何鲁三氏代数学 上

衡陽唐稉獻譯述

漢譯何魯陶三氏代數學

上冊

上海商務印書館出版

First Course in Algebra

By Hawkes, Luby, and Touton

Translated into Chinese

Commercial Press, Ltd.

中華民國九年一月初版

（何魯陶二氏代數學一冊）

（上冊定價大洋壹元肆角）

（外埠酌加運費匯費）

編譯者　衡陽唐樾獻

校訂者　紹興壽孝天　紹興劉遠塵

發行者　商務印書館

印刷所　上海北河南路北首寶山路　商務印書館

總發行所　上海棋盤街中市　商務印書館

分售處　商務印書分館　北京　天津　保定　奉天　吉林　龍江　濟南　太原　開封　洛陽　西安　南京　杭州　蘭谿　安慶　蕪湖　南昌　漢口　長沙　常德　成都　重慶　瀘縣　福州　廣州　潮州　香港　桂林　梧州　雲南　貴陽　張家口　新嘉坡

九五九一自

何魯陶三氏代數學第一編

序

數學。沈悶之科學也。代數學。數學中之尤沈悶者也。雖人之個性。每有不同。性與數學近者。由算術進習代數。覺散者得總。板者見活。融會貫通。別具充分之愉快。然亦或有人。每爲代數學之種種文字符號規則公式所迷惑。目眩心疑。而益感其沈悶。是故編代數學教科書者。於闡發學理而外。當以減少讀者沈悶之感爲第一義。美國何魯陶三氏 HAWKES-LUBY-TOUTON 所著代數學一書。蓋最注意於此者。其優點有三。依程度之淺深。用圓周法編輯。分全書爲第一第二兩編。後其難者。而先其易者。則沈悶可減矣。優點一也。書中利用圖解表示法。豫立解析幾何之基礎。數之雜糅而隱者。有形之明晰以顯之。則沈悶可減矣。優點二也。書中兼詳歷史之考證。符號有沿革焉。疇人有傳記焉肖像焉。無不附載。理性之濬發。以情意之傾慕引起之。則沈悶可減矣。優點三也。吾國學校。雖已多採用其書。惜尙無譯本出版。未習英文者以爲憾。適衡陽唐㮨獻君譯其第一編。賀延年君譯其第二編。遂由商務印書館爲之印行問世。駱君紹先。劉君遠塵。同任讐校。而劉君之力爲多。自發稿至出版。寒暑載更矣。此書出版。學子之習代數者。其或可以減少沈悶之感也夫

民國八年十二月

紹興壽孝天識於商務印書館編譯所

何魯陶三氏代數學第一編

例　言

是書爲美國哥命比亞大學數學教授何氏及中央高等學校數學部主任魯氏校長陶氏所共著。說理精詳。極便初學。全部共分兩編。本册爲第一編。其稍高深者。詳於第二編。

是書材料。較現行各中等代數學稍多。參考自修。均屬善本。高等學校預科及師範學校用之。尤爲恰當。惟普通中學用之。稍覺冗繁。教者能酌量刪取。亦堪適用。

圖解表示法。本書特別詳細。可爲學解析幾何學之預備。又幾何上之初淺定理。物理上之簡明公式。本書皆旁及之。以圖科學之聯絡。書中備考及傳記兩門。詳述數學發達之由來。及各數學大家之略史。且插肖像數幅。俾資景仰。凡此數者。著者皆具深意。閱者勿以拉雜目之也。

本編習題過多。然皆由淺入深。引起興味。不令演題時感困苦。故譯者不敢多爲刪減。教者可視授課之時間酌減之。

本編所用名詞。悉取現今所通行者。惟聯立方程式。本編改用方程系。閱者一閱本書。當知此名詞較爲妥當。又一次方程式。本編有改用綫方程式者。因於圖解法中用之較便也。

本編譯自英文。譯者不文。未克逐字相求。但求其不背數理。易於明白而已。其中為同學等所糾正者不少。而譚君巽才。賀君延年。臂助尤多。然錯訛未當。深恐不免。閱者匡其不逮。則甚幸矣。

中華民國五年七月　　　　譯者識

何魯陶三氏代數學第一編

目錄

插畫

何魯陶三氏

代數學

第一編

第一章

代數學之緒論

1. 代數學所有各種理論。雖云新穎。然學者當能知其爲繼算術而論數之學也。

2. 符號 符號之用於代數學。較算術爲廣。且聯合其意義與用途。遂另生種種新意義。符號之中。有用以表數者。又有指示運算。與表現數與數間之關係者。如亞拉伯數字與字母。均用以表數。以下則均爲運算之符號。如 $+$, $-$, $\times$, $\div$, 其意義均與算術上相同。$+$ 讀爲加，$-$ 讀爲減，$\times$ 讀爲被乘，$\div$ 讀爲被除。但乘法之符號。常用點以表示。或竟省略之。例如 $3\times a$ 寫作 $3\cdot a$ 或 $3a$。又 $2\times a\times b$ 寫作 $2ab$ 是也。又 $a\div b$ 常寫作 $\frac{a}{b}$。又符號 $=$ 讀爲等,或等於。

習題

1. 若 h 與 m 爲表示一點鐘與一分鐘內所有之秒數。問 $4h+3m$ 爲若干秒。

2. 若 y 與 f 表一碼及一呎內之吋數。問 $5y+4f$ 爲若干吋。

3. 若 q 表二角五仙。d 表一角。問 $4q+6d$ 之價值爲若干仙。

4. 若 t 與 h 表一噸與一擔 (100 磅) 內之磅數。問 $4t+6h$ 爲若干磅。

5. $3x+5x=$ 若干 x.

6. $4x+5x=(?)x$.

7. $2x+3x+6x=?$

8. $2x+2+3x+4=(?)x+?$

9. $x+x+2+x+x+2=?$

10. $n+n+1+n+2=?$

11. $5a+18-3a-7=?$

12. $8x-3+18-5x=?$

13. $4w-8+3w+20=?$

14. 若 m 表一月。又 $y=12m$. 試以 m 之項表 $y+5m$.

15. 若 y (一碼) 等於 $3f$ (一呎)。試以 f 之項表 $2y+7f$.

16. 若 q (二角五仙) 等於 $5n$ ($n=$ 五仙)。問 $4q+3n$ 有若干 n。

17. 若 $d=24h$. 問 $12d+5h$ 爲若干 h。

18. 若 $h=60m$. 問 $15h+50m$ 爲若干 m。

19. 一平方形之邊爲 5 吋。問其面積若干。又其周圍之長若干。

20. 一矩形之底爲 12 呎。其高爲 4 呎。求其面積與其周圍。

21. 一平方形之邊爲 5 吋。試表其周圍,與其面積。

22. 若 6 呎爲一矩形之底。又以 a 呎表其高。問其面積與其周圍各若干。

23. 一矩形之長爲其闊之 2 倍。令 x 表其闊之吋數。試求以下各件。(a) 以 x 表其長度, (b) 周圍, (c) 面積。

24. 某人長於其子三倍。若 y 爲其子之年齡。問其父之年齡若干。

25. 父長於其子 30 歲。若 y 爲其子之年齡。問其父之年齡若干。

26. 一矩形之長。較其闊多 12 呎。命 w 表其闊之呎數。試以 w 之項與他數。表其長度與其周圍。

27. 一矩形之闊。較其長短 18 呎。若其闊爲 w 呎。則其長與周圍各如何。

28. 一矩形之長。較其闊之二倍多 4 呎。試以字母或字母與數。表其長與闊。并其周圍。

符號之源流 現時用於代數上之各符號。其歷史不僅有趣味而已。且足以知代數進步之遲緩。每見表示一種省略與暗示之符號。似覺無甚意義。而其運算與方法。有百世尙難了解者。因相傳已久。遂忘其所以然也。

在古時實無通用之代數符號。常寫出加減等於等之全字。至第十六世紀。意大利之數學家。始用起首之字母 $\bar{p}$ 與 $\bar{m}$ 以代十與一。試思近代之符號 一。實經過書字首之 m。漸漸棄去其字之曲綫。終至留簡單之直綫。符號 十。亦同樣由 p 變爲簡易。又有謂十五世紀時。德國實始用此等符號。以記載倉庫貨箱之重量。蓋以多數貨箱裝入倉庫時。假定每個

重 100 磅。若某箱較標準重量超過 5 磅。則記爲 100+5。若少 5 磅。則記爲 100-5。雖第一次用此等符號時。已於 1489 年公布。然至 1630 年。始可謂爲通用。

乘法之符號。大約在 1630 年已用之。× 形之符號。爲英人奧楚雷 (Onghtred) 與華累笛 (Harriot) 所用。點則爲法人代加德 (Descartes) 第一次所書。奧氏曾於 1585 年。爲雷利先生 (Sir Walter Raleigh).派往美國。返國時。呈一視察報告書。爲伊初次測量維基利亞 (Virginia) 與北加羅利亞 (North Carolina) 等地所縮繪之地圖。此亦可著意之事也。故附記之。

又有可怪者。用綫以表示除法。較現在所用之諸符號爲先。故爲最古之符號。紀元後 100 年時。亞拉伯人已用 $\frac{a}{b}$ 與 $^a/_b$ 以表 b 除 a 之商。而符號 ÷。則 1630 年始出見。

表相等之法不一。在 1600 年以前。常完全寫出等字。雖十二世紀時。印度人以方程式之兩邊之一。置諸他邊之上。然近代之符號 =. 則大約爲 1557 年英人雷可特 (Recorde) 所引出。因其言曰。無二物能較平行綫更相等者故也。其初此符號亦未通行。其後五十年內。常見有 ॥, ∞, ∝, 等符號。

3. 符號之用處 符號能簡約通常之言語。用之於問題之解法。

例如某數之三倍。較 20 少 5。求某數。

若 n 表某數。則此例之意義。可以符號表出之。

$$3n=20-5.$$

$$n=?$$

此符號所表出者。如 $3n=20-5$. 謂之**方程式**。其 n 謂之**未知數**。

若 $$3n=20-5.$$

$$3n=15.$$

則 $$n=5.$$

上例說明解析問題之代數法。則直接而且簡單。學者銳意前進。當更覺其便利。

例　題

1. 二數之和爲112。其大者爲其小者之三倍。問二數各若干。

解法　由題意

$$\text{大數}+\text{小數}=112.$$

若以 l 表小數。則大數必爲 $3l$。故上之敍述爲

$$3l+l=112.$$

集合

$$4l=112.$$

得

$$l=\frac{112}{4}=28.$$

又

$$3l=3\times28=84.$$

故大數爲84。而小數爲28。

問　題

1. 二數之和爲160。其大數爲其小數之四倍。問二數各若干。

2. 某數加其數之五倍。等於216。求某數。

3. 一數爲他數之七倍。而其和爲72。求各數。

4. 有三數。其第一數爲第三數之二倍。其第二數爲第三數之四倍。而其和爲105。求各數。

5. 三數之和爲117。其第二數爲第一數之二倍。又第三數爲第二數之三倍。求各數。

6. 三數之和爲192。其第一數爲第二數之二倍。又第三數等於其他二數之和。求各數。

7. 三數之和爲324。其第二數五倍於第一數。又第三數六倍於第二數。求各數。

8. 三數之和爲104。其第二數爲第一數之三倍。其第三數爲他二數之和。求各數。

9. 問金額若干。放出一年。可得本利合計378元。但其利金爲本金之5%.

解法 由算術

$$本金+利金=本利合計.$$

由題意 $$本金+.05本金=378元.$$

若 p 表本金。則最後之敍述爲

$$p+.05p=378.$$

集項 $$1.05p=378.$$

得 $$p=\frac{378}{1.05}=360.$$

故所求之金額爲360元。

10. 問若干金額。以6%貸出一年。可得本利合計銀265元。

11. 問若干金額。以單利4%貸出3年。可得本利合計700元。

12. 本金520元。以$6\frac{1}{2}$%單利貸出。問須若干年。始可得利金169元。

13. 本金225元。以6%單利貸出。問須若干年。可得利金27元。

14. 有本金375元。問須以百分之幾之單利貸出。於二年間。得利金75元。

解法 令 $x=$ 利率.

則 $\$375x=$ 一年之利金.

又 $\$750x=$ 二年之利金.

但 $\$75=$ 二年之利金.

所以 $750x=75.$

得 $x=\frac{1}{10}.$

由是其貸出之利率為10%.

15. 問須以百分之幾之單利貸出。則本金825元。可於四年內得利金165元。

16. 問須以百分之幾之單利貸出。則本金250元。可於六年內得本利合計317.5元。

17. 以4%單利行息。問須若干年。始可得本金200元之兩倍。

18. 以5%單利行息。問須若干年。始可得本金150元之三倍。

19. 某平方形之周圍為160呎。求其各邊之長。

20. 某矩形之周圍為256呎。其長三倍於其闊。問其長闊各若干。

21. 一矩形之周為198吋。係兩相等方形并列所成。試求矩形之長與闊。并各平方形之周圍。

22. 兩個相等之方形并列成一矩形。若各平方形之周圍為120吋。問矩形之周圍若干。

4. 數之表示 在代數學中。可以一個數字,或一個以上之數字,或字母,或聯合數字與字母,以表各種數値。

如 $3, 25, a, 2b, 4xy$ 與 $2x+3$ 等。皆爲數之代數的符號。然 $4xy$ 與 $2x+3$ 果係表示何數。則尙不知。必須 x 與 y 均爲代已知數者。始可決定。在一問題內。此種符號所有之價値。與在他一問題內者。顯然不同。欲以種種方法。以決定各値於不同之問題中。此卽代數學之主要目的也。

5. 因子 各數連乘。此各數中之任一數。謂之此連乘積之一因子。

如 $3ab$。其意卽 3 乘 a 乘 b。其中任一數 $3, a$, 與 b 均各爲 $3ab$ 之一因子。同理。$4(a+b)$。其意卽 4 乘 $(a+b)$。其 4 與 $a+b$。均爲 $4(a+b)$ 之因子。

6. 指數 指數係書於他一數之右上方之一數。用以表明取此他一數之若干個爲其因子者。

(此定義之末句。可改爲分數與其他之代數的數。均得爲指數。)

如 $3^2=3\cdot3$, $5^3=5\cdot5\cdot5$, 又 $a^4=a\cdot a\cdot a\cdot a$, $4xy^3=4x\cdot y\cdot y\cdot y$。於 a^b。則 b 亦 a 之指數。若 a 爲 4 而 b 爲 3。則 $a^b=4^3=4\cdot4\cdot4$。指數若爲 1。則常不寫出。

7. 係數 若一數爲二因子之積。則此二因子在此積中互爲係數。

故 $4x^2y$ 中 4 爲 x^2y 之係數。y 爲 $4x^2$ 之係數。又 $4y$ 亦 x^2 之係數。凡數的係數 1。常省略之。若遇有 1 以外之數係數。則常書之於前。例如 $5x$。不書作 $x5$。

下例說明係數與指數間不同之意義。

$$3x=x+x+x.$$

$$x^3=x\cdot x\cdot x.$$

若於各式中 $x=5$。則 $3x$ 代 15。而 x^3 則代 125。若 x 於各式中等於10。則 $3x=30$。而 $x^3=1000$。

8. 括弧之用法　若二或二以上之數。用運算記號聯結之。而包含於一括弧內。則其內之式。可視爲一符號所代之數。

故 $3(6+4)$。其意卽 $3\cdot 10$。卽 30。$(17-2)\div(8-3)$。其意爲 $15\div 5$。卽 3。$(5+7)^2$。其意卽 12^2。或 144。又 $6(x+y)$。其意卽 x 與 y 之和之六倍。

平方根之符號爲 $\sqrt{\ }$ 或 $\sqrt[2]{\ }$。又立方根之符號爲 $\sqrt[3]{\ }$。皆與算術上相同。

根號之名。通用於以下之符號 $\sqrt{\ }$，$\sqrt[2]{\ }$，$\sqrt[3]{\ }$，$\sqrt[4]{\ }$ 等等。根號上之小字如 $\sqrt[3]{\ }$ 之 3 字。常稱爲指數。

備考　數根之符號不一。已經過一番硏究。符號 $\surd$ 。於1544年。爲德人史梯夫(Stifel)所引出。此卽拉丁字(Vadix)之首一字母也。卽根(root)之意。在此時以前。平方根用符號 ℞ 表之。如 $\sqrt[4]{5}$ 必以 R 45。現時則惟醫生於處方時用之。卽首方(recipe)之省筆也。古時間有用點以指示平方根者。如 $\surd 2$ 則以 ·2 表之。而亞拉伯人表數之根。則以亞拉伯數字直接除其數。