



普通高等院校“十二五”规划教材
全国高校教材学术著作出版审定委员会审定

LILUN WULI DAOLUN
理论物理导论

(下册)

田成林 江遯汉 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

普通高等院校“十二五”规划教材

全国高校教材学术著作出版审定委员会审定

理论物理导论

(下册)

田成林 江遵汉 编著

国防工业出版社

内 容 简 介

本书系统阐述了理论物理学的基本概念、基本原理和基本方法。全书体系完整、结构新颖，叙述清楚、分析透彻，内容精炼、逻辑严密，物理图像清晰、物理概念准确。

全书分为上下两册，共 20 章。上册包括经典力学、经典电动力学、狭义相对论三部分内容。其中经典力学 2 章、经典电动力学 4 章、狭义相对论 2 章。下册包括量子力学、统计力学两部分内容。其中量子力学 6 章、统计力学 6 章。为方便教学，各章均附有一定数量的习题。

本书可作为高等院校理工科非物理专业本科生和研究生或物理专业本科生理论物理课程的教材或参考书，亦可供从事理论物理教学或研究的工作人员参阅。

本书适合两学期讲授。建议上、下册各讲授 80 学时。

图书在版编目 (CIP) 数据

理论物理导论：全 2 册/田成林，江遹汉编著。

—北京：国防工业出版社，2014.1

ISBN 978-7-118-09110-6

I. ①理… II. ①田… ②江… III. ①理论物理学

IV. ①O41

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 317576 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京京华虎彩印刷有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 20¹/₄ 字数 480 千字

2014 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—1000 册 定价 92.00 元 (上下册)

(本书如有印装错误，我社负责调换)

国防书店：(010) 88540777

发行邮购：(010) 88540776

发行传真：(010) 88540755

发行业务：(010) 88540717

目 录

第四篇 量子力学

| | |
|------------------------------|-----------|
| 引言 | 1 |
| 第 9 章 量子理论的基本概念 | 3 |
| 9.1 光的粒子性 | 3 |
| 9.2 原子结构与原子光谱 | 8 |
| 9.3 粒子的波动性 | 14 |
| 内容提要 | 23 |
| 习题 | 23 |
| 第 10 章 量子力学基本原理 | 24 |
| 10.1 量子态的描述 | 24 |
| 10.2 量子态叠加原理 | 28 |
| 10.3 薛定谔方程 | 30 |
| 10.4 定态薛定谔方程 | 35 |
| 10.5 力学量的表示 | 38 |
| 10.6 力学量算子的本征值与本征矢 | 48 |
| 10.7 力学量的测量 | 60 |
| 10.8 力学量平均值随时间的演化 | 66 |
| 内容提要 | 70 |
| 习题 | 74 |
| 第 11 章 束缚定态问题 | 77 |
| 11.1 一维束缚定态问题 | 77 |
| 11.2 有心力场的一般描述 | 83 |
| 11.3 库仑场 氢原子 | 86 |
| 内容提要 | 91 |
| 习题 | 93 |

| | |
|------------------------------------|-----|
| 第 12 章 狄拉克符号 态和力学量的表象 | 96 |
| 12.1 态矢空间 狄拉克符号..... | 96 |
| 12.2 态和力学量的表象..... | 101 |
| 12.3 表象变换..... | 111 |
| 12.4 线性谐振子的占有数表象..... | 115 |
| 内容提要..... | 119 |
| 习题..... | 122 |
| 第 13 章 自旋与全同粒子 | 124 |
| 13.1 角动量的一般描述..... | 124 |
| 13.2 自旋角动量(电子自旋)..... | 129 |
| 13.3 两个角动量的耦合..... | 134 |
| 13.4 全同粒子..... | 138 |
| 内容提要..... | 143 |
| 习题..... | 145 |
| 第 14 章 近似方法 | 148 |
| 14.1 定态微扰论..... | 148 |
| 14.2 定态微扰论的简单应用..... | 152 |
| 14.3 变分法..... | 160 |
| 14.4 含时微扰论..... | 164 |
| 14.5 光的发射和吸收..... | 170 |
| 内容提要..... | 174 |
| 习题..... | 177 |

第五篇 统计力学

| | |
|-----------------------------|-----|
| 引言..... | 179 |
| 第 15 章 热力学基本定律 | 180 |
| 15.1 基本概念..... | 180 |
| 15.2 温度 热力学第零定律..... | 184 |
| 15.3 内能 热力学第一定律..... | 185 |
| 15.4 熵 热力学第二定律..... | 190 |

| | | |
|---------------|--------------------|------------|
| 15.5 | 热力学基本微分方程 | 197 |
| 15.6 | 热力学特性函数与麦氏关系 | 201 |
| 15.7 | 热力学第三定律 | 206 |
| | 内容提要 | 208 |
| | 习题 | 209 |
| 第 16 章 | 近独立子系统的统计分布 | 212 |
| 16.1 | 统计规律性 | 212 |
| 16.2 | 等几率原理 | 214 |
| 16.3 | 统计平均 | 215 |
| 16.4 | 统计系统的分类 | 216 |
| 16.5 | 粒子运动状态的描述 | 218 |
| 16.6 | 系统微观运动状态的描述 | 223 |
| 16.7 | 分布与微观状态数 | 225 |
| 16.8 | 最可几分布 | 228 |
| | 内容提要 | 233 |
| | 习题 | 234 |
| 第 17 章 | 玻耳兹曼统计理论 | 236 |
| 17.1 | 热力学函数的统计表达式 | 236 |
| 17.2 | 配分函数的计算 | 241 |
| 17.3 | 理想气体的热力学函数 | 243 |
| 17.4 | 麦克斯韦速度分布律 | 246 |
| 17.5 | 能量均分定理 | 250 |
| 17.6 | 固体热容量的爱因斯坦理论 | 255 |
| 17.7 | 理想气体的热容量 | 257 |
| | 内容提要 | 262 |
| | 习题 | 263 |
| 第 18 章 | 玻色统计与费米统计 | 265 |
| 18.1 | 热力学量的统计表达式 | 265 |
| 18.2 | 光子气体 | 267 |

| | |
|-------------------------------|------------|
| 18.3 声子气体 | 269 |
| 18.4 金属中的自由电子 | 274 |
| 内容提要 | 279 |
| 习题 | 280 |
| 第 19 章 涨落理论 | 282 |
| 19.1 围绕平均值的涨落 | 282 |
| 19.2 布朗运动 | 286 |
| 内容提要 | 289 |
| 习题 | 289 |
| 第 20 章 非平衡态的初步理论 | 291 |
| 20.1 玻耳兹曼积分微分方程 | 291 |
| 20.2 H 定理 | 295 |
| 20.3 金属电导率 | 297 |
| 内容提要 | 300 |
| 习题 | 300 |
| 附录 | 302 |
| 附录 A 常用物理常数数值表 | 302 |
| 附录 B 矢量运算公式 | 303 |
| 附录 C 张量运算公式 | 305 |
| 附录 D δ 函数 | 306 |
| 附录 E 轴对称情形下拉普拉斯方程的通解 | 308 |
| 附录 F 波函数在势能无限跃变点处满足的条件 | 309 |
| 附录 G 厄米多项式 | 310 |
| 附录 H 常用积分公式 | 312 |
| 参考文献 | 315 |

第四篇 量子力学

引 言

量子论和相对论是 20 世纪物理学的两大理论支柱。它们的产生，导致了物理学在观念上和思想上的彻底变革，使人类对物质世界本质的认识产生了革命性的飞跃，同时也左右了其后物理学的发展方向。

与相对论一样，量子论也是建立在经典物理学基础之上的，是自然科学本身发展的必然结果。它不仅继承了经典物理学，同时又包含了经典物理学。量子论建立的原动力是科学技术的发展。19 世纪末到 20 世纪初，经典物理学理论（牛顿力学、热力学、经典统计力学和经典电动力学）已经发展到十分完善的地步，人们试图应用这些理论去探求构成物质世界更深层次的物质的运动规律，以满足化学、材料科学等学科对物质结构的迫切要求。与此同时，发达的加工技术也为实验物理学提供了先进的仪器设备，使得许多精巧的实验得以进行。然而，令人不安的事情也伴随出现，那就是举凡涉及物质微观运动规律的理论预言与实验结果大都不符。面对这一严酷事实，许多物理学家感到茫然失措，但也激发起一大批富于改革创新精神的年青物理学家们探求物质运动所遵从的更深层次的物理学理论的欲望。他们在前人工作的基础上，对经典物理学进行了深刻的、批判性的研究，为日后量子论的建立奠定了坚实的基础。物理学是一门实验学科，它的任一分支学科的理论都是以实验事实为基础而建立的。量子理论的建立也不例外。事实上，正是那些与经典物理学理论严重不符的实验结果，揭示出经典物理学理论的局限性；同时，也正是通过对这些实验事实的深入研究，导致了物理思想上的彻底革命，从而产生并建立起描述物质世界运动规律的更为深刻的理论——量子力学。

量子力学理论的建立，迄今已有八十多年的历史，期间经历了无数实践的考验。这一方面大大丰富了量子力学理论自身的内容，另一方面，也使量子力学深入到现代物理学的各个研究领域。例如：高能物理、固体物理、天体物理、统计物理等。所有这些领域，无不以量子力学为其理论基础。不仅如此，由于量子力学所涉及的规律极为基本和普遍，使得量子论的影响已超越了传统的物理学领域，渗透到诸如化学、生物学、电子学、材料科学、信息科学之中，形成了量子化学、量子生物学、量子电子学、量子信息学等交叉学科。可以毫不夸张地讲，在现代自然科学领域中，一切涉及到原子分子运动规律或由原子分子运动所支配的各种现象的研究，都离不开量子力学，量子力学是解决这些问题最强有力的理论工具。因此，量子力学是现代物理学的理论基础，要想在物理学的任何领域进行工作，必须很好地掌握它。

经典力学与量子力学的根本区别在于，它们描述的对象具有截然不同的物理特性。



经典力学研究粒子（质点）的机械运动规律，并认为粒子的位置、速度可同时精确测量。这一假定与日常经验完全吻合，而且经典力学对运动物体的行为提供了“正确”的解释。也就是说，它对可观测量（力学量）的预言和这些量的测量结果是一致的。量子力学同样含有可观测量以及它们之间的关系，然而“测不准关系”揭示了物质运动更为一般的规律，这样，量子力学就彻底改变了关于可观测量的传统定义。测不准关系指出，粒子的位置和动量不能同时精确测定，即 $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$ 。在原子尺度范围内，测不准关系导致不可忽略的测量效应，但对于宏观粒子，这一关系所引起的“误差”却可忽略不计。正因如此，经典力学的预言是决定论的，而量子力学的预言则是统计性的。量子力学研究的量是几率以及作为几率的这些量的关系。我们坚信自然界中物质运动规律是统一的，宇宙间应该有且仅有一套物理原理，而不是宏观世界和微观世界各一套（经典力学和量子力学）。深入的研究揭示出一个惊人的事实：“精确”的经典力学只不过是乍看起来似嫌“粗陋”的量子力学的一种近似描述，或者说，经典力学是量子力学的经典极限（ $\Delta x \cdot \Delta p \gg \hbar$ ）。这一经典极限也就成为经典力学成立的条件。经典力学的可靠性是一种错觉，它与实验相符盖源于宏观物体是由大量微观粒子所组成，从而使得对平均行为的偏离相互抵消。由此可见，经典力学是关于物质运动规律的一个相对真理。同样量子力学也不例外，尽管量子力学是迄今为止物理学原理的最高成就，但可以肯定它决不是终极真理。虽然，今天我们还不能像经典力学那样，明确指出它的适用范围，但随着科学技术的发展，终有一天会发现它不能适用的现象，从而使理论继续向前发展。

第 9 章 量子理论的基本概念

本章将简要介绍一些经典物理学无法解释的实验现象，而这些实验现象正是量子概念赖以建立的基本事实。

9.1 光的粒子性

一、黑体辐射

日常经验告诉我们，炽热的物体可以发光。不同温度的物体能发出不同颜色（波长）的光。当人们对物体发光进行研究时发现，不仅炽热物体可以发光，实际上任何温度下物体都能发光。只是当物体温度较低时，发射的不再是可见光，而是红外光或者是波长更长的热辐射。电动力学的重要成就之一，就是揭示出光辐射和热辐射都是电磁波。因此，任何温度下物体都能向外发射不同频率或波长的电磁波。同时，对外来辐射有吸收和反射作用。这种作用与物体的组成材料、表面性质等因素有关。人们把对外来辐射具有一定反射作用的物体称为**灰体**。为了研究物体纯粹的电磁辐射（简称为**热辐射**）规律，需要选择一个具有普遍意义的研究对象，**黑体**正是这样一种理想的研究对象。

所谓黑体是指能将外来辐射全部吸收而无反射的物体。通常所见到的物体中，煤烟是最接近黑体的物体之一，但它也只能吸收 99% 的入射光能。那么什么样的物体才是真正的黑体呢？实际上，在空腔壁上开一个小孔即可视为黑体。因为当一束光由小孔进入空腔后，将在空腔壁上进行多次反射，每次反射腔壁都要吸收部分能量，最后能从小孔反射出来的能量几乎为零。所以空腔壁上的小孔具有近乎黑体表面的吸收能力。

关于黑体辐射的研究，具体讲就是探讨当黑体与热辐射达到平衡时，辐射场能量密度 ρ_ν 按频率 ν 的分布规律。从 19 世纪中期开始，人们对黑体辐射进行了大量的实验测量，得到在一定平衡温度 T 下， ρ_ν 随 ν 的变化曲线，如图 9.1.1 中实线所示。而且这一规律与空腔的形状及其组成物质无关，仅仅取决于平衡时的绝对温度 T 。

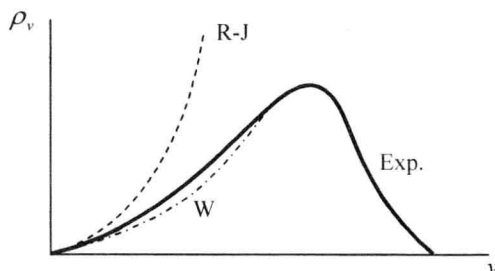


图 9.1.1 黑体辐射场的能量密度分布



1894年，奥地利物理学家维恩（Wien），通过对大量实验数据的分析，拟合出辐射场能量密度按频率分布的经验公式：

$$\rho_{\nu} d\nu = C_1 \nu^3 e^{-C_2 \nu/T} d\nu \quad (9.1.1)$$

式中： C_1 、 C_2 为拟合参数。上述维恩公式在高频范围与实验很好吻合，但在低频范围却出现明显的偏差（图 9.1.1 中点画线）。

1900年，英国物理学家瑞利（Rayleigh）和金斯（Jeans），应用经典电动力学和经典统计物理学处理黑体辐射问题，导出辐射场能量密度按频率分布的一个严格的理论公式：

$$\rho_{\nu} d\nu = \frac{8\pi}{c^3} kT \nu^2 d\nu \quad (9.1.2)$$

式中： c 为真空中光速。上述 R-J 公式在低频范围与实验吻合，但在高频范围出现了荒谬的发散结果（图 9.1.1 中虚线）。由于 R-J 公式是基于经典物理学理论框架下的一个严格理论结果，所以，它与实验的严重不符，至少说明经典物理学理论在某些方面不足以描述物质与辐射的相互作用。R-J 公式在高频时的发散被称为**紫外灾难**。

1900年10月，德国物理学家普朗克（Planck），通过分析维恩公式及 R-J 公式与实验曲线的关系，得到介于这两个公式之间的一个经验公式：

$$\rho_{\nu} d\nu = \frac{C_1 \nu^3}{e^{C_2/kT} - 1} d\nu \quad (9.1.3)$$

式中： C_1 、 C_2 为待定常数，可由实验定出。上述普朗克公式与实验惊人地吻合，这一事实使人们相信，普朗克公式中一定蕴含着某种内在的合理性和尚未被人们认识的重要理论因素。两个月之后，即1900年12月14日，普朗克在柏林举办的德国物理学会上，报告了他对式（9.1.3）的理论推导。在这个推导中，普朗克作了一个大胆的，后来被证明是完全正确的假设：**一个频率为 ν 的振子，只能取得或释放成包的能量，每包能量的大小为 $\epsilon = h\nu$** 。其中 $h = 6.62559 \times 10^{-34}$ 焦耳·秒（J·s），为普适常数，称为**普朗克常数**；能量单元 $h\nu$ 称为量子或声子。于是量子概念第一次被引入到了物理学中，1900年12月14日也被认为是量子论的诞辰。关于从量子假说出发，推导普朗克公式这一令人感兴趣的问题将在第五篇中作详尽讨论。这里要指出的是，普朗克量子假设在经典物理学看来是无法容忍的。在经典物理学中，一个天经地义的事实是，能量是连续变化的。当时，即使普朗克本人，对于无法把他的理论纳入到经典概念框架内也深感遗憾。在他的伟大发现之后，他曾花费十年之久的时间，试图在摆脱量子假说的前提下来解释黑体辐射公式，然而他的一切努力都以失败告终，最后不得不放弃这项工作。有人曾把普朗克十多年来的努力看成是一种悲剧。但普朗克却不这样认为，正如他自己所说“我从这种深入的剖析中获得了极大的好处，要知道，起初我只是倾向于认为，而现在我确切地知道，作用量子将在物理学中发挥出巨大的作用……”。事实正是如此，作用量子（ h ）的发现，揭开了物理学认识物质世界的新篇章，拉开了量子理论研究序幕的一角。

二、光电效应

根据普朗克量子假说，虽然能够得到与实验完全吻合的辐射场能量密度按频率分布的理论曲线。但这个假设并没有彻底弄清问题的实质。可以说，普朗克仅仅是为了得到一个正确的理论结果，才不得已提出了毫无依据的能量子假说。正如前一小节所指出



的，就是普朗克本人对此也持怀疑态度。

第一个意识到普朗克假设正确性的是爱因斯坦 (Einstein)。1905 年，爱因斯坦应用并发展了普朗克的思想，成功地解释了经典物理学无法解释的**光电效应**问题。

光电效应，是 1888 年赫兹 (Hertz) 在研究电磁波性质的实验中偶然发现的。他发现：如果用紫外光照射电极 (阴极)，电极间的放电就变得容易“点着”。1896 年，汤姆森 (Thomson) 发现电子后，人们认识到，光电效应是由于紫外光的照射使电子从金属表面逸出的结果。这种由于光照而从金属中逸出的电子，被称为**光电子**。就这一现象的发生而言，并无令人惊奇的地方。因为在光照下，金属中的电子可以吸收光波的能量以增加自身的动能，当动能增加到足够大时，便可克服金属表面的束缚而逸出。然而进一步的实验却发现，光电效应中存在经典理论无法解释的下述事实。

(1) 对于给定的阴极来说，存在一个确定的临界频率 ν_0 ，仅当照射光的频率 $\nu > \nu_0$ 时，才有光电子的发射。否则无论照射光的强度多大，也不会出现光电子。

(2) 每个光电子的能量仅与照射光的频率 ν 有关，与光强无关。照射光的强度只影响发射光电子数目的多少，光强愈强，光电子的数目愈多，反之愈少。

(3) 当照射光的频率 $\nu > \nu_0$ 时，无论照射光多么微弱，只要它照射到电极上，立刻 (约 10^{-9} s) 就有光电子发射。

光电效应就其物理本质而言，同样是物质与辐射相互作用的问题。爱因斯坦正是注意到这一事实，意识到光电效应所引起的疑难，只有认真考虑五年前普朗克提出的能量子假说才能解释。

虽然，普朗克假设认为，辐射场的能量是被物体一份份地不连续地吸收或发射的，但他并不否认作为电磁波的辐射能量在空间的连续传播。爱因斯坦接受并发展了普朗克的思想，进一步提出了**光量子假说**：**电磁辐射的能量不仅在吸收和发射时是量子化的，而且就以这种量子化形式在空间传播**。即认为辐射场由**光量子 (光子)** 组成，每一个光量子的能量 ε 与辐射场的频率 ν 有关系式：

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega \quad (9.1.4)$$

其中 $\hbar = h/2\pi$ 称为**约化普朗克常数**，习惯上亦称为普朗克常数， $\omega = 2\pi\nu$ 为辐射场的圆频率。根据狭义相对论，光子的动量为

$$p = \varepsilon / c$$

式中： c 为真空中的光速。将上式写成矢量形式，有

$$\mathbf{p} = h\frac{\nu}{c}\mathbf{n} = \frac{h}{\lambda}\mathbf{n} = \hbar\mathbf{k} \quad (9.1.5)$$

式中： \mathbf{n} 为光子运动方向的单位矢量， λ 为辐射场的波长， $\mathbf{k} = \mathbf{n}2\pi/\lambda$ 为辐射场的波矢。式 (9.1.4) 和式 (9.1.5) 合称为**爱因斯坦关系式**。

利用光量子概念，光电效应问题立刻得到解决。事实上，当一束光照射到金属表面时，相当于一束光子打到了金属表面，金属中的自由电子将会吸收光子的能量。若照射光的频率为 ν ，由爱因斯坦关系知，每个光子的能量为 $h\nu$ 。因此，在光子与金属中自由电子发生碰撞时，电子能够吸收光子的能量 $h\nu$ (同时吸收两个光子能量的几率很小，可不予考虑。因为电子和晶格原子存在相互作用，电子吸收一份能量并保持不损失，然后再吸收一份能量而逸出金属表面的可能性几乎不存在)。当电子所吸收光子的能量足够



大，以至于这个能量足以克服金属对电子的束缚能，即**脱出功** A ，这时电子将摆脱金属的束缚而逸出金属表面。逸出金属表面的电子的动能为

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - A \quad (9.1.6)$$

按照上式，光电子的动能与照射光的强度无关，仅与照射光的频率和具体的金属材料（脱出功 A ）有关。当照射光的频率 $\nu < \nu_0 = A/h$ 时，由于电子无法克服金属对它的束缚，所以无论照射光强多强也无光电子的发射；反之，当 $\nu > \nu_0$ 时，则无论照射光强多弱，也有光电子发射，且其动能为 $h\nu - A$ ；最后，由于光是由光子组成的，一旦电子吸收了光子的能量（ $h\nu > A$ ），便立刻发射出光电子。所以光电子的发射与光的照射几乎是同时发生的，而与照射光的强弱无关。

爱因斯坦应用光量子假说完美地解释了光电效应。其后，密立根（Millikan）花费了十年时间对光电效应进行精细的实验测量，结果完全证实了爱因斯坦假设的正确性。然而，爱因斯坦光量子假说与经典物理学观念是格格不入的。我们知道，理论和实验早已否定了光的粒子性，而确立了光的波动特性。但是，只有假设光具有粒子性才能成功解释光电效应。“波动”与“粒子”是两个矛盾的，难以调和的概念。那么，光到底是“波”，还是“粒子”呢？关于这个问题，可以设计如下实验：让一束光经过光栅射向金属。当光经过光栅时必然发生衍射，这体现出光具有“波动”的特性；经衍射后的光照到金属上会产生光电子，这又体现出光具有“粒子”的特性。这两个过程是各自独立地发生的。上述实验说明：同一束光或者显示“波动性”，或者显示“粒子性”，但不会同时显示出两种性质。迄今所有实验无一违背光的这种特性。这说明光的“波动性”和“粒子性”是彼此互补的。“波动性”解释光的传播方式，“粒子性”解释光和物质间能量的交换方式。我们没有任何别的选择，只能承认光有时表现为连续的波列，有时表现为分立的光子流。光的物理本质不能再经典物理学的图像来描绘和想象，必须同时接受完全对立的“波”与“粒子”的概念，并把它们集中于光这一个物质客体，才能完整描述其物理本质。这就是光的**波粒二象性**。爱因斯坦关系式则将光的这两种特性联系在了一起。等式左端的能量、动量反映光的“粒子性”；等式右端的频率、波长反映光的波动性。普朗克常数 h 则是联系光的这两种特性的纽带。

三、康普顿（Compton）散射

我们知道，当一束光通过不均匀介质（如大气中的雾、有悬浮微粒的透明液体等）时，其传播方向会发生改变，这种现象称为光的散射。通常情况下，可见光被散射时，散射光的频率与入射光的频率相同，即散射不改变入射光的频率。经典电磁理论能对可见光的散射给出很好的理论解释。但是，当 X 射线或波长更短的 γ 射线被物质散射时，却出现了散射光的波长随散射角增大而变长的现象，这一现象是经典理论无法解释的。这个现象称为**康普顿散射**。

1923 年，康普顿应用光的粒子性，认为 X 射线被物质散射，是 X 射线的光子与电子发生弹性碰撞的结果。这种碰撞如同两个台球的碰撞，在碰撞过程中能量与动量守恒。这样电子在受到入射光子的碰撞时将获得光子的部分能量和动量发生反冲，而光子由于失去部分能量使得波长变长。下面按照这一思路导出具体的理论结果。



设入射光子的频率为 ν 、动量为 p ，散射光子的频率为 ν' 、动量为 p' ，散射角为 θ 。由于入射光子的能量较大，约为 10^4eV 数量级。固体中存在大量束缚能较小的电子，这些电子的束缚能仅几个电子伏特，比 X 光光子的能量小很多。所以忽略这些电子的束缚能，近似认为它们是自由电子。同样，碰撞前电子的动能与 X 光光子的能量相比也小得多，所以可以忽略电子的运动，近似认为碰撞前电子是静止的。但反冲电子的速度却可能很大，设其能量为 E_e 、动量为 p_e ，反冲方向与入射光方向的夹角为 φ 。如图 9.1.2 所示。由于碰撞前后能量、动量守恒，故有

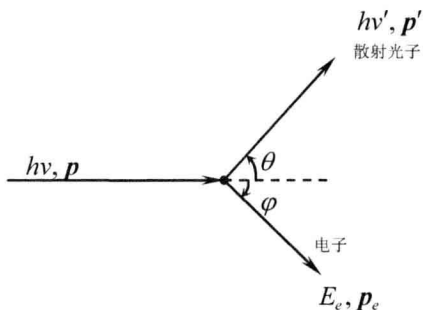


图 9.1.2 Compton 散射

$$h\nu + mc^2 - h\nu' = E_e \quad (9.1.7)$$

$$p - p' = p_e \quad (9.1.8)$$

式中： m 为电子的静止质量， c 为光速。式 (9.1.8) 两端乘以 c ，再取平方，并与式 (9.1.7) 的平方相减，利用相对论能量动量关系

$$E_e^2 = p_e^2 c^2 + m^2 c^4$$

得

$$(h\nu + mc^2 - h\nu')^2 - c^2(p - p')^2 = m^2 c^4 \quad (9.1.9)$$

利用 $p = h\nu/c$ ， $p' = h\nu'/c$ ，经简单运算，可求出

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}(1 - \cos\theta)} \quad (9.1.10)$$

再利用 $\lambda = c/\nu$ ， $\lambda' = c/\nu'$ ，上式化为

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \quad (9.1.11)$$

式 (9.1.11) 给了散射光的波长 λ' 与散射角 θ 的关系。不难看出，波长的改变 $\Delta\lambda$ 与入射光的波长无关。量 h/mc 具有长度量纲，称为电子的**康普顿波长**，其值为 0.024\AA 。由式 (9.1.11) 知，散射光的波长 λ' 随散射角 θ 的增大而增大，或者说散射光波长的改变 $\Delta\lambda$ 随散射角 θ 的增大而增大。当 $\theta = \pi$ 时， $\Delta\lambda$ 取得最大值 $2h/mc = 0.048\text{\AA}$ 。这个改变量仅为可见光波长的千分之 0.01。因此，对于可见光而言，散射光波长与入射光波长极为相近，实验中无法观察到波长的这种微小变化。但对于波长为 1\AA 的 X 射线， $\Delta\lambda$ 则是 X 射线波长的百分之几，这个变化在实验中会明显地显现出来。这就是为什么只有对 X 射线或波长更短的 γ 射线在散射中才能观察到康普顿效应的原故。

公式 (9.1.11) 所表示的散射光波长随散射角变化的关系完全被实验证实。这一结果为光量子概念提供了最直接和强有力的支持。这里包含三方面的内容。

- (1) 光量子的概念是正确的，光子确实像粒子那样参与散射；
- (2) 爱因斯坦关系是正确的；
- (3) 能量、动量守恒定律在单个微观碰撞过程中仍然成立。



至此，光的波粒二象性概念被人们普遍接受。

9.2 原子结构与原子光谱

一、原子结构

在分子运动论和化学中，都假设物质是由大量颗粒性的最小单元，即分子或原子所构成。这些理论的成功，预示着这一假定的正确性。然而，当科学家们采纳物质由原子组成这一概念时，对原子本身实际上毫无所知。

1898年，汤姆森通过对稀薄气体放电现象和阴极射线的研究，发现了一种带负电的粒子，并且测量出这种粒子所带电荷的量值 e 与其质量 m 的比值（荷质比）为

$$\frac{e}{m} = 1.758796 \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1} \quad (9.2.1)$$

随后，在1909年，密立根的油滴实验测得这种粒子所带电荷的量值为

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (9.2.2)$$

故其质量为

$$m = 9.10908 \times 10^{-31} \text{ kg} \quad (9.2.3)$$

大量实验证明：电荷的值是量子化的，基本电荷量为 e ，即任何带电体所带电荷的量值为 e 的整数倍。后来人们把汤姆森所发现的这种带电粒子称为**电子**。电子是人类历史上发现的第一个基本粒子。

电子的发现一方面预示着原子是有结构的，另一方面也为了解原子结构提供了重要线索。由于原子是电中性的，而电子带负电荷。因此，每个原子中必定含有带等量正电荷的物质，从而与其所含电子的负电荷平衡。此外，电子质量比原子质量小得多。这意味着原子中带正电荷的物质几乎提供了原子的全部质量。根据这些信息，汤姆森提出了一种原子结构的假设：**原子是一个内部嵌埋着电子的带正电物质的均匀球体，带正电物质的质量差不多等于原子质量。在非激发状态下，原子中的电子和正电荷是静止的；在激发状态下，轻的电子开始振动，而较重的正电荷仍处于静止。**汤姆森葡萄干布丁式的原子模型，从经典物理学观点看是合理的。他还仔细地研究了原子内部电荷的一种可能分布，并通过测量原子所发射的光的波长，估算出原子尺寸约为 10^{-10} m ，这与分子动力学理论对原子尺寸的估计非常符合。

汤姆森关于他的原子所做的一切研究，特别是关于原子内部电子配置的研究，都只是一些理论（经典物理学理论）推测。在那个时候，还没有任何有关原子内部电荷分布的直接实验证据。到20世纪头十年，迅速发展起一种可以用来获取这种信息的方法：用各种粒子去轰击很薄的物质层，并研究这些粒子在物质层的作用下，运动方向发生偏离的情况，从而获得引起这种偏离的物质性质的信息。这就是散射实验。利用散射研究物质内部结构的方法，直到今天仍然是最重要的方法。

1911年，盖革（Geiger）和马斯顿（Marsden）按卢瑟福（Rutherford）的建议，进行了有名的 α 粒子散射实验。他们用放射性元素钋发射的 α 射线—— α 粒子束，轰击极薄的金箔（整个厚度内大约只有400个金原子），观察 α 粒子被散射的情况。当时已知 α



粒子就是 He 原子经二次电离后的剩余物质，其质量是电子质量的 7000 多倍。而金原子的质量大约是 α 粒子质量的 50 倍。因此，当 α 粒子射入金箔时，对电子来讲如同一发炮弹射向一群蚊子，根本不可能改变 α 粒子的运动方向。这样 α 粒子的散射只能是金原子中正电物质作用的结果。在汤姆森的原子模型下，预计大多数入射 α 粒子的运动方向基本不变（因为入射 α 粒子的速度约为 $1.6 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ， α 粒子所具有的动能足以穿透汤姆森原子而基本循原方向飞出），只有少数擦原子边飞过的 α 粒子（这种情况库仑斥力最大）有较大的偏转角，即**散射角**。粗略估算，这样的散射角也不会超过零点几度。然而，实验发现， α 粒子的散射角远比预计的大，甚至少数 α 粒子发生向后散射（散射角为 π ）。为什么会出现这样的情况呢？也许读者会猜想是由于多次散射的结果，即当入射 α 粒子通过金箔时，和金原子发生多次散射，虽然每次散射的散射角不大，但多次散射的散射角之和可能很大。然而，注意到每一单次散射，粒子往各方向偏离的几率是相同的，入射粒子向同一方向多次散射而造成大角度偏离的几率几乎为零。有人曾作过估算， α 粒子穿过金箔后，在汤姆森原子中散射，散射角大于 $\pi/2$ 的事件，每 10^{3500} 次中只有一次。这意味着大角度散射不可能是多次散射的结果，而是一次散射的结果。在一次散射中，要使如此高速飞行的 α 粒子发生大角度散射，只有很强的力作用于 α 粒子才可能。卢瑟福对此进行了估算，他发现，如果假定原子中的正电物质不是分布于 10^{-10} m 的空间线度内，而是分布于 10^{-14} m 的线度内，则当 α 粒子运动到正电物质表面时，静电势能可以达到几十 MeV ($1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$)，远大于 α 粒子的入射动能。这样，一个正对着原子飞来的 α 粒子，还未能十分接近原子的正电物质时，就已经耗尽了它的动能。然后在电场斥力的作用下反向运动，从而发生向后散射。当然绝大多数 α 粒子不可能瞄得那么准，但总有少数瞄得较准的 α 粒子会有几十度乃至更大的散射角。

根据上述分析，卢瑟福提出了著名的原子**有核模型**，也叫**行星模型**：几乎拥有原子全部质量的正电物质形成一个很小的核——原子核（半径约为 10^{-14} m 量级），电子围绕原子核运动（电子是不可能静止的，否则在电磁引力的作用下会落到核上。当然也可以引入某种别的力，使电子在远离核的某处达到平衡，但是没有关于存在这种力的任何根据）。根据原子有核模型，他导出了 α 粒子散射公式

$$q(\theta) = \left(\frac{zz'e_s^2}{4\mu v^2} \right)^2 \text{csc}^4 \frac{\theta}{2} \quad (9.2.4)$$

这就是著名的**卢瑟福散射公式**。式中： z 为靶原子的原子序数， z' 为以 e 为单位时入射粒子所带电荷（对于 α 粒子 $z'=2$ ）； μ 和 v 分别为入射粒子的质量和速度，

$$e_s = \begin{cases} \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} & (\text{SI制}) \\ e & (\text{CGS制}) \end{cases} \quad (9.2.5)$$

$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ ，为真空介电常数； θ 为散射角； $q(\theta)$ 为**微分散射截面**。式 (9.2.4) 的推导见本书第一篇 1.6 节。卢瑟福公式与盖革和马斯顿的实验以及后来众多同类实验完全吻合，这就充分证明了原子有核模型的正确性。

原子有核模型虽然与散射实验吻合，但与经典物理学理论不相容。其中的道理并不复杂。按照麦克斯韦电磁理论，当原子中的电子绕核运动时，会不断向外辐射电磁波，



辐射电磁波的频率等于电子绕核的旋转频率。这样，电子一方面愈来愈强地辐射光，一方面由于辐射光而损失能量逐渐向核靠拢，直至落到核上为止。

下面以氢原子为例来估算电子落到核上的时间。为简单起见，让原子核静止在坐标原点，电子绕核运动的动能

$$T = \frac{1}{2} \mu v^2 \quad (9.2.6)$$

μ 为电子质量， v 为电子的速度，在极坐标下可表为

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 \quad (9.2.7)$$

当选 CGS（厘米—克—秒）单位制时，电子与核的相互作用势能为

$$V = -\frac{e^2}{r} \quad (9.2.8)$$

故电子的能量，也就是原子的能量

$$E = T + V = \frac{1}{2} \mu v^2 - \frac{e^2}{r} \quad (9.2.9)$$

拉氏函数 $L = T - V$ ，由拉氏方程得

$$\mu(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -\frac{e^2}{r^2} \quad (9.2.10)$$

由上式知，电子绕核运动的加速度

$$a = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \quad (9.2.11)$$

若假设电子绕核作圆周运动，则 $\dot{r} = 0$ ， $\ddot{r} = 0$ ，由式 (9.2.7) 和式 (9.2.11)，得

$$v^2 = r^2 \dot{\theta}^2 \quad (9.2.12)$$

$$a = -r\dot{\theta}^2 = -\frac{v^2}{r} \quad (9.2.13)$$

这时式 (9.2.10) 化为

$$\mu v^2 = \frac{e^2}{r} \quad (9.2.14)$$

将式 (9.2.14) 代入式 (9.2.9)，得

$$E = -\frac{e^2}{2r} \quad (9.2.15)$$

按电磁理论，以加速度 a 运动的电荷 ($-e$) 辐射电磁能的功率为

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2e^2}{3c^3} a^2 \quad (9.2.16)$$

式中： c 为光速，右端的负号表示能量因辐射而损失。将式 (9.2.13) ~ 式 (9.2.15) 代入式 (9.2.16)，得

$$-r^2 dr = \frac{4e^4}{3\mu^2 c^3} dt \quad (9.2.17)$$

积分上式，假设 $t=0$ 时，电子轨道半径为 $a_0=1\text{\AA}$ （原子线度的数量级），得任意时刻 t 电子轨道半径 r 满足公式

$$r^3 = a_0^3 - \frac{4e^4}{\mu^2 c^3} t \quad (9.2.18)$$