



普通高等教育“十一五”国家级规划教材



Maple理论力学 II

第2版

李银山 主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

Maple 理论力学 II

第2版

		李银山	主编
李银山	魏剑伟	李彤	编著
	高云峰	李欣业	主审



机械工业出版社

本书第1版是普通高等教育“十一五”国家级规划教材,第2版根据教育部高等学校力学教学指导委员会最新制定的《理论力学教学基本要求(A类)》修订而成。

本书在内容上与经典理论力学是相对应的,基本上覆盖了经典理论力学中所涉及的所有问题——静力学、运动学、动力学、动力学专题和高级应用。本书自始至终以“力学”为本。计算机编程首先是计算机建模训练,其次才是“计算”和“应用”。本书与经典理论力学相比:经典理论力学面向“人脑”,本书面向“电脑”。“程序”是“电脑”思维的载体,是“人脑”指使“电脑”思维的工具。用“电脑”分析理论力学,实质上就是用“程序”对质点和刚体组成的机构和结构进行分析计算。

本书的特点如下:

本书融实际问题→力学建模→数学建模→计算机编程→符号运算→数值计算→计算机绘图于一体,是尝试素质教育的一本 Maple 理论力学教材。

本书适用于工科本科生理论力学教学和研究生理论力学专题的学习研究。

图书在版编目(CIP)数据

Maple 理论力学. II/李银山主编. —2版. —北京:机械工业出版社, 2013.7

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

ISBN 978-7-111-42985-2

I. ①M… II. ①李… III. ①理论力学-高等学校-教材 IV. ①031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 138903 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:姜 凤 责任编辑:姜 凤 李 乐

版式设计:常天培 责任校对:樊钟英 肖 琳

封面设计:张 静 责任印制:杨 曦

北京中兴印刷有限公司印刷

2013 年 10 月第 2 版第 1 次印刷

169mm×239mm·18.5 印张·359 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-42985-2

定价:32.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066 教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售一部:(010)68326294 机工官网:<http://www.cmpbook.com>

销售二部:(010)88379649 机工官博:<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线:(010)88379203 封面无防伪标均为盗版

序

由李银山教授所主编的《Maple 理论力学》(I , II) 是一套将理论力学和计算机技术联系起来的新型教材。书中既保留了理论力学的核心内容, 即静力学、运动学和动力学中的各种内容, 同时又引入了计算能力强且容易操作的计算机数学软件 Maple, 从而使繁杂的计算可由计算机去完成, 不仅限于分析特定瞬时或特定位置的运动, 而且能够对运动过程进行分析, 这对培养学生力学概念是十分重要的。通过本套书的学习, 既能掌握理论力学的核心内容, 又能系统地培养学生具有计算机建模编程和分析计算的能力。书中还给出了一些学科前沿, 如分岔、混沌问题的分析方法, 这对培养学生科学研究工作能力是很有好处的。

本书第 1 版曾在太原理工大学和河北工业大学有关专业使用, 取得了很好的教学效果。

李银山教授在这套书的撰写过程中作了很大的努力, 做了大量有意义的工作。

衷心地期待这套书能为理论力学的教学作出贡献, 使理论力学的教学能更上一个台阶。

清华大学 教授
徐秉业

第2版前言

本书第1版自2006年出版以来,瞬已六载。第2版在下列几个方面作了进一步的修订:

(1) 吸收了《力学与实践》“教育研究”栏目的最新成果,吸收了第1~7届全国高等学校力学课程报告论坛的最新成果,扩充成I、II两册,使本书内容完整、结构紧凑、叙述严谨、逻辑性强。

(2) 以微积分、线性代数和概率论为基础,由简单到复杂,先平面后空间,重点介绍最具理论力学课程特点的基础内容。

(3) 以矢量力学和分析力学为两条主线贯穿整个课程,讲授静力学、运动学和动力学。

(4) 从多种不同角度讲解基本概念、基本公式和基本方法,既有严格证明,又有形象直观的几何解释和物理解释。

(5) 继承和创新相结合,增加了运动全过程分析内容,注意通过图像、计算等数学运算,使学生掌握物理概念,通过理论分析和例题示范,训练学生思考方法、力学简化建模能力、数学建模能力、符号解析计算能力、数值计算能力、计算机绘图和计算机仿真能力。

(6) 力学原理可以分为不变分的和变分的,本书先讲不变分的原理,后讲变分的原理,不变分的原理和变分的原理并重,这次修订增大了变分原理的内容,以满足快速科技发展的工程需求。

(7) 随着现代科技的发展,各种设备系统的结构日趋复杂,诸如卫星、火箭、飞机、导航系统、航空母舰、机器人、高层建筑、大跨度桥梁、高速列车等各类系统的可靠性被提上了科学研究的日程。提高系统的工作可靠性,可从两方面着手:一是提高每一组成元件的可靠性;二是研究系统的最佳设计、使用与维修方案等。为满足工程需要,本书增加了“理论力学中的概率问题”一章。

太原理工大学魏剑伟编写了第2,3章;华东理工大学李彤编写了第4,5章并制作了本书的多媒体课件;河北工业大学李银山编写了其他章节并统稿。清华大学高云峰教授与河北工业大学李欣业教授担任本书主审,在此表示感谢。

在本书编写的过程中,我的研究生罗利军、董青田、曹俊灵、潘文波、吴艳艳和其他许多博士生、硕士生及本科生给予了许多帮助,在此一并致谢。

感谢我的博士后导师陈予恕院士关于本书经常有益的讨论和指导。
我深深地感谢我的夫人杨秀兰女士，她帮助我录入了全部书稿。
限于作者水平，错误与不妥之处望读者不吝指正。

李银山

2013年9月于天津

第1版前言

1. Maple 语言在理论力学中的应用

从20世纪80年代起,出现了科学计算语言,也称为数学软件。因其具有高效、可视化和推理能力强等特点,在大学教育和科学研究中,正迅速取代 BASIC、FORTRAN 和 C 语言。这类语言中已商品化的有 Maple、MATLAB、MATHEMATICA、MATHCAD 等,它们的功能大同小异,又各有所长。Maple 是 Waterloo 大学研发的一种数学运算软件,是目前世界上最为通用的符号计算软件之一,它提供了强大的数学计算功能和一些强大的程序包。

这种算法语言为何能大大提高教学的效率呢?

(1) 它可用一种几乎像通常笔算式的简练程序,把烦琐的计算交给计算机去完成。

(2) 由于它的表达式简练而准确,往往可以简化公式的推导和概念的叙述。

(3) 它可以方便迅速地用三维图形、图像、动画等表达计算结果,帮助逻辑思维。

(4) 它可很方便地把复杂的计算过程凝聚成一个程序,以后可随意调用,避免教学中的重复。

(5) 它的可扩展性强,在学好其基础部分之后,还有几十种工具箱可用于各类科研需要,可缩短学习和实践工作的距离。

由于这些特点,笔者认为,应该把 Maple 作为一种贯穿大学学习全过程的语言教给学生。这就是说,①应该使大学生从一年级就初步学会这种语言;②应该在以后的各门主要课程中不断地反复应用和深化。

近年来,有关 Maple 语言的书籍在我国逐渐增多,但它们都不太适用于本科教学。为了使讲授理论力学的老师看到 Maple 在理论力学教学中的应用价值,为了指导学生在各门课程中能利用 Maple 语言解题,笔者编写了本书。

2. 理论力学中的计算机分析

本书在内容上与经典理论力学是相对应、相平行和相一致的,基本上覆盖了经典理论力学中所涉及的所有问题——静力学、运动学、动力学、动力学专题和高级应用。因此,本书是针对整个理论力学体系的,而不仅是其中的个别方法。希望读者学完本课程后获得的印象是,计算机方法适用于经典理论力学中的所有问题,而且在效率上远胜过经典理论力学。

本书自始至终以“力学”为本。计算机编程首先是计算机建模训练,其次

才是“计算”和“应用”。本书与经典理论力学相比，有新颖的前提、手段、出发点和立足点。经典理论力学面向“人脑”，本书面向“电脑”。“程序”是“电脑”思维的载体，是“人脑”指使“电脑”思维的工具。用“电脑”分析理论力学，实质上就是用“程序”对质点和刚体组成的机构和结构进行分析计算。面向“电脑”的理论力学，若不落实到“程序”，似有一种“有矢”而“无的”的感觉。

作为继承，本书以经典理论力学为基础，对经典理论力学中已经讲述了的内容作了尽可能地简化。作为发展，本书在内容体系上的完整性使其有潜力在未来成为独立于经典理论力学的新体系。笔者认为，兼顾继承和发展，在继承中发展，在发展中创新，是面向21世纪教学内容体系改革的精神所在。

本书的完成是多年来坚持不懈的思考、探索和完善的结果，其中不乏独特的内容素材和处理手法，而有些内容属于力学前沿课题（分岔、混沌和非线性振动等）。在潜心研究的过程中，笔者有幸得到一些令人满意的成果，使得本书所构思的内容体系得以完备。

回顾本书编制过程中的创意与追求，总结一下特色，有以下几点可以提及：

(1) 能力培养的系统性：系统地培养计算机建模编程、分析计算能力。

(2) 内容体系的完整性：覆盖了经典理论力学中几乎所有的问题。

(3) 内容体系的一致性：从头至尾采用先符号运算后数值计算。

(4) 内容体系的综合性：广泛综合力学、数学、计算技术、编程技巧等内容。

(5) 内容体系的现代性：有些内容（分岔、混沌）为学科前沿最新研究成果。

(6) 程序语言的先进性：采用了先进的 Maple 程序语言。

本书融实际问题→力学建模→数学建模→计算机编程→符号运算→数值计算→计算机绘图于一体，是尝试素质教育的一本 Maple 理论力学教材。

以上虽是笔者追求的特色，但未必都已得到很好的实现。由于时间紧促，水平有限，不妥和错误之处恐在所难免，期盼读者指正。

3. 致谢

本课程自1994年开始，为配合全国大学生数学建模竞赛活动，每年都在太原理工大学力学系和数学系讲授，每次仅用32课内学时。2002年起在河北工业大学的环境001~002班、自动化011~014班、交通011班、过程011~012班、机设024~026班、交通021班、交运021班、测控C021~C022班、机设C031~C035班、过程031班、力学031班等四届23个班的学生中作了试点教学，取得了很好的效果，对他们学习 Maple 理论力学的激情、渴求和编程表现出的聪明才智，笔者在教学中受到了极大的鼓舞。

河北工业大学机械工程学院、教务处和研究生院的有关专家和领导对本书的编写，自始至终给予了大力的支持和鼓励，在此表示衷心的感谢。本书的出版得到了国家自然科学基金重大项目（19990510）、山西省自然科学基金项目（20001007）和“河北工业大学车辆工程重点学科基金”的资助，在此特表谢意。

上海应用技术学院孙雨明博士编写了本书的静力学部分，并绘制了大部分图形。

我深深地感谢我的夫人杨秀兰女士，她帮助我录入了全部书稿，对她在准备手稿期间的耐心和深刻的理解表示感谢。

感谢我的导师天津大学陈予恕院士、太原理工大学杨桂通教授、太原科技大学徐克晋教授、军械工程学院张识教授多年来的指导、帮助和支持。

波兰工程院院士、清华大学徐秉业教授热情为本书作序。清华大学高云峰副教授担任本书主审，河北工业大学王守信教授、郭全梅教授对书稿作了极为认真细致的审阅，作者致以衷心的感谢！

李银山

2004 年 12 月于天津

主要符号表

a 加速度	F_p 主动力
a_n 法向加速度	F_Φ 反推力
a_τ 切向加速度	F_I 达朗贝尔惯性力
a_a 绝对加速度	F_{IC} 科氏惯性力
a_r 相对加速度	F_{Ie} 牵连惯性力
a_e 牵连加速度	$\underline{F}$ 力坐标列阵
a_c 科氏加速度	g 重力加速度
A 面积, 自由振动振幅	G 引力常量
$\underline{A}$ 方向余弦矩阵	h 高度
c 光速, 阻尼系数	H 哈密顿函数
C 质心, 重心, 阻力因数	$\underline{H}$ 拉梅系数矩阵
d 微分符号	H_1, H_2, H_3 拉梅系数
$\tilde{d}$ 动系中微分符号	I 冲量
$d'W$ 元功	$I^{(e)}$ 外力的冲量
e 碰撞恢复因数, 偏心距	$\tilde{I}_j$ 广义冲量
$\underline{e}$ 矢量基 (简称基), 矢量列阵	I_1 静力学或运动学第一不变量
e_1, e_2, e_3 矢量基的三个基矢量	I_2 静力学或运动学第二不变量
E 总机械能	$\underline{i}$ 正交矢量基, 正交矢量列阵
$\underline{E}$ 单位并矢	i_1, i_2, i_3 正交矢量基的三个基矢量
$\underline{E}$ 单位矩阵	i, j, k 直角坐标三个基矢量
$E(X)$ 数学期望	J_C 刚体对质心轴 Cz 的转动惯量
f 自由度数, 频率	J_O 刚体对定轴 Oz 的转动惯量
f_d 动摩擦因数	J_p 刚体对瞬轴 p 的转动惯量
f_s 静摩擦因数	J_{xy} 刚体对 x, y 轴的惯性积
F 力	J_z 刚体对 z 轴的转动惯量
F_R 合力	J 惯量张量
F_f 摩擦力	$\underline{J}$ 惯量矩阵
F_N 约束力, 理想约束力, 法向约束力	J_O 刚体对定点 O 的惯量张量
$F_{\bar{N}}$ 非理想约束力	J_C 刚体对质心 C 的惯量张量

- J_O 刚体对定点 O 的惯量矩阵
 J_C 刚体对质心 C 的惯量矩阵
 J_1, J_2, J_3 主转动惯量
 k 弹簧刚度系数
 l 长度, 坐标总数
 L 拉格朗日函数
 L_z 质点系对 z 轴的动量矩
 L_O 质点系对定点 O 的动量矩
 l 坐标总数
 L_C 质点系对质心 C 的动量矩
 L_A 质点系对动点 A 的动量矩
 m 质量, 广义坐标数
 $\bar{m}$ 多余坐标数
 M_z 力对 z 轴的矩
 $\max$ 极大
 $\min$ 极小
 M 力偶矩, 主矩
 M_R 合力偶
 M_e 外力偶
 M_O 力 F 对点 O 的矩
 M_{I_0} 惯性力的主矩
 M_g 陀螺力矩
 M 质量矩阵
 n 质点数
 N 刚体数
 O 定参考坐标系的原点
 p 广义动量
 p 动量, 转动瞬轴基矢量
 P 重量, 功率, 速度瞬心
 q 广义坐标
 q 载荷集度
 Q 广义力
 Q^* 非有势力的广义力
 $\tilde{Q}$ 正则变量表示的广义力
 r 半径, 双向完整系统约束数
 $r+s$ 双向约束数
 r, θ, φ 球坐标
 r 矢径
 R 总约束数
 R 主矢
 $R^{(e)}$ 外力的主矢
 R_I 达朗贝尔惯性力的主矢
 R_{Ie} 牵连惯性力的主矢
 R_{IC} 科氏惯性力的主矢
 r_A 动点 A 的矢径
 r_C 质心 C 的矢径
 s 弧坐标, 双向不可积微分约束数
 S 哈密顿作用量
 $\bar{S}$ 拉格朗日作用量
 t 时间
 T 动能, 周期
 v 速度
 v_a 绝对速度
 v_r 相对速度
 v_e 牵连速度
 $v_{B/A}$ 刚体上动点 B 绕基点 A 作圆周运动的速度
 V 势能
 W 力的功
 x, y, z 直角坐标
 z 频率比
 α 角加速度
 β 振幅放大因子
 δ 滚动摩阻系数
 δ 等时变分
 $\tilde{\delta}$ 全变分
 δW 虚功
 $\delta \tilde{W}$ 冲量虚功

Δ 增量, 等时变更	Γ 曲线积分路径
ΔJ 角位移	Γ_O 力对定点 O 的冲量矩
φ_m 摩擦角	$\Gamma_O^{(e)}$ 外力对定点 O 的冲量矩
η 减缩因数	ω 角频率
κ 曲率	ω_0 固有角频率
λ 特征值	ω_d 阻尼自由振动角频率
μ 刚体的质量, 流体黏度	ω 角速度
θ 转角	ω_a 绝对角速度
ρ 密度, 曲率半径	ω_r 相对角速度
ρ, φ 极坐标	ω_e 牵连角速度
ρ, φ, z 柱坐标	Ω 受迫激励角频率
ρ_z 对 z 轴的回转半径	ξ, η, ζ 静坐标系的三个坐标
ρ 相对矢径	ψ, θ, φ 欧拉角
$\sigma(X)$ 均方差	ζ 阻尼比
τ, n, b 自然坐标系三个基矢量	Z_w 高斯拘束
τ 碰撞作用时间	

目 录

序	
第2版前言	
第1版前言	
主要符号表	

第4篇 分析力学

第16章 达朗贝尔原理	2
16.1 质点的达朗贝尔原理	2
16.2 达朗贝尔惯性力系的简化	4
16.3 质点系的达朗贝尔原理	8
16.4 绕定轴转动刚体的轴承动约束力	9
16.5 例题编程	11
第17章 虚位移原理	20
17.1 虚位移	20
17.2 静力学普遍方程	33
17.3 广义坐标形式的静力学普遍方程	36
17.4 动力学普遍方程	38
17.5 例题编程	41
第18章 拉格朗日方程	47
18.1 广义坐标形式的动力学普遍方程	47
18.2 第二类拉格朗日方程	49
18.3 拉格朗日函数	51
18.4 拉格朗日方程的初积分	53
18.5 拉格朗日方程乘子法	58
18.6 例题编程	60

第5篇 专 题

第19章 单自由度系统的微振动	74
19.1 自由振动	74
19.2 阻尼振动	77
19.3 受迫振动	79
19.4 例题编程	83

第 20 章 理论力学中的概率问题	98
20.1 概率密度分布	98
20.2 多维概率密度	101
20.3 数学期望	103
20.4 均值、均方值和方差	104
20.5 正态分布	105
20.6 例题编程	107
第 21 章 碰撞	116
21.1 碰撞的特征和基本假定	116
21.2 研究碰撞的矢量力学方法	121
21.3 研究碰撞的分析力学方法	124
21.4 例题编程	127
第 22 章 刚体空间动力学	133
22.1 刚体定点运动时的动量矩和动能	133
22.2 刚体的质量几何	136
22.3 刚体定点运动的动力学方程	146
22.4 无力矩刚体的定点转动	147
22.5 重力场中轴对称刚体的定点转动	151
22.6 刚体一般运动的动力学方程	155
22.7 例题编程	156
第 23 章 变质量动力学	159
23.1 基本概念与定理	159
23.2 变质量质点的运动	162
23.3 变质量刚体的运动	164
23.4 火箭的运动	166
23.5 例题编程	169
第 24 章 多自由度系统的微振动	174
24.1 模态的概念	174
24.2 两个自由度系统的自由振动	175
24.3 两个自由度系统的受迫振动	179
24.4 动力系统的标准形式	183
24.5 例题编程	184

第 6 篇 高级应用

第 25 章 平面三体问题的轨道	201
25.1 正则方程	201
25.2 正则关系和正则变换	203
25.3 泊松括号	204

25.4	哈密顿-雅可比方程	207
25.5	哈密顿力学在平面三体问题中的应用	208
25.6	例题编程	212
第 26 章	人造地球卫星	216
26.1	力学中的变分原理	216
26.2	天体力学基础	222
26.3	例题编程	224
第 27 章	陀螺	237
27.1	陀螺基本公式	237
27.2	陀螺基本理论	238
27.3	高速自转陀螺的近似理论	240
27.4	用拉格朗日方程建模分析陀螺运动	242
27.5	例题编程	245
第 28 章	非线性振动、分岔和混沌	250
28.1	非线性振动	250
28.2	分岔	252
28.3	混沌	253
28.4	例题编程	255
附录		271
附录 C	矢量与并矢	271
附录 D	变分	273
参考文献		279

第4篇 分析力学

动力学基本规律的另一种叙述方法称为达朗贝尔原理。它可以看成是牛顿第二定律的演变，也是后来发展分析力学的基础。依据达朗贝尔原理建立起来的动静法，是解决工程问题的一种实用方法。

自从牛顿著作发表以后，经典力学就有了迅速的发展，形成了完整的牛顿-欧拉的矢量力学体系，解决了许多实际问题，如天体运行的预报等。但工业的发展提出了解决受约束的多自由度非自由质点系动力学问题，用矢量力学方法会遇到困难。因为约束首先是对位置的约束，而在矢量力学中却换成了约束力，因而增加了未知量。1788年，法国科学家拉格朗日出版了著名的《分析力学》一书，提出了解决动力学问题的新观点与新方法。拉格朗日用广义坐标描述非自由质点系的运动，因而使描述系统运动的变量大为减少；所处理的动力学量是质点系的动能、势能及力的功，这些都是标量，因而可以充分使用纯粹数学分析的方法进行研究。拉格朗日追求的是一般理论与一般数学模型，对各种具体问题，只要进行代入与展开，就能得到具体结果；他说：“在我的书里，你找不到一张图。”

在拉格朗日之后，英国数学家、力学家哈密顿又作了发展；他将动力学的基本定律归纳为原理，不仅使力学在理论上更加完美，而且有可能扩展到非力学的其他物理领域，如量子力学。由拉格朗日和哈密顿奠基的力学研究就称为分析力学，它与矢量力学共同构成经典力学的主要内容。

本篇介绍分析力学的基本概念及一些基本方程，为进一步学习分析力学打下基础；同时也为解决工程中的动力学问题提供新的建模方法。

第 16 章 达朗贝尔原理

达朗贝尔原理提供了研究动力学问题的一个新的普遍方法,即用静力学研究平衡的方法来求解动力学问题,这种方法常称为动静法,在工程中经常采用;另一方面,达朗贝尔原理与下一章的虚位移原理构成了分析力学的基础。

16.1 质点的达朗贝尔原理

16.1.1 惯性参考系中质点的达朗贝尔原理

达朗贝尔原理是关于非自由质点动力学的一个原理。

设作用在非自由的质点上有主动力 $\boldsymbol{F}$ 和约束力 $\boldsymbol{F}_N$; 按照达朗贝尔的原始思想, 可将 $\boldsymbol{F}$ 分解为两部分 (图 16-1a): 一部分使质点产生加速度 $\boldsymbol{a}$, 叫做发动力 $\boldsymbol{F}_{fd}$, 有关系式:

$$\boldsymbol{F}_{fd} = m\boldsymbol{a} \quad (\text{a})$$

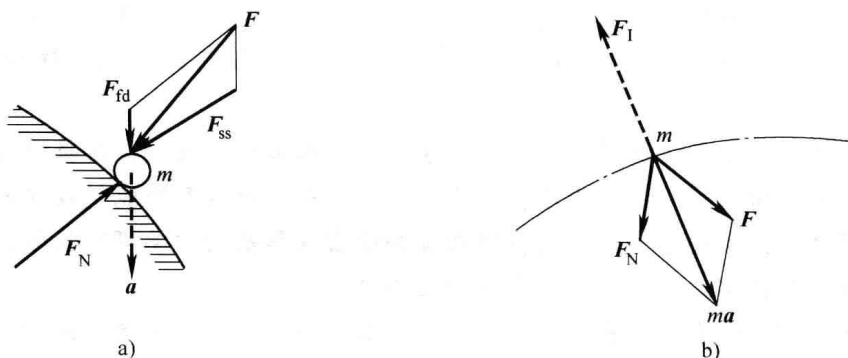


图 16-1 质点的达朗贝尔原理

余下的一部分叫做损失力 $\boldsymbol{F}_{ss}$, 所以有关系式:

$$\boldsymbol{F}_{ss} = \boldsymbol{F} - \boldsymbol{F}_{fd} \quad (\text{b})$$

将式 (a) 代入式 (b), 得

$$\boldsymbol{F}_{ss} = \boldsymbol{F} - m\boldsymbol{a} \quad (\text{c})$$

即损失力等于主动力 $\boldsymbol{F}$ 加上 $(-m\boldsymbol{a})$ 。

质点达朗贝尔原理的原始表述为: 作用于质点上的损失力在每一瞬时位置上