠酌加運費匯費)

編纂者　吳江黃元吉
校訂者　紹興壽孝天
發行者　商務印書館
印刷所　上海北河南路北首寶山路　商務印書館
總發行所　上海棋盤街中市　商務印書館
分售處　北京天津保定奉天吉林龍江　濟南東昌太原開封洛陽西安　南京杭州蘭谿安慶蕪湖南昌　漢口長沙常德衡州成都重慶　逵縣福州廣州潮州香港桂林　梧州雲南貴陽張家口新嘉坡　商務印書分館

民國二年十一月十五日稟部註冊十二月二十日領到文字第一百四十五號執照

八一六　沈

編輯大意

一本書備中學校幾何學教科之用。

一按中學校課程標準。幾何學之教科。始於第二學年。至第四學年而畢。每年與代數三角。同時並授。是三年內幾何學所佔之時間。適得數學全科之半。本書之分量。卽依此標準以定之。俾得於規定年限以內。從容畢業。

一本書共分六篇。第四篇以前。屬於平面。第五篇以後。屬於立體。卽依此分別。訂成兩册。然平面與立體。仍必循序而進。故書中篇數節數。皆蟬聯一貫。並不各册獨立。

一幾何學理。必經推勘。始能深入顯出。本書於推勘處。措詞達意。務取明爽。俾易領解。

一幾何學雖係獨具眞理。無藉他種科學援引證明。然推勘時關於緊要及終結處。以代數式顯之。反較專用文詞傳達者。更爲明朗。日本長澤氏所撰幾何。輒以算術代數兩科。相爲印證。以示會通。本書亦間以代數式相錯爲用。蓋卽循其先例也。

一本書於每節綱要。及證明處。有應特別注意者。均加黑線爲誌。以便學者隨時注重。

一本書於名詞之下。各注明英字原名。蓋幾何名詞。初未畫一。以英字爲指歸。庶可免紛歧之誤。

一本書期學者之易悟。處處力求簡明。倘有未妥。仍希海內宏達。不吝指教爲幸。

中學校教科書

平面幾何目次

符 號

+(加)	－(減)
=(等於)	≡(全等)
>(大於)	<(小於)
∠或∧(角)	$\hat{R}$(直角)
⊥(垂線)	∥(平行)
△(三角形)	▱(平行四邊形)
∵(因)	∴(故)
～(差)	∽(相似)

中學校教科書

平面幾何

緒論

1. 幾何學 *Geometry*　幾何學亦稱形學。蓋其所論者。無非屬於形也。物在空間。有形有質。今不問其所具之質如何。而但就其所呈之形研究之。形所佔之空間。名之曰體。體之境界爲面。面之境界爲線。線之境界爲點。綜此點線面體之形。繪爲圖而窮其理。乃幾何學之本旨也。

2. 平面幾何學 *Plane Geometry*　面之最簡顯者爲平面。凡繪圖而研究之形。其所具各點。同在一平面之上者。謂之平面幾何學。

3. 立體幾何學 *Solid Geometry*　體不能如面之平。故曰立體。凡繪圖而研究之形。其所具各點。不限於一平面之上者。謂之立體幾何學。

4. 定義 *Definition*　幾何學所用之名詞。其意義。須先確定。確定名詞之意義者。謂之定義。茲就幾何學開端最要各名詞之定義。述之如次。

定義 *A*　**點** *Point*　有位置。無大小。

定義*B* **線** *Line* 有位置有長。無闊無厚。線之兩端及兩線之交。各爲點。

定義*C* **面** *Surface* 有位置。有長。有闊。無厚。面之限界及兩面之交。各爲線。

定義*D* **體或立體** *Body* 有位置。有長。有闊。有厚。立體之界限爲面。

定義*E* **直線** *Straight line* 於線內任取其一段。任何置於其餘之一段上。但使有兩點相合。卽全段亦皆貼合者。其線謂之直線。直線兩端無窮盡。節取其一段。謂之**有限直線**。*Finite straight line*。由有限直線之一端延長之。謂之**延長線** *Production*。

定義*F* **平面** *Plane* 於面上任取其兩點。聯成直線。此直線全在於其面上者。其面謂之平面。

定義*G* 以體面線點所成之形。或以此數者集合而成之形。謂之**圖形** *Figure*。其在平面上者。爲**平面圖形** *Plane figure*。

5. 公理 *Axiom* 幾何學。恆依據若干事項。以推證他項之眞理。其所據爲推理之基礎者。謂之公理。卽吾人屢次經驗認爲眞確之理。蓋不待證而自明者也。公理分兩種。曰普通公理。曰幾何學公理。

6. 普通公理 *General axiom* 卽凡爲數量所共通之理。而不專屬於幾何學者也。茲就幾何學所用重要之普通公理。

述之如次。

公理 a　全量必大於其分量。

公理 b　全量必等於其各分量之和。

公理 c　諸量皆與某量相等。則諸量必互相等。

公理 d　於相等之諸量。各加相等之量。其和必仍相等。

公理 e　於相等之諸量。各減相等之量。其較必仍相等。

公理 f　諸量不相等。加之之量若相等。其和必不相等。原爲大量者。仍爲大量。

公理 g　諸量不相等。減之之量若相等。其較必不相等。原爲大量者。仍爲大量。

公理 h　相等之諸量。以相等之倍數倍之。仍相等。

公理 i　相等之諸量。以相等之分數分之。仍相等。

7.　幾何學公理 *Geometrical axiom*　獨切於幾何學之用者。曰幾何學公理。述之如次。

公理 **1**　圖形可不變其大小形狀。而變其位置。

公理 **2**　能使之疊合者。其大小必相等。

公理 **3**　有兩點。必能聯之成直線。惟所成直線限於一。

由斯公理。得以決定兩端如次。

(a)一直線。重疊於他直線上。其直線上任意之點。可使疊合於他直線上任意之點。

(b)兩直線相交於一點。若此兩直線非疊合。必無再交之點。

8. 定理 *Theorem*　由已知之事項而得證明之理。謂之定理。其已知之事項。或係公理。或係曾經證明之定理。

定理由兩端構成。一爲假設 *Hypothesis*。係假定以爲如是。一爲終結 *Conclusion*。係就假設而決定其結果也。

敷陳定理之模式如次。

甲若爲乙。丙必爲丁。

甲若爲乙。假設之詞也。丙必爲丁。終結之詞也。言假若甲爲乙。則丙必爲丁云。

9. 系 *Corollary*　由定理直捷推定者。謂之系。

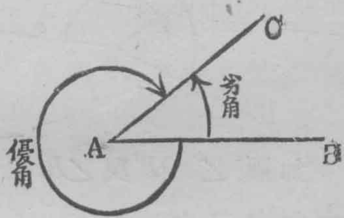
10. 作圖題 *Construction problem*　求作幾何學所繫之圖。謂之作圖題。

第一篇　直線

第一章　平面角

11. 定義　同以一點爲準。引二直線。卽成**平面角** *Plane angle*。(通例略稱之曰角)其一點爲角之頂點 *Vertex*。其直線爲角之邊 *Side*。

如圖。A 爲角之頂點。AB, AC 爲角之二邊。



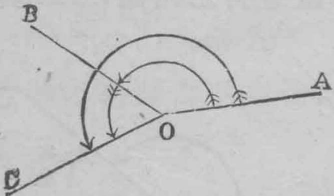
此角之定名。從其頂點所記之字。稱爲 A 角。或併其二邊所記之字。稱爲 BAC 角。卽 $\angle BAC$ 或 $B\hat{A}C$。惟 A 字必居中間。以其爲角之所在也。

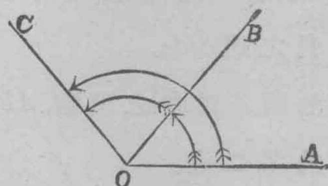
由角之頂點引直線。始與一邊 AB 疊合。繼乃以頂點爲圓心。準平面旋轉。必且與他邊 AC 疊合。如是則其所引之直線。爲此角之**旋轉線** *Line of revolution*。角之大小。視旋轉之多少。

此旋轉線。由其起發之位置。達於其終止之位置。實有二向。(如圖方向矢所指)故凡由一點。引二直線。必成兩角。

此稱爲**共軛角** *Conjugate angle*。因頂點與邊爲兩角之所共也。兩角之中。大者爲**優角** *Major angle*。小者爲**劣角** *Minor angle*。單言兩邊夾一角者。通例指劣角言也。

12. **定義**　由一點。引三直線。其第一直線與第二直線。又第二直線與第三直線。所成之兩角。互爲**接角** *Contiguous angles*。故第一直線與第三直線所夾之角。(卽旋轉線由第一直線起發。經過第二直線。以達於第三直線。所成之角也。)爲兩接角之和。

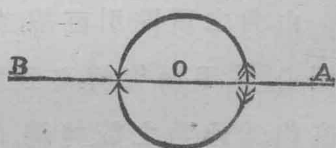




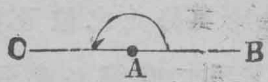
如圖。$\angle AOB$ 與 $\angle BOC$ 互爲接角。$\angle AOC$ 爲其和。(各角以方向矢示之。)

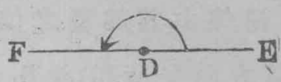
13. **定義**　若角之兩邊。在頂點之兩側。而能接成一直線者。則爲**平角** *Straight angle*。

如圖。OA 與 OB 兩邊接成直線。則 $\angle AOB$ 兩共軛角。均爲平角。



14. **定理**　凡平角。必互相等。





如圖。AB, AC 爲平角之二邊。A 爲其頂點。又 DE, DF 亦爲平角之二邊。D 爲其頂點。而 AB, AC 所夾之平角。與 DE, DF 所夾之平角。實互相等。

因 AB,AC 所夾之角爲平角。故 AB 與 AC 接成直線。DE,DF 亦然。〔13〕

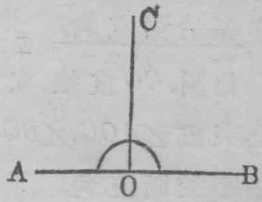
取 BAC 直線。疊合於 EDF 直線之上。其 A 點可使疊合於 D 點之上。〔7 公理 3a〕

既疊以後。B 與 E 同在 D 點之右側。C 與 F 同在 D 點之左側。或倒置其一。而令 C 與 E 同在 D 點之右側。B 與 F 同在 D 點之左側。

無論如何。而其 AB,AC 所夾之平角。與 DE,DF 所夾之平角。疊之必全相合。

$$\therefore \angle BAC=\angle EDF$$

15. **定義**　一直線立於他直線之上。若成相等兩接角。則各爲直角 *Right angle*。



如圖。AOB 爲平角。$\angle AOC$ 與 $\angle COB$ 相等。各爲直角。

16. **系**　凡直角。互相等。

一平角既等於兩直角。〔15〕

故各直角者。無非平角之半分也。凡相等之量。各分爲二分。其各分必互相等。〔6 公理 i〕

17. **定義**　兩直線所夾者爲直角。則兩直線互爲**垂線** *Perpendicular line*。其兩線之交爲**正交點** *Foot of a perpendicular*。

如前圖。CO,AB 互爲垂線。O 爲正交點。

18. **定義**　小於直角者爲銳角 *Acute angle*。

19. **定義**　大於一直角而小於兩直角者。爲鈍角 *Obtuse angle*。

20. **定義**　兩角之和。若等於直角者。此兩角互爲餘角 *Complementary angle*。

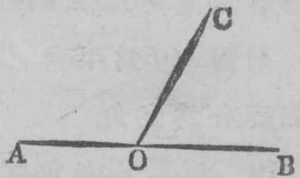
21. **定義**　兩角之和。等於兩直角者。此兩角互爲**補角**. *Supplementary angle*。

22. **系**　於直線上既定之點引垂線。祇能引一線而止。

23. **系**　兩角相等者。其餘角亦必相等。

24. **系**　兩角相等者。其補角亦必相等。

25. **定理**　一直線立於他直線之上。所成兩接角之和。必等於兩直角。



如圖。CO 直線。立於 AB 直線之上。夾成 $\angle AOC, \angle BOC$ 兩接角。合之必等於兩直角。

因 $\angle AOC, \angle BOC$ 兩接角之和。卽 AO, BO 所夾之角。〔12〕而 AO, BO 接成直線。故其所夾者爲平角。〔13〕卽 $\angle AOC, \angle BOC$ 兩接角合成一平角。等於兩直角。〔15〕

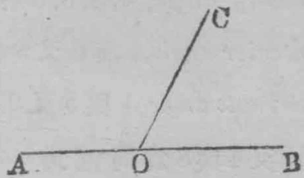
$$\therefore \angle AOC + \angle BOC = 2\hat{R}$$

26. **系**　由一點任引若干直線。各與其鄰之直線。遞相成角。合之。必等於四直角。

如圖。$\angle AOC + \angle BOC + \angle AOB = 4\hat{R}$

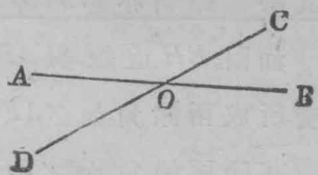
27. **定理**　一直線與兩直線所成兩接角之和。若等於兩直角。則所謂兩直線者。必可接成一直線。

如圖。CO與AO,BO夾成$\angle AOC$,$\angle BOC$兩接角。其和爲兩直角。則AO,BO接成一直線。



因$\angle AOC$, $\angle BOC$兩接角之和。即AO,BO所夾之角。〔12〕而其和旣爲兩直角。故AO, BO所夾之角。等於兩直角。〔6公理c〕即係平角。〔15〕故AO,BO接成一直線。

28. **定義**　相交兩直線所成對向之角。爲**對頂角** *Opposite vertical angles*。



如圖。AB,CD兩直線。相交於O點。所成$\angle AOC$, $\angle BOD$爲對頂角。又$\angle AOD$,$\angle BOC$亦爲對頂角。

29. **定理**　兩直線相交所成對頂角。必互相等。

如前圖。AB,CD兩直線。相交於O點。所成$\angle AOC$等於$\angle BOD$。又$\angle BOC$等於$\angle AOD$。

因AO立於CD之上。則$\angle AOC+\angle AOD=2\hat{R}$〔25〕

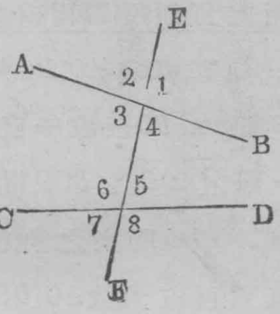
又DO立於AB之上。則$\angle AOD+\angle BOD=2\hat{R}$〔25〕

所以$\angle AOC$, $\angle AOD$兩接角之和。等於$\angle AOD$,$\angle BOD$兩接角之和。〔6公理c〕

各減去$\angle AOD$。即得$\angle AOC=\angle BOD$。〔6公理c〕

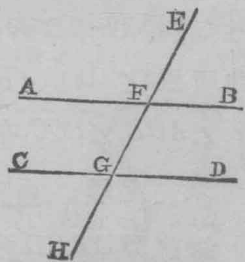
依同理。可證明$\angle BOC$與$\angle AOD$相等。

30. 定義　一直線與他二直線相交成八角。其互相關係之處。特別定名如下。



如圖。1, 2, 7, 8 各角爲**外角** *Supplementary angle*。4, 3, 6, 5 各角爲**內角** *Interior angle*。4 與 6 又 3 與 5 爲**錯角** *Alternate angle*。1 與 5 又 2 與 6 又 3 與 7 又 4 與 8 爲**同位角** *Corresponding angle*。

31. 定理　一直線與他二直線相交。若有兩錯角相等。其餘兩錯角亦必相等。



如圖。EH 直線。與 AB, CD 兩直線相交。所成兩錯角。如 $\angle AFG, \angle FGD$ 相等。則其餘兩錯角。如 $\angle BFG, \angle FGC$ 亦必相等。

此因 $\angle BFG$ 爲 $\angle AFG$ 之補角。〔25〕

$\angle FGC$ 爲 $\angle FGD$ 之補角。〔25〕

而 $\angle AFG$ 既等於 $\angle FGD$

$\therefore \angle BFG = \angle FGC$〔24〕

32. 系　兩錯角相等者。各同位角亦無不兩兩相等。

如前圖。$\angle AFG \angle FGD$ 若相等。則其同位角如 $\angle EFB$ 與 $\angle FGD$。又 $\angle GFB$ 與 $\angle HGD$。又 $\angle EFA$ 與 $\angle FGC$。又 $\angle GFA$ 與 $\angle HGC$。亦無不兩兩相等。

此因$\angle EFB$與其對頂角$\angle AFG$相等〔29〕

而$\angle FGD$等於$\angle AFG$。

$$\therefore \angle EFB=\angle FGD$$ 〔6公理c〕

其餘各同位角。卽依同理證明。

又如先知同位角相等。則可決定兩錯角相等。其推演之理相同。

33. **系**　兩錯角相等者。其同側之兩內角。互爲補角。

如圖。$\angle AFG$, $\angle FGD$若相等。則同側之兩內角。如$\angle BFG$與$\angle FGD$。又$\angle AFG$與$\angle FGC$均互爲補角。

此因$\angle BFG$爲$\angle AFG$之補角。〔25〕而$\angle AFG$等於$\angle FGD$。

$$\therefore \angle BFG+\angle FGD=2\hat{R}$$ 卽互爲補角

其餘兩內角。卽依同理證明。

又或先知同側之兩內角互爲補角。則可決定兩錯角相等。其推演之理仍同。

第一章之問題

1.　兩直線相交。所成四角。若有一角爲直角。其餘三角。必皆爲直角。

※ *2.*　一直線立於他直線之上。所成兩接角。各於其角平分之。依其分處引直線。凡得二直線。必係互爲垂線。（問題較重要者。作※以誌之。）

3. 任於方紙之邊上取一點。依此點將兩隅任摺向紙上。摺點至兩隅之兩線。令其密接。如是。則兩摺痕必成直角。

4. 由一點。引四直線。所成四角。若各爲直角。則四直線接成兩直線。

5. OA, OB 兩直線與 CD 直線同交於 O 點。其在不同側之角。$\angle AOC, \angle BOD$ 如互相等。則 OA, OB 必接成一直線。

6. 互爲補角之兩角。其小者爲大者二分之一。則小角得四直角幾分之幾。

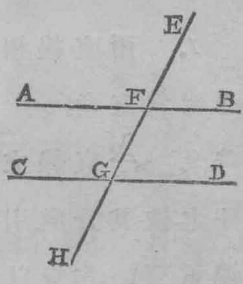
7. 若兩直線係分兩對頂角爲二等分者。此兩直線必能接成一直線。

第二章 平行直線

34. 定義 **平行直線**。*Parallel straight lines* 係在同一平面上所作之兩直線。而兩兩延長。終無相交之時者也。略稱之爲平行線。

35. 公理 凡準一點。作一直線。必令與既定之直線相平行者。祇能作一線而止。

36. 定理 一直線與二直線相交。所成錯角有相等者。二直線必係平行。



如圖。EH 直線。與 AB, CD 二直線相交。所成 $\angle AFG$ 與 $\angle FGD$ 兩錯角相等。則 AB 必與 CD 平行。