

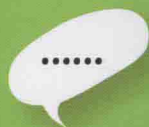
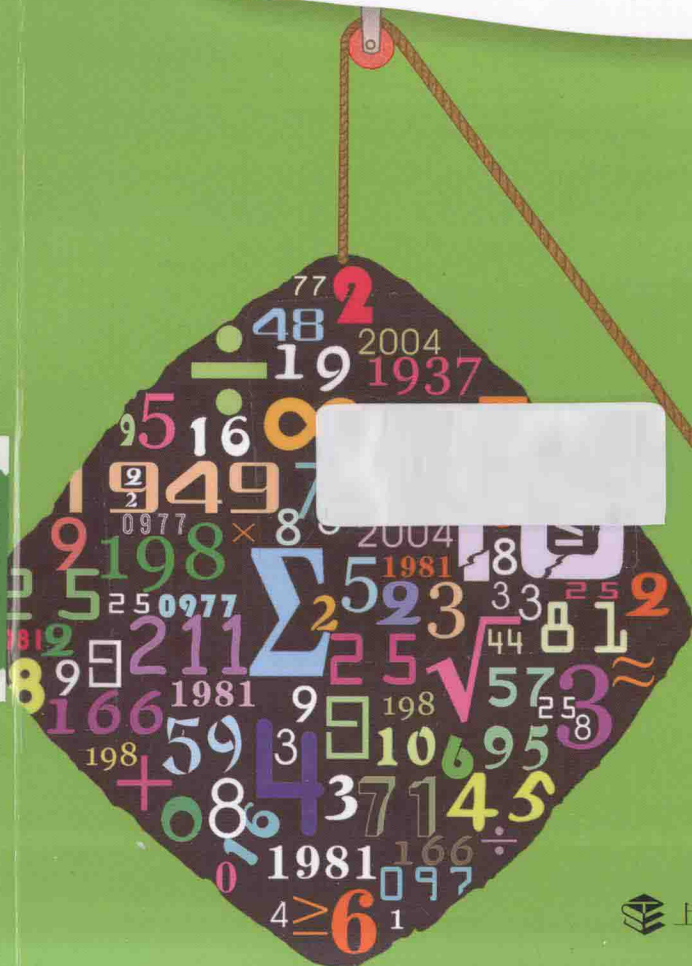


加德纳趣味数学系列

亨利·杜德尼

数学趣题

【英】亨利·杜德尼 著 周水涛 译



上海科技教育出版社

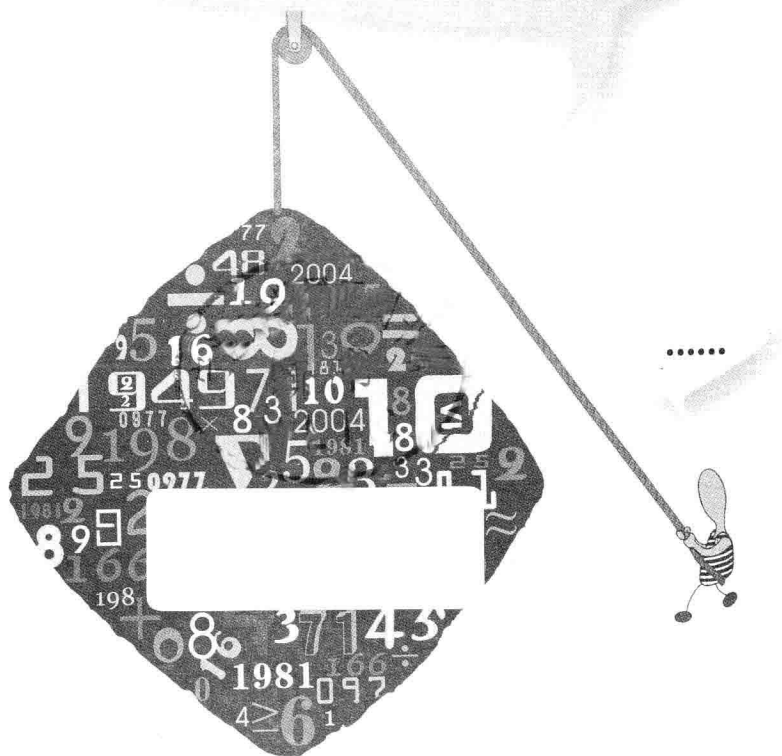


加德纳趣味数学系列

亨利·杜德尼

数学趣题

【英】亨利·杜德尼 著 周水涛 译



图书在版编目(CIP)数据

亨利·杜德尼的数学趣题/(英)杜德尼著;周水涛译.
—上海:上海科技教育出版社,2013.12
(加德纳趣味数学系列)

书名原文:Amusements in Mathematics

ISBN 978-7-5428-5773-6

I. ①亨… II. ①杜… ②周… III. ①数学—普及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 227065 号

序 言

在出版我这本数学趣题集子(其中有些趣题已在期刊上出现过,其他都是在这里首次露面)的时候,我必须向国内外许多素昧平生的来函者所给予的鼓励表示感谢,他们表达了这样的一个愿望:把这些题目结集成册,并且以报刊不可能给予的较大篇幅对一些题目作出较详细的解答。虽然我也收进了少数几个让这世界上好几代人都兴趣盎然的古老趣题(我感到对它们还有一些新的东西要说),但仍可以说这里的题目基本上是原创的。确实,其中有些题目通过报刊已广为人知,但读者也可能很乐意知道它们的来源。

关于数学趣题的一般理论问题,我在其他地方已发表过一些观点,这里恐怕没有什么可说的了。这方面的历史所能遗赠的,无非是关于人类精确思维的肇始和发展的实际过程。历史学家必须以人类第一次成功地数出自己十个手指和成功地把一只苹果分为大致相等的两部分的时候为起点。每一道值得考虑的趣题都可

认为是属于数学和逻辑学。每一个男人、女人和孩子,只要在试图“推出”哪怕最简单的趣题的答案,纵然他不一定意识到,他就是在按着数学思路在思索。甚至那些除了随意的尝试外我们没有其他解决途径的趣题,也可以归于用一种已被称为“光荣测试”(Glorified Trial)的方法——一种通过避免或排除我们的推理所告知的无效尝试来减少我们工作量的方法。当然,有时候要说出这种“经验过程”始于何处终于何时,可不是一件容易的事。

当一个人说“我这一生中从未解过一道趣题”时,我们很难确切地弄懂他的意思,因为每一位有正常智能的人每天都在解题目。我们疯人院里那些不幸的居住者被人们急忙送到那儿,是因为他们不能解题了——因为他们失去了推理的能力。如果没有题目可解,那么也就没有问题可问;而如果没有问题可问,这将是怎样的世界!我们将人人都无所不知,无所不晓,而我们的交谈也将变得毫无作用而且百无聊赖。

可能有那么一些过分严谨的数学家,他们在他们所喜爱的这门科学中,一向不能容忍除了正规术语之外的其他任何称法,一向反对让难懂的 x 和 y 以其他任何名义出现。他们但愿

许多题目在表达时用一种不那么通俗的修饰，在引入时用一种不那么活泼的措辞。对此我只能请他们注意我这本书名称的第一个词^①，提醒他们我们主要是为了娱乐——当然，也不是没有带着某种顺便拾取点滴知识的愿望。如果说这种态度方式未免轻率，我只能用试金石^②的话说：它是“一个丑陋的东西，殿下，然而是我自己的东西；这是我的一个坏习性，殿下。”

至于题目的难度问题，有些趣题，特别是“算术和代数”这一门类中的题目，是十分容易的。然而，就在这些题目中，有一些虽然看上去极其简单，却不应该一点不加考虑地予以忽视，因为你会不时发现其中暗藏着多少有点巧妙的陷阱和圈套，一不小心就会掉入。这是一种很好的练习题，它让你养成对题目中的用词细看明察的习惯，它让你学会严谨和缜密。但是有些题目确实有着非常难啃的内核，并非不值得引起前沿数学家的注意。读者无疑应当根据个人的品味进行选择。

① 本书英文原名是 *Amusements in Mathematics*，第一个词即 *amusement*，义“娱乐”。——译者注

② 试金石 (*Touchstone*)，一译达士东，莎士比亚戏剧《皆大欢喜》(*As You Like It*) 中的一个角色。下文所引的话见于该剧第五幕第四场。但作者在这里引用的并非完整的句子，而且由于上下文的关系，这里的译文与国内莎剧经典译本中的有所不同。——译者注

在许多情况下,我只给出简单的答案。这就给初入门者留下了一些对他们很有益的事情——自己把解题过程补出来。这样做也省下了在解题高手们看来是浪费的一些篇幅。另一方面,在某些看来很可能令人感兴趣的场合,我给出了相当详尽的解答,并用一种一般的方式来处理题目。读者经常会发现,对一道题目的注解完全可以适用于本书中好多其他的题目;因此当他看下去的时候,有时会发现他原先的困难已一扫而光。有些地方我会说对一件事情用了一种一般来说或许“人们都能理解”的方式,我喜欢使用这个简单的说法,并以此吸引更多公众的注意和兴趣。在这种情况下,数学家不难用他熟悉的符号把所考虑的事情表达出来。

我在阅读校样时万分仔细,因此自信基本上不可能漏过任何差错。如果真有差错的话,我只能搬出贺拉斯^①的话:“杰出的荷马有时也会打瞌睡。”或者,按那位主教的说法,“连我教区中最年轻的助理牧师也不会永不犯错。”^②

① 贺拉斯(Horace,公元前65—前8),古罗马诗人。下面所引的话出自他的《诗艺》(*Ars Poetica*),意即“智者千虑,必有一失”。——译者注

② 经查,只发现英国学者、剑桥大学三一学院院长威廉·赫普沃思·汤普森(William Hepworth Thompson, 1810—1886)有类似的名言:“我们当中没有人能永不犯错,连我们中最年轻的也不例外。”虽然该学院的历届院长中不乏主教,但据有关资料,汤普森并没有当过主教。——译者注

我必须向《海滨杂志》(*Strand Magazine*)、《卡斯尔的杂志》(*Cassell's Magazine*)、《女王》(*The Queen*)、《趣闻》(*Tit-Bits*)和《每周快讯》(*The Weekly Dispatch*)的老板们表示我特别的谢意,因为他们慨然应允我重新发表一些已在这些杂志上刊登过的趣题。

1917年3月25日于

作者俱乐部

20 世纪初英国的货币、邮票及计量单位

杜德尼的一些趣题,涉及 20 世纪初英国的货币。读者如果不熟悉,就无法解题。故在此作一简单介绍。

英国货币的基本单位是镑,也称英镑。比较小的单位有先令、便士、法寻。在 20 世纪初,1 英镑等于 20 先令,1 先令等于 12 便士,1 便士等于 4 法寻。

当时英国发行的硬币及其进制如下表:

名 称	进 制
法寻	$1 \text{ 法寻} = \frac{1}{4} \text{ 便士}$
半便士	
便士	
两便士	
三便士	
四便士	
六便士	
先令	$1 \text{ 先令} = 12 \text{ 便士}$
弗罗林	$1 \text{ 弗罗林} = 2 \text{ 先令}$
半克朗	$1 \text{ 半克朗} = 2 \text{ 先令} \text{ } 6 \text{ 便士}$
双弗罗林	$1 \text{ 双弗罗林} = 4 \text{ 先令}$
克朗	$1 \text{ 克朗} = 5 \text{ 先令}$
半沙弗林	$1 \text{ 半沙弗林} = 10 \text{ 先令}$
沙弗林	$1 \text{ 沙弗林} = 20 \text{ 先令} \text{ 或 } 1 \text{ 镑}$
几尼	$1 \text{ 几尼} = 21 \text{ 先令}$

在杜德尼生活的时代,英国通行的邮票有以下这些面值:半便士、一便士、一便士半、两便士、两便士半、三便士、四便士、五便士、六便士、九便士、十便士、一先令、两先令六便士、五先令、十先令、一镑和五镑。

本书使用的计量单位基本上是英制计量单位。解题计算时涉及进制的主要是长度和面积的单位。本书出现的英制长度单位有英寸、英尺、码、杆和英里,其进制是:1 英尺等于 12 英寸,1 码等于 3 英尺(36 英寸),1 杆等于 5.5 码(16.5 英尺),1 英里等于 320 杆(1760 码或 5280 英尺)。本书出现的英制面积单位除了长度单位的平方形式(如平方英尺)外,还有英亩。1 英亩等于 4840 平方码。

目 次

括号里是答案的页码

序 言	I
20 世纪初英国的货币、邮票及计量单位	VII
算术和代数问题	1
钱币趣题	2
1 邮局里的困惑	2(199)
2 并不成熟的早熟	2(199)
3 在牲口市场上	3(199)
4 关于远足的趣题	4(199)
5 奇怪的巧合	4(199)
6 一笔慈善遗赠	4(200)
7 寡妇应得的遗产	5(200)
8 一视同仁的施舍	5(200)
9 两架飞机	5(200)
10 买礼物	6(200)
11 自行车手的盛宴	6(201)
12 关于钱币的一件怪事	7(201)
13 一道新的钱币趣题	7(201)
14 钱的平方	7(201)
15 口袋里的钱币	8(202)
16 百万富翁的困惑	8(202)
17 伤脑筋的储蓄盒	9(203)
18 女售货员	9(204)

19	除夕晚餐	9(204)
20	牛肉和香肠	10(204)
21	一笔苹果交易	10(204)
22	一笔鸡蛋交易	11(205)
23	圣诞赏钱	11(205)
24	购物时的困惑	11(205)
25	中国的钱币	12(205)
26	初等职员的难题	13(206)
27	找零钱	13(206)
28	熟视无睹	14(207)
29	破损的钱币	15(207)
30	两个概率问题	15(207)
31	家庭经济学	15(208)
32	关于廉价车票的趣题	16(209)
33	便士换英镑	17(210)
34	卖食品与卖布料	17(210)
35	贾金斯的牲口	18(211)
36	买苹果	18(211)
37	买栗子	19(212)
38	偷自行车的贼	20(212)
39	关于街头小贩的趣题	20(213)
年龄和亲属关系趣题		21
40	妈妈的年龄	21(213)
41	他们的年龄	22(213)
42	子女们的年龄	22(213)
43	廷普金太太的年龄	23(213)
44	关于人口普查的问题	23(214)

45	母亲与女儿	23(214)
46	玛丽与马默杜克	24(214)
47	罗弗的年龄	24(214)
48	关于汤米的年龄	24(215)
49	隔壁邻居	25(215)
50	一袋果仁	25(215)
51	玛丽几岁了	25(215)
52	奇怪的血缘关系	26(216)
53	在地铁上听到的	27(217)
54	一次家庭派对	27(217)
55	混合亲戚	28(217)
56	威尔逊的难题	28(217)

时钟趣题

		31
57	那时是什么时间	32(218)
58	关于时间的趣题	32(218)
59	一只伤脑筋的表	32(218)
60	沃普肖码头疑案	32(218)
61	交换位置	33(219)
62	俱乐部的钟	34(221)
63	跑 表	34(221)
64	三只钟	35(222)
65	火车站的钟	35(222)
66	乡下呆子	36(223)

运动与速度趣题

		37
67	平均速度	37(223)
68	两列火车	37(223)

69	三个村庄	37(223)
70	领抚恤金	38(224)
71	都铎的埃德温爵士	38(224)
72	水上飞机问题	39(224)
73	赛 驴	40(224)
74	捡马铃薯	40(225)
75	乘客的车费	41(225)
数码趣题		42
76	一桶啤酒	43(225)
77	数码与方阵	44(225)
78	奇数码与偶数码	44(226)
79	锁柜趣题	44(226)
80	三组数码	45(227)
81	九枚筹码	46(227)
82	十枚筹码	46(228)
83	数码乘法	46(228)
84	小丑的趣题	47(229)
85	出租车号码	48(229)
86	奇特的乘法	48(232)
87	关于签到牌的趣题	49(233)
88	数码除法	50(233)
89	加数码	50(234)
90	关于一百的趣题	51(234)
91	进一步的带分数问题	51(237)
92	数码拼成平方数	51(238)
93	神秘的十一	51(238)
94	数码构成一百	52(238)

95	四个七	52(240)
96	骰子上的数	53(240)
五花八门的算术和代数问题		55
97	桌子上的点子	55(242)
98	学校的礼节	56(242)
99	三十三颗珍珠	56(243)
100	工人的趣题	58(243)
101	干草捆	58(243)
102	格宾斯先生如坠五里雾	59(244)
103	漆灯杆	59(244)
104	抓 贼	60(244)
105	行政堂区委员会选举	60(244)
106	糊涂城的选举	60(244)
107	妇女参政主义者的会议	61(245)
108	闰年女士	61(245)
109	夺糖大战	62(245)
110	隐修院院长的趣题	63(246)
111	割麦子	63(246)
112	一笔伤脑筋的遗产	64(246)
113	撕开的数	64(246)
114	奇特的数	65(248)
115	排字工人的错误	65(248)
116	转变态度的守财奴	65(248)
117	一个围栏问题	66(249)
118	化方为圆	67(250)
119	拉克布兰的小损失	68(251)
120	农夫与他的绵羊	68(251)

121	正面与反面	69(251)
122	跷跷板趣题	70(251)
123	一个法律上的困难	70(252)
124	一个关于释义的问题	71(252)
125	矿工们的假日	71(252)
126	简单的乘法	71(252)
127	简单的除法	71(252)
128	一个关于平方数的问题	72(253)
129	黑斯廷斯战役	72(253)
130	雕塑家的问题	74(254)
131	西班牙守财奴	74(255)
132	九只财宝盒	76(256)
133	五个强盗	77(256)
134	银行职员의 趣题	78(258)
135	石匠的问题	79(259)
136	苏丹的军队	79(259)
137	对节俭的一次研究	80(261)
138	炮兵的困境	82(263)
139	荷兰人的妻子	82(264)
140	求出埃达的姓	83(266)
141	星期六的购物	84(266)

几何问题 85

剖分趣题 87

希腊十字架趣题 90

142 丝绸百衲被 105(267)

143	十字架一个变两个	106(267)
144	十字架与三角形	106(268)
145	折叠起来的十字架	106(269)
五花八门的剖分趣题		107
146	一道容易的剖分趣题	107(270)
147	一道容易的正方形趣题	107(270)
148	小圆饼趣题	108(270)
149	分成许多方格的巧克力	108(271)
150	剖分一个主教冠	109(272)
151	细木工的问题	110(273)
152	细木工的又一个问题	111(273)
153	一道裁剪趣题	112(274)
154	霍布森太太的地毯	112(275)
155	五边形与正方形	113(276)
156	被剖分的三角形	114(278)
157	桌面与凳面	115(278)
158	伟大的太极图	116(280)
159	正方形装饰板	117(282)
160	两块马蹄铁	118(283)
161	贝齐·罗斯的趣题	120(284)
162	纸板链条	120(285)
163	纸盒	120
164	薯片趣题	122(286)
165	七头猪	122(287)
166	地主的篱笆	124(288)
167	魔法师的猫	125(289)
168	圣诞布丁	125(289)