



应用型本科教育数学基础教材

# 高等数学

文科类

项明寅 © 编著

中国科学技术大学出版社



应用型本科教育数学基础教材

## 内容简介

应用型本科教育数学基础教材，是一本以培养应用型人才为目的，以应用数学为基础，以数学建模为特色，以数学实验为手段，以数学竞赛为拓展，以数学文化为渗透，以数学教育为支撑，以数学应用为归宿，以数学创新为灵魂，以数学实践为平台，以数学交流为桥梁，以数学合作为动力，以数学竞争为压力，以数学挑战为机遇，以数学成功为喜悦，以数学失败为教训，以数学进步为动力，以数学发展为目标，以数学创新为灵魂，以数学实践为平台，以数学交流为桥梁，以数学合作为动力，以数学竞争为压力，以数学挑战为机遇，以数学成功为喜悦，以数学失败为教训，以数学进步为动力，以数学发展为目标。



# 高等数学

文科类

项明寅 ◎ 编著

中国科学技术大学出版社

## 内 容 简 介

本书是应用型本科教育数学基础教材之一,是在认真总结、分析、汲取全国应用型本科院校高等数学课程建设和改革的经验基础上编写而成的。

本书内容包括大学微积分基础、一元函数微分学、一元函数积分学、线性代数初步和概率统计初步,共五章。在每章章首,都给出一个以当前社会生活中的热点问题为例的“引子”;在每章节结束后,都给出一至两个小知识和阅读材料,扩展学生的知识面。本书按照“实例→理论→应用”的顺序,简述概念并联系实际,与其他同类教材相比,应用性更加突出,体系更加科学合理,案例选取更加贴近生活。

本书不仅可作为应用型本科院校人文社科类专业高等数学课程的教学用书,也适合生命科学、管理科学等专业学生使用,同时也可作为高职高专、成人高等院校等高等数学课程的教学用书,当然也是数学爱好者的理想读物。

### 图书在版编目(CIP)数据

高等数学.文科类/项明寅编著. —合肥:中国科学技术大学出版社,2013.8  
(应用型本科教育数学基础教材)

ISBN 978-7-312-03243-1

I. 高… II. 项… III. 高等数学—高等学校—教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 151975 号

出版 中国科学技术大学出版社

安徽省合肥市金寨路 96 号,230026

<http://press.ustc.edu.cn>

印刷 安徽省瑞隆印务有限公司

发行 中国科学技术大学出版社

经销 全国新华书店

开本 710 mm×960 mm 1/16

印张 20.25

字数 328 千

版次 2013 年 8 月第 1 版

印次 2013 年 8 月第 1 次印刷

定价 35.00 元

# 应用型本科教育数学基础教材

## 编 委 会

主任 祝家贵 许志才

委员 (以姓氏笔画为序)

王家正 宁 群 李远华

李宝萍 李烈敏 张千祥

陈 秀 赵建中 胡跃进

黄海生 梅 红 翟明清

## 总 序

1998年以来,出现了一大批以培养应用型人才为主要目标的地方本科院校,且办学规模日益扩大,已经成为我国高等教育的主体,为实现高等教育大众化作出了突出贡献.但是,作为知识与技能重要载体的教材建设没能及时跟上高等学校人才培养规格的变化,较长时间以来,应用型本科院校仍然使用精英教育模式下培养学术型人才的教材,人才培养目标和教材体系明显不对应,影响了应用型人才培养质量.因此,认真研究应用型本科教育教学的特点,加强应用型教材研发,是摆在应用型本科院校广大教师面前的迫切任务.

安徽省应用型本科高校联盟组织联盟内13所学校共同开展应用数学类教材建设工作,成立了“安徽省应用型高校联盟数学类教材建设委员会”,于2009年8月在皖西学院召开了应用型本科数学类教材建设研讨会,会议邀请了中国高等教育学著名专家潘懋元教授作应用型课程建设专题报告,研讨数学类基础课程教材的现状和建设思路.先后多次召开课程建设会议,讨论大纲,论证编写方案,并落实工作任务,使应用型本科数学类基础课程教材建设工作迈出了探索的步伐.

即将出版的这套丛书共计6本,包括《高等数学(文科类)》、《高等数学(工程类)》、《高等数学(经管类)》、《高等数学(生化类)》、《应用概率与数理统计》和《线性代数》,已在参编学校使用两届,并经过多次修改.教材明确定位于“应用型人才培养”目标,其内容体现了教学改革的成果和教学内容的优化,具有以下主要特点:

1. 强调“学以致用”.教材突破了学术型本科教育的知识体系,降低了理论深度,弱化了理论推导和运算技巧的训练,加强对“应用能力”的培养.
2. 突出“问题驱动”.把解决实际工程问题作为学习理论知识的出发点和落脚点,增强案例与专业的关联度,把解决应用型习题作为教学内容的有效补充.
3. 增加“实践教学”.教材中融入了数学建模的思想和方法,把数学应用软件的学习和实践作为必修内容.

4. 改革“教学方法”.教材力求通俗表达,要求教师重点讲透思想方法,开展课堂讨论,引导学生掌握解决问题的精要.

这套丛书是安徽省应用型本科高校联盟几年来大胆实践的成果.在此,我要感谢这套丛书的主编单位以及编写组的各位老师,感谢他们这几年在编写过程中的付出与贡献,同时感谢中国科学技术大学出版社为这套教材的出版提供了服务和平台,也希望我省的应用型本科教育多为国家培养应用型人才.

当然,开展应用型本科教育的研究和实践,是我省应用型本科高校联盟光荣而又艰巨的历史任务,这套丛书的出版,用毛泽东同志的话来说,只是万里长征走完了第一步,今后任重而道远,需要大家继续共同努力,创造更好的成绩!

2013年7月

## 前 言

应用型本科院校是我国高等教育发展中出现的新生事物,其课程的特征是课程与具体的职业衔接。

近年来,全国许多综合性研究型大学相继在文、史、哲等专业开设了大学数学课程,许多教育工作者也对如何在文科专业开展高等数学教学进行了有益的探索和思考。但在新建应用型本科院校却没有现成的模板,只有很少学校开设了大学文科数学课程。我校为适应应用型本科院校建设的要求,从2006年起,开始注重高等数学学科建设和教学改革,在文科专业中开设了大学数学课程,到现在为止已开设了七届,每届学生在300人以上。但所选用的教材均是综合性研究型大学的教材,使用效果很不理想。从目前已出版的20多种教材看,内容要么很深,要么很杂,将数学与应用分开,都不符合应用型本科教育的要求,不宜作为应用型本科院校的文科数学教材。因此,我们在汲取一些现有教材优点的基础上,于2008年自编了文科高等数学讲义,本着边研究、边使用、边完善的原则,我们对讲义进行了多次修改,终于形成了这本教材。其主要特色是:

第一,本教材的应用性更加突出。书中所选取的例子都是身边的实例,解决了其他教材将应用与教学相分离的问题,因此适用范围更广,不仅适合社会科学类专业学生使用,也适合生命科学、管理科学、建筑类专业学生使用。

第二,本教材体系更加科学合理。每章章首,都给出一个短小精悍的“引子”,用当前社会生活中的热点问题激发学生学习有关数学知识的兴趣,在阐述内容时,尽量选取当前社会科学研究、工程技术和日常生活等方面的例子,使数学与应用逐步结合,最后又以所学数学知识,分析引子中提出的问题。这样既能帮助学生理解有关的数学原理和方法,又能帮助学生了解数学在社会各领域中的应用。在每章结束后,给出一至两个阅读材料,介绍一些数学史知识和经典数学模型,同时介绍古今文化中的数学成就和数学方法,扩展学生的知识面。

第三,本教材的案例选取贴近生活.本教材中所选的案例大都来自于社会生活各个领域,通过案例,按照“实例→理论→应用”的顺序,引导学生进入高等数学理论的学习,并使學生能够学以致用,能激发学生的学习兴趣.

考虑到在应用型本科院校文科专业开设高等数学课程是一个新生事物,各校对文科高等数学的教与学有不同的要求,本教材采用了“模块式”结构,使用本教材时可以灵活地进行选择或组合.书中带\*的内容为选修内容.

本教材由项明寅老师主笔,并完成了全书内容的编写.新华学院杨世国副院长对本教材进行了审校,并提出了宝贵建议;胡跃进、鲍志晖、方辉平和朱新建等老师参与了编写工作,对本教材提出了具体的修改意见;孙露老师提供了不少有用的素材,对本书的完成做出了贡献.同时,本教材也吸取了其他公共出版教材、专著中的一些优秀案例,作者在此表示衷心的感谢!

在我国应用型本科教育中开展教材建设研究时间还较短,在如何正确处理课程与职业的衔接方面缺乏经验.加之编者的水平有限,书中定有不少缺陷和错误,敬请使用这本教材的师生和其他读者毫无保留地提出批评和建议,以期日后改正.

项明寅

2013年7月



# 目 录

总序	( i )
前言	( iii )
第 1 章 大学微积分基础	( 1 )
1.1 初等函数	( 3 )
1.1.1 函数的概念	( 3 )
1.1.2 反函数与复合函数	( 6 )
1.1.3 初等函数	( 7 )
1.1.4 建立函数关系举例	( 7 )
1.1.5 现代经济学中常见的几个函数	( 9 )
小知识 数学与现代社会	( 11 )
1.2 极限	( 11 )
1.2.1 极限的概念	( 11 )
1.2.2 无穷大量与无穷小量	( 19 )
1.2.3 极限的计算	( 21 )
小知识 证券投资的艾略特波浪理论	( 28 )
1.3 函数的连续性	( 30 )
1.3.1 连续与间断	( 30 )
1.3.2 连续函数的运算法则	( 31 )
1.3.3 闭区间上连续函数的两个重要性质	( 33 )
小知识 0.618 与“优选法”	( 35 )
阅读材料(1) 数学之父——泰勒斯(Thales)	( 37 )
阅读材料(2) 诗与数学	( 38 )
习题 1	( 42 )

第 2 章 一元函数微分学	(45)
2.1 导数及其计算	(47)
2.1.1 导数的概念	(47)
2.1.2 导数的运算法则	(53)
2.1.3 高阶导数	(55)
小知 识 物不知数	(57)
*2.2 相关变化率与相对变化率	(58)
2.2.1 相关变化率问题	(58)
2.2.2 相对变化率——弹性问题	(59)
小知 识 数学史上“百年战争”	(62)
2.3 微分及其应用	(63)
2.3.1 微分的概念	(63)
2.3.2 微分的计算	(64)
2.3.3 微分的应用	(65)
小知 识 科学观察的品质	(66)
2.4 导数的应用	(67)
2.4.1 函数的单调性	(67)
2.4.2 曲线的凹凸与拐点	(69)
2.4.3 函数的极值与最值	(71)
2.4.4 极值应用问题举例	(74)
小知 识 奇妙的蜂房结构	(78)
*2.5 多元函数微分学简介	(79)
2.5.1 空间直角坐标系简介	(79)
2.5.2 多元函数的概念	(80)
2.5.3 二元函数的极限与连续	(82)
2.5.4 多元函数的偏导数	(83)
2.5.5 多元函数的应用举例	(86)
小知 识 蜘蛛织网和平面直角坐标系的创立	(89)
阅读材料(1) 法国最有成就的数学家——拉格朗日(Lagrange)	(90)

阅读材料(2) 利用微分法建模案例 .....	(91)
习题 2 .....	(94)
<b>第 3 章 一元函数积分学</b> .....	<b>(98)</b>
3.1 不定积分 .....	(100)
3.1.1 不定积分的概念与性质 .....	(100)
3.1.2 不定积分的积分方法 .....	(104)
3.1.3 积分表的使用简介 .....	(112)
小知识 “积分”一词及积分号的由来 .....	(113)
3.2 定积分 .....	(114)
3.2.1 定积分的概念与性质 .....	(114)
3.2.2 定积分的计算 .....	(120)
小知识 微积分诞生的意义 .....	(125)
3.3 定积分的应用与推广 .....	(126)
3.3.1 积分的几何应用 .....	(126)
3.3.2 定积分其他领域的应用举例 .....	(129)
3.3.3 定积分的推广——无穷限的反常积分 .....	(132)
小知识 托尔斯泰与微积分 .....	(135)
3.4 微分方程模型 .....	(136)
3.4.1 两种重要的一阶微分方程 .....	(136)
3.4.2 微分方程模型举例 .....	(139)
小知识 从诺贝尔经济学奖看经济中的数学应用与发展 .....	(145)
*3.5 二重积分简介 .....	(146)
3.5.1 二重积分的概念 .....	(146)
3.5.2 二重积分的计算 .....	(148)
小知识 七桥问题 .....	(154)
阅读材料(1) 罕世的天才——莱布尼兹简介(G. W. Leibniz) .....	(155)
阅读材料(2) 神奇的莫比乌斯带 .....	(156)
习题 3 .....	(158)

* 第4章 线性代数初步 .....	(164)
4.1 行列式 .....	(166)
4.1.1 行列式的定义 .....	(166)
4.1.2 行列式的性质与计算 .....	(170)
4.1.3 克莱姆法则 .....	(177)
小知识 克莱姆简介 .....	(179)
4.2 矩阵 .....	(179)
4.2.1 矩阵的概念 .....	(180)
4.2.2 矩阵的运算 .....	(182)
4.2.3 矩阵的应用 .....	(191)
小知识 世界性数学奖——菲尔兹奖 .....	(202)
阅读材料(1) 矩阵理论的创立者——凯莱(Cayley) .....	(203)
阅读材料(2) 投入产出模型简介 .....	(205)
习题4 .....	(207)
* 第5章 概率统计初步 .....	(212)
5.1 随机事件和概率 .....	(214)
5.1.1 随机现象与随机事件 .....	(214)
5.1.2 概率与计算 .....	(218)
5.1.3 条件概率与乘法公式 .....	(225)
小知识 生日问题 .....	(235)
5.2 随机变量的分布及数字特征 .....	(236)
5.2.1 随机变量的概念 .....	(236)
5.2.2 离散型随机变量及其分布 .....	(237)
5.2.3 连续型随机变量及其概率密度函数 .....	(241)
5.2.4 数字特征 .....	(249)
小知识 概率论起源 .....	(256)
5.3 统计数据初步的分析和处理 .....	(257)
5.3.1 总体与样本 .....	(257)
5.3.2 样本均值与方差 .....	(258)

5.3.3 直方图与概率密度函数 .....	(264)
5.3.4 Excel 软件在统计数据分析中的运用简介 .....	(268)
小知识 统计语言学 .....	(274)
阅读材料(1) 平凡而又神奇的贝叶斯方法的创立者——贝叶斯 .....	(275)
阅读材料(2) 再说彩票 .....	(276)
习题 5 .....	(278)
附录 1 反三角函数 .....	(284)
附录 2 极坐标与参数方程 .....	(288)
附录 3 常用数学公式 .....	(291)
附录 4 标准正态分布表 .....	(297)
习题解答 .....	(299)
参考文献 .....	(309)

## 1. 函数

函数的概念 分段函数 反函数与复合函数 初等函数 建立函数关系

## 2. 极限与连续

极限的概念 极限的计算 函数的连续性 简单应用

## 附录 教学课时安排

课内学时	辅导(习题)学时	作业次数
10	2	4

# 第1章 大学微积分基础

## 教学要求

1. 理解函数的概念,掌握函数的表示法,并会建立简单应用问题中的函数关系.
2. 理解反函数和复合函数的概念.
3. 掌握基本初等函数的性质及其图形,理解初等函数的概念.
4. 了解数列极限和函数极限的概念,掌握极限的计算方法.
5. 理解函数连续性的概念,会判别函数间断点的类型.了解闭区间上连续函数的性质及其简单的应用.

## 知识点

### 1. 函数

函数的概念 分段函数 反函数与复合函数 初等函数 建立函数关系

### 2. 极限与连续

极限的概念 极限的计算 函数的连续性 简单应用

## 建议教学课时安排

课内学时	辅导(习题)学时	作业次数
10	2	4

合  $W = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$  称为函数的值域.

## 从“棋盘与麦粒”的故事说起

高等数学:文科类 第一章

在古老的印度王国,国王要重赏国际象棋的发明人——当时的宰相西萨·班·达依尔.国王问他想要什么,他对国王说:“陛下,我什么贵重的奖励都不要,只要国王命人在全部棋盘的格里放入麦粒,作为奖赏就行.请在第1个小格里赏给我1粒麦子,在第2个小格里赏给2粒,第3个小格赏给4粒,第4个小格给8粒……以此类推,每一小格都是前一小格的两倍.”

国王笑了,觉得这要求太容易满足了.人们于是把一袋一袋的麦子搬来,开始计数.这时,国王才发现:就是把全印度的麦粒拿来,也满足不了那位宰相的要求.那么,宰相要求得到的麦粒到底有多少呢?让我们来计算一下:

$$1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2^{63} = 2^{64} - 1$$

总数为:18 446 744 073 709 551 615(粒).

这个数据太抽象,不好理解,我们换一个直观的说法.据粮食部门测算,1千克小麦约有麦粒4万个.换算成标准吨后,约等于4611亿吨,而我国2013年全国粮食产量约为6亿吨,考虑到目前中国的粮食产量是历史上的最高纪录,我们推测至少相当于中国历史上800年的粮食产量.

上述故事,就是今天“复利”的雏形.在当今经济生活中随处可见,如贷款、投资、证券、股票等等,均隐藏着复利的神奇之处与魅力,爱因斯坦曾感叹:“复利是人类已知的世界第八大奇迹”.要了解其中的奥秘,除了学习经济学的有关知识外,还需要学习数列极限的相关知识.

## 1.1 初等函数

17世纪笛卡儿(Descartes)把变量引入数学,对数学产生了巨大影响,使数学从研究常量的初等数学发展到研究变量的高等数学.微积分是高等数学的一个重要部分,它是研究变量间的依赖关系即函数关系的一门学科,是学习其他科学的基础.本节将在中学已有的基本初等函数的基础上介绍初等函数的概念,为微积分的学习打下坚实的基础.

### 1.1.1 函数的概念

在初中数学中,我们已经通过讨论变量之间的依赖关系,给出了函数概念的一个直观地描述:

**定义 1.1** 设在某变化过程中有两个变量  $x$  和  $y$ , 如果对于变量  $x$  的每一个确定的值, 按照某个对应关系, 变量  $y$  都有唯一确定的值和它对应, 则变量  $y$  就叫做变量  $x$  的函数, 记作  $y = f(x)$ .

其中  $x$  叫做自变量,  $y$  称为因变量.  $x$  的取值范围叫做函数的定义域, 记为  $D$ ; 与  $x$  的值相对应的  $y$  的值叫做函数值, 函数值的集合叫做值域, 记为  $W$ .

“函数”一词为德国数学家莱布尼兹(Leibniz)首先引入. 当时它是针对某种类型的数学公式来使用这一术语的, 尽管当初他已考虑到变量  $x$  以及同时变化的变量  $y$  之间的依赖关系, 但没能给出一个明确的定义. 后来经欧拉(Euler)等人不断修正、扩充才逐步形成一个较为完整的函数概念. 这就是现在我国高中课本中给出的定义:

**定义 1.2** 设  $D$  是给定的数集, 如果对属于  $D$  中的每个元素  $x$ , 按照某一对应关系  $f$ , 都有唯一确定的一个元素  $y$  与它对应, 那么  $y$  就称为定义在数集  $D$  上的  $x$  的函数, 记作:  $y = f(x), x \in D$ .

集合  $D$  称为函数的定义域, 与  $D$  中元素  $x$  对应的元素  $y$  构成的集合  $W = \{y | y = f(x), x \in D\}$  称为函数的值域.



由此定义知,定义域  $D$  是自变量的取值范围,而  $x$  的函数值  $y$  又是由对应法则  $f$  来确定,所以任一函数均由它的定义域和对应法则完全确定,于是,我们称定义域和对应法则为函数的两要素.如果两个函数的定义域相同,对应法则也相同,则将这两个函数视为同一函数或相等的函数.变量间的对应规律常用解析式、表格或图像来表示.

在中学数学里,我们已经详细地研究过下列基本初等函数:

(1) 幂函数

$$y = x^a \quad (x \in (0, +\infty))$$

(2) 指数函数

$$y = a^x \quad (a > 0, a \neq 1, x \in (-\infty, +\infty))$$

(3) 对数函数

$$y = \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1, x \in (0, +\infty))$$

(4) 三角函数

$$y = \sin x, \quad y = \cos x \quad (x \in (-\infty, +\infty))$$

$$y = \tan x \quad (x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

实质上,三角函数中常见的还有:

余切函数

$$y = \cot x \quad (x \neq k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

正割函数

$$y = \sec x \quad (x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

余割函数

$$y = \csc x \quad (x \neq k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

它们与前面三个三角函数的关系是:

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}, \quad \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}, \quad \csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

此外还有:

(5) 反三角函数(见附录 1)

$$y = \arcsin x \quad (x \in [-1, 1], y \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}])$$