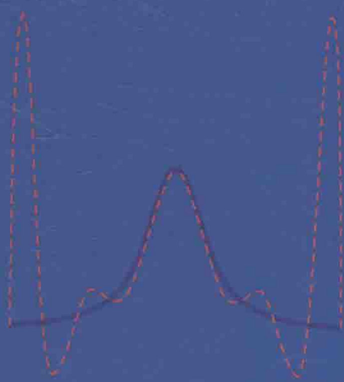
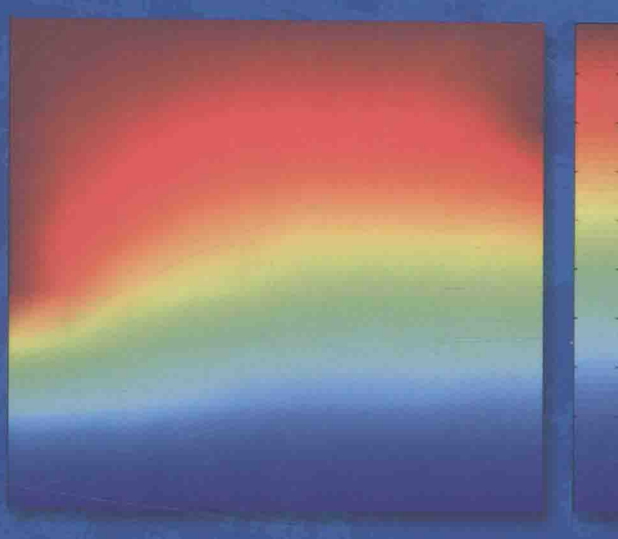


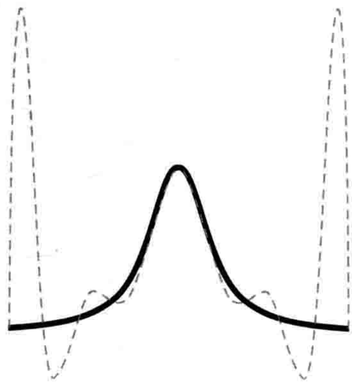
# 数值计算方法及其程序实现

李 华 编著

Numeric Calculation Method and its Code Realization



暨南大学出版社
JINAN UNIVERSITY PRESS



# 数值计算方法及其程序实现

李 华 编著

Numeric Calculation Method and its Code Realization

暨南大學出版社
JINAN UNIVERSITY PRESS
中国·广州

**图书在版编目（CIP）数据**

数值计算方法及其程序实现/李华编著．—广州：暨南大学出版社，2013.12
ISBN 978－7－5668－0750－2

Ⅰ.①数…　Ⅱ.①李…　Ⅲ.①数值计算—程序设计　Ⅳ.①O241②TP311.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 213766 号

出版发行：暨南大学出版社

地　址：中国广州暨南大学
电　话：总编室（8620）85221601
营销部（8620）85225284　85228291　85228292（邮购）
传　真：（8620）85221583（办公室）　85223774（营销部）
邮　编：510630
网　址：http：//www.jnupress.com　http：//press.jnu.edu.cn

排　版：广州市天河星辰文化发展部照排中心
印　刷：佛山市浩文彩色印刷有限公司

开　本：787mm×1092mm　1/16
印　张：14.75
字　数：357 千
版　次：2013 年 12 月第 1 版
印　次：2013 年 12 月第 1 次

定　价：35.00 元

# 前 言

计算物理与理论物理、实验物理相互依存、相互补充，是当今物理学不可缺少的三大板块之一。计算物理是基于物理原理、结合数值计算方法、利用计算机进行计算模拟，从而解释物理现象、描述复杂的物理过程、预测可能的物理结果的学科。计算物理的一个重要特点是利用计算机进行计算模拟（实验），得到物理过程中需要了解的中间信息记录，给出物理过程的详细结果描述。因此，数值计算方法及其程序实现是不可缺少的基础。

计算物理经近一个世纪的发展已趋于成型，不仅在物理及其相关学科中得到了广泛的应用，而且在工程项目中也应用广泛。随着计算机的发展，计算物理在自然科学研究和社会经济发展中起着越来越重要的作用，因此迫切需要培养计算物理专业的人才。这些人才将以数学建模和数值计算为方法，以计算机高级语言（Fortran、C、Matlab 等）为工具，以编制计算模拟程序或运用通用计算模拟程序为手段，进行相关应用基础研究或大量数据处理的工作，为相关学科的研究、工程技术应用和社会服务等提供直接应用或可供参考的计算结果。因此，这些人才的培养，少不了数值计算方法及其程序实现基础课程的学习。

本书由编著者多年以来承担的暨南大学物理系硕士研究生必修课“数值计算方法”的讲授内容汇集而成，其内容包括七个部分：绪论、误差和数据处理、线性方程组的数值解法、非线性方程（组）的数值解法、数值积分与微分、常微分方程（组）的数值解法、偏微分方程的数值解法。这些内容通过例题分多个步骤予以展现。首先简要介绍数值计算的基本方法和理论，再给出实现数值计算的逻辑流程构建，进而在 Fortran 和 Matlab 环境下编制计算程序，并分别在 Visual Fortran 6.0 及 Matlab 6.5 环境下运行，最终获得数值计算结果及其图示，同时提供了 Fortran 和 Matlab 两种计算机语言编写的相关程序。本书可作为数值计算方法课程的教材或参考书，也可作为计算物理及其相关学科的基础参考书。

在本书的编写完成之际，我心怀感激：感谢四川大学、南京大学、中国科学技术大学、美国麻省理工学院给予的教育和成长的空间，使我有机会在人生的进程中自由欣赏无限的风景，不断深入认知和体会生命的意义；感谢西北核技术研究所提供的工作空间，让我有机会从 1987 年就开始了解和从事与计算物理相关的研究工作，不断增长与历练相关能力和才干，使我热爱计算物理的程度与日俱增；感谢暨南大学提供的讲台，让我有机会将多年积累和掌握的计算物理相关基础知识与更多的人分享；感谢暨南大学出版社总编辑史小军教授对本书出版的大力支持，以及曾鑫华编辑、张学颖编辑等为本书出版

付出的辛勤劳动；最后衷心感谢我的家人，他们的理解和支持让我有更多的时间和精力从事我深深热爱的工作。

本书的出版得到了暨南大学计算物理学科发展经费的支持，特此感谢！

没有最好，只有更好。由于编著者的水平有限，书中的错误和不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

李　华
2013 年 7 月 17 日
于广州暨南大学物理系

# 目　录


前　言 …… 1

1　绪论 …… 1

1.1　数值计算方法及其技巧 …… 1

1.2　计算物理简介 …… 1

1.3　计算物理研究问题的方法和步骤 …… 2

1.4　举例说明计算物理中数值问题解法 …… 3

习　题 …… 11

2　误差和数据处理 …… 12

2.1　测量数据的误差和分布 …… 12

2.1.1　测量数据的误差 …… 12

2.1.2　等精度测量数据的误差 …… 12

2.1.3　非等精度测量数据的误差 …… 13

2.1.4　测量数据的分布 …… 13

2.1.5　应用实例 …… 13

2.2　插值法 …… 18

2.2.1　拉格朗日插值（Lagrange） …… 19

2.2.2　分段插值 …… 25

2.2.3　二元函数插值 …… 38

2.2.4　插值法在 Matlab 中的实现 …… 50

2.3　最小二乘拟合 …… 50

2.3.1　最小二乘原理 …… 50

2.3.2　线性最小二乘拟合 …… 51

2.3.3　直线最小二乘拟合 …… 51

2.3.4　多项式最小二乘拟合 …… 57

2.3.5　非线性函数最小二乘拟合 …… 58

习　题 …… 60

3　线性方程组的数值解法 …… 61

3.1　引言 …… 61

3.2　直接解法 …… 62

3.2.1　高斯（Gauss）消去法 …… 62

3.2.2　高斯—约当（Gauss - Jordan）消去法 …… 68

3.2.3 追赶法 …… 72

3.3 迭代解法 …… 77

3.3.1 雅可比（Jacobi）迭代法 …… 77

3.3.2 高斯—塞德尔（Gauss - Seidel）迭代法 …… 85

习 题 …… 88

**4 非线性方程（组）的数值解法** …… 90

4.1 引言 …… 90

4.2 二分法 …… 90

4.2.1 确定有根区间 …… 90

4.2.2 二分法 …… 91

4.3 迭代法 …… 96

4.3.1 不动点迭代法 …… 96

4.3.2 牛顿（Newton）迭代法 …… 103

习 题 …… 110

**5 数值积分与微分** …… 111

5.1 引言 …… 111

5.2 等距节点求积公式 …… 111

5.2.1 矩形求积公式 …… 111

5.2.2 梯形求积公式 …… 112

5.2.3 辛普森（Simpson）求积公式 …… 120

5.2.4 牛顿—柯特斯（Newton - Cotes）求积公式 …… 130

5.3 求积公式拓展 …… 136

5.3.1 龙贝格（Romberg）求积公式 …… 136

5.3.2 数值多重积分 …… 142

5.4 数值微分 …… 152

5.4.1 两点公式 …… 152

5.4.2 三点公式 …… 152

习 题 …… 155

**6 常微分方程（组）的数值解法** …… 156

6.1 常微分方程的离散化方法 …… 156

6.2 一阶方程初值问题的数值解法 …… 157

6.2.1 欧拉（Euler）方法和改进的欧拉方法 …… 157

6.2.2 龙格—库塔（Runge - Kutta）方法 …… 163

6.2.3 阿达姆斯（Adams）方法 …… 167

6.3 一阶方程组和高阶方程的数值解法 …… 173

6.3.1 一阶方程组的数值解法 …… 173

6.3.2 高阶方程的数值解法 …… 179
6.4 常微分方程边值问题的数值解法 …… 185
6.4.1 化为初值问题的方法 …… 186
6.4.2 边值问题的差分方法 …… 191
习 题 …… 196

**7 偏微分方程的数值解法 …… 198**
7.1 偏微分方程的离散化方法 …… 198
7.1.1 偏微分方程的分类 …… 198
7.1.2 偏导数的差分表示 …… 199
7.2 拉普拉斯（Laplace）方程的差分解法 …… 200
7.2.1 拉普拉斯方程的差分格式 …… 201
7.2.2 特殊边界的处理 …… 202
7.3 热传导方程的差分解法 …… 209
7.3.1 显式、隐式差分格式 …… 209
7.3.2 显隐交替差分格式 …… 212
7.4 波动方程的差分解法 …… 219
7.4.1 显式、隐式差分格式 …… 220
7.4.2 显隐交替差分格式 …… 222
习 题 …… 228

**参考文献 …… 229**

# 1　绪论

## 1.1　数值计算方法及其技巧

数值计算方法：应用计算机进行科学计算使用的数值方法，是应用数学的一个重要组成部分。

科学计算：求解各类数学问题的数值方法，应用于科学技术领域形成的交叉学科的数值计算，是一门工具性、方法性、边缘性学科。

科学计算与数学：将要解决的科学计算问题通过建立数学模型归结为数学问题，并采用适当的计算方法通过计算机实现数值解。

数值问题：输入数据与输出数据之间函数关系的一个确定数值描述的问题。

算法：求解数值问题采用的数值计算方法。一个数值问题的算法需按规定顺序执行一个或多个完整的进程，可分为串行算法和并行算法。计算复杂性好的算法是一个好算法。

计算复杂性：包含时间复杂性和空间复杂性，越简单越好。因此，计算时间少的算法，其时间复杂性好；占用内存、硬盘空间少的算法，其空间复杂性好。

数值计算方法的技巧：多项式求值的嵌套形式、迭代法、以直代曲、化整为零、加权平均等是常用的技巧，这些技巧贯穿于数值计算方法之中。数值计算方法及其技巧是计算物理的基础。

## 1.2　计算物理简介

计算物理是基于物理原理、结合数值计算方法、利用计算机进行计算模拟，从而解释物理现象、描述复杂的物理过程、预测可能的物理结果的学科。

计算物理的一个重要特点是利用计算机进行计算模拟（实验），计算模拟过程可以得到物理过程的任何中间信息记录，给出物理过程的详细结果描述，并可获知现实物理实验难以实现的物理系统的相关结果。因此，计算物理与理论物理、实验物理相互依存、相互补充，是物理学不可缺少的三大板块之一。

计算物理是以数值计算为基础、以计算机为工具，解决物理问题的学科，因此，它包含了不可缺少的三个部分：数值计算方法（基础），计算机语言（Fortran 语言、Matlab、C 语言等）编程（手段），物理问题的计算、模拟（目标）。

计算物理的发展源于核武器研制过程中相关问题的大量计算和模拟、物理问题解析的限制以及计算机的高速发展，是物理、数学、计算机三者结合的学科，计算物理的求解问题起源于物理，终结于物理。

计算物理的工作方式可归结为：分析实际物理问题得到数学物理模型，通过选择数

值计算方法、编程语言，编制程序进行计算模拟求得问题的数值解，进而对数值解进行分析，从而获得物理问题的相关信息。其作用可归结为两类：一类是从合适的数学物理模型出发得到物理问题的数值解，进而推广此类物理问题的解；另一类是通过对大量的实测数据进行分析，得到物理规律，进而推广此类物理规律。

## 1.3 计算物理研究问题的方法和步骤

方法和步骤可进行如下划分：①分析物理问题，建立数学物理模型；②选择合适的计算（数值）方法，编制流程框图；③选择合适的计算机语言，编制计算模拟程序；④对计算模拟结果进行分析，与实验或相关的物理结果比较，并进行误差分析；⑤对步骤①进行修正，重复步骤②、③、④，得到合理可靠的计算模拟结果；⑥计算模拟结果在同类物理问题中推广、提供相关参考信息。以下分别列出该方法和步骤的相关因素。

①分析物理问题，建立数学物理模型。

A. 分析所需解决的物理问题，提出相关假设；

B. 寻找物理量遵循的物理定理、规律或关系式；

C. 建立相关物理量的方程或方程组；

D. 给出相关物理问题的定解条件；

E. 构成可以进行数值计算的数学表达式。

②选择合适的计算（数值）方法，编制流程框图。

A. 根据所建立的数学物理模型，选择合适的数值计算方法及其技巧；

B. 在有限的步骤中，给出满足误差要求的数值计算模拟结果；

C. 构造条理清晰、简单，计算量尽量少的计算逻辑结构；

D. 兼顾计算机内存和硬盘容量，尽量少占相关空间，以提高计算效率；

E. 绘出逻辑清晰、易读、易于程序设计的流程框图。

**例 1.1** 计算如下多项式的值。

$$P(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n \tag{1.3.1}$$

**解：** 采用三种计算方法进行求值，注意比较各种方法所需的乘法和加法运算次数。

方法一：直接进行乘法和加法运算。在运算中，$a_1x$ 要进行一次乘法运算，$a_2x^2$ 要进行两次乘法运算，$a_nx^n$ 要进行 $n$ 次乘法运算。由此可见，计算 $P(x)$ 共需进行 $n$ 次加法运算和 $n(n+1)/2$ 次乘法运算。

方法二：采用迭代的计算技巧，构造一个迭代式进行计算。令 $r_k$ 表示 $x$ 的 $k$ 次幂，$S_k$ 表示最高幂为 $k$ 次的多项式，$k$ 为 0 到 $n$ 的自然数，即

$$\begin{aligned} &r_k=x^k \\ &S_k=a_0r_0+a_1r_1+a_2r_2+\cdots+a_kr_k \end{aligned} \tag{1.3.2}$$

则式（1.3.2）可写成迭代的形式：

$$\begin{aligned} &r_{k+1}=xr_k\ (0\leqslant k\leqslant n-1) \\ &S_{k+1}=S_k+a_{k+1}r_{k+1} \end{aligned} \tag{1.3.3}$$

取 $r_0=1$，$S_0=a_0$ 作为初值，代入式（1.3.3）反复计算，进行 $n$ 次迭代运算后，求

得 $P(x)$。该算法共需进行 $n$ 次加法运算和 $2n$ 次乘法运算。

方法三：采用嵌套的计算技巧，对式（1.3.1）进行变形：

$$\begin{aligned} P(x) &= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n \\ &= a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 \\ &= (a_n x^{n-1} + a_{n-1} x^{n-2} + \cdots + a_2 x + a_1)x + a_0 \\ &= [(a_n x^{n-2} + a_{n-1} x^{n-3} + \cdots + a_2)x + a_1]x + a_0 \\ &= \{[\cdots(a_n x + a_{n-1})x + \cdots + a_2]\ x + a_1\}x + a_0 \end{aligned} \tag{1.3.4}$$

运算中，每一个括号中进行 1 次加法和 1 次乘法，得到 $P(x)$ 的计算结果共需进行 $n$ 次加法运算和 $n$ 次乘法运算。

比较三种方法计算的过程可以看出，方法三的计算量最少（见表 1 - 1）。由此可知：合理的算法可以减少计算量，从而优化整个计算过程。

**表 1 - 1　求式（1.3.1）的多项式值的算法及其计算量**

| 算法 | 加法次数 | 乘法次数 |
| --- | --- | --- |
| 直接法 | $n$ | $n(n+1)/2$ |
| 迭代法 | $n$ | $2n$ |
| 嵌套法 | $n$ | $n$ |

③选择合适的计算机语言，编制计算模拟程序。

A. 科学计算涉及各种变量和大量的浮点运算，常选用 Fortran 语言编程；

B. 对大量的实验数据进行分析，并给出图示，常选用 Matlab 语言编程；

C. 计算中要求有大量的图形显示或数据库，常选用 C、C ++ 语言；

D. 编程中，尽可能调用计算环境系统内置的标准程序；

E. 程序编写后，按语言语法规则和问题逻辑结构，仔细检查，并上机调试。

④对计算模拟结果进行分析，与实验或相关的物理结果比较，并进行误差分析。

（对计算模拟结果正确与否进行判断）

A. 与同一问题的实验结果比较；

B. 与已有的相关理论结果比较；

C. 与用不同数学模型或计算方法所得结果比较；

（分析结果的误差，确保结果的精确性）

D. 计算模型中相关假设带来的误差；

E. 相关参数选取带来的误差；

F. 数值计算方法带来的误差；

G. 运算过程带来的误差。

## 1.4　举例说明计算物理中数值问题解法

**例 1.2**　已知相距为 $l$ 的两个点电荷的电量分别为 $q_1$ 和 $q_2$，求其连线上电场强度为零

的位置。

**解**：采用两种方法对电场强度为零的位置进行计算求解。

（1）方法一：直接法。

①问题的分析与数学模型的建立。

对于同号电荷，电场强度为零的位置在两电荷之间；对于异号电荷，电场强度为零的位置在两电荷的连线之外。图 1－1 与 1－2 给出了两同号和两异号点电荷电场强度示意图，并以 $q_1$ 为坐标原点建立一维坐标系。

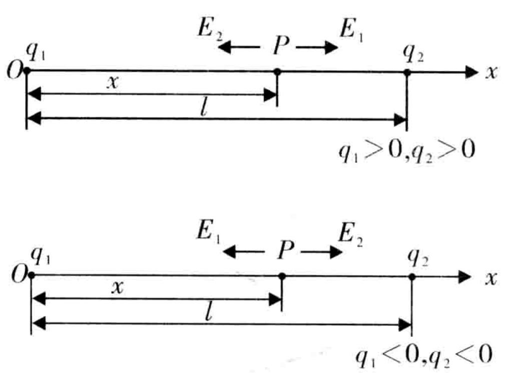



图 1－1　两同号点电荷的电场强度

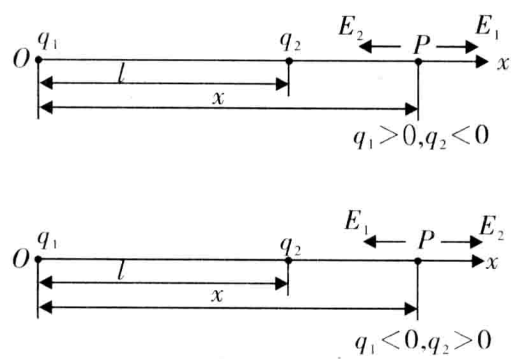



图 1－2　两异号点电荷的电场强度

在 $x$ 位置处的电场强度为：

$$E(x)=E_1+E_2=\begin{cases}\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q_1|}{x^2}-\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q_2|}{(l-x)^2}, & q_1>0\\[2ex] -\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q_1|}{x^2}+\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q_2|}{(l-x)^2}, & q_1<0\end{cases}\tag{1.4.1}$$

电场强度为零，$E(x)=0$，则 $\dfrac{|q_1|}{x^2}=\dfrac{|q_2|}{(l-x)^2}$，有：

同号电荷电场强度为零的位置：

$$x=\frac{l}{1+\left(\dfrac{q_2}{q_1}\right)^{\frac{1}{2}}}\qquad(q_1\neq 0,\ q_2\neq 0)\tag{1.4.2}$$

异号电荷电场强度为零的位置：

$$x=\frac{l}{1-\left(-\dfrac{q_2}{q_1}\right)^{\frac{1}{2}}}\qquad(q_1\neq 0,\ q_2\neq 0,\ -q_1\neq q_2)\tag{1.4.3}$$

②算法与计算流程图。

由于 $q_1$ 和 $q_2$ 为任意两个点电荷，根据电场强度的解析式（1.4.2）和（1.4.3），编程直接计算电场强度为零的位置的流程图，如图 1－3 所示。

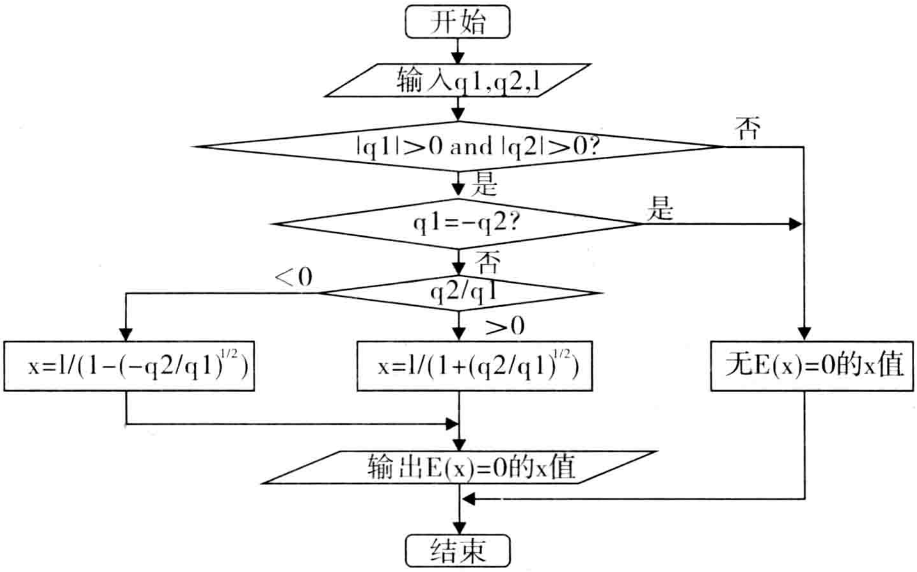



**图 1－3 $q_1$ 和 $q_2$ 为任意点电荷时电场强度为零的位置的计算流程图**

③编写程序并进行计算。

按照计算流程图 1－3，在 Visual Fortran 运算环境下编制 Fortran 程序 ex11. f：

```
c    The program of calculation balance point ex11. f

     iw = 6
     open(unit = iw,file = 'out11. dat',status = 'unknown',form = 'formatted')
     write(*,*) 'please input q1(库仑),q2(库仑),l(米) = '
     read(*,*) q1,q2,l
     write(iw,* ) 'q1,q2,l = ',q1,q2,l
     call wq(q1,q2,l,x)
     write(iw,"('The balance point x(米) = ',F10. 6)") x
     write(*,"('The balance point x(米) = ',F10. 6)") x
     write(*,*) 'the end'
     close(iw)
     stop
     end

     Subroutine wq(q1,q2,l,x)
     if((abs(q1). gt. 1. 0e - 6). and. (abs(q2). gt. 1. 0e - 6)) then
        if(abs(q1 + q2). gt. 1. 0e - 6) then
            q = q2/q1
            if(q. lt. 0. 0) then
               x = l/(1. 0 - sqrt( - q))
            else
               x = l/(1. 0 + sqrt(q))
```

```
            end if
        else
            write(*,*) 'Then balance place cannot be determined'
        end if
    else
        write(*,*) 'Then balance place cannot be determined'
    end if
    return
    end
```

Fortran 程序 ex11. f 的运行结果存于文件 out11. dat 中：

```
q1,q2,l =     1.000000          2.000000           4
  The balance point x(米) =    1.656854

q1,q2,l =     1.000000         -2.000000           4
  The balance point x(米) =   -9.656855

q1,q2,l =    -1.000000         -2.000000           4
  The balance point x(米) =    1.656854
```

按照计算流程图 1 -3，在 Matlab 环境下编制程序 ex11. m：

```
% the program of calculation balance point
function nargout = ex11(q1,q2,l)
inp = [q1,q2,l]
x = 0;
if abs(q1) > 0 & abs(q2) > 0
    if q1 ~ = - q2
        q = q2/q1;
        if q < 0
            x = l/(1.0 - sqrt(- q));
        else
            x = l/(1.0 + sqrt(q));
        end
        'the balance position is'
    else
        'there is no balance point'
    end
else
    'there is no balance point'
End
nargout = vpa(x, 7)
```

在 Matlab 工作窗口运行程序 ex11. m 得到的结果：

```
>> ex11(1,2,4)
inp =     1     2     4
ans = the balance position is
nargout = 1.656854
```

```
ans = 1. 656854

>> ex11(1, -2,4)
inp =      1      -2      4
ans = the balance position is
nargout = -9. 656854
ans = -9. 656854

>> ex11( -1, -2,4)
inp =      -1      -2      4
ans = the balance position is
nargout = 1. 656854
ans = 1. 656854
```

④结果分析。

程序 ex11. f 和 ex11. m 运行结果一致：当 $q_1=1$ 库仑，$q_2=2$ 库仑，$l=4$ 米时，电场强度为零的位置为距 $q_1$ 电荷 1. 656854 米处；当 $q_1=1$ 库仑，$q_2=-2$ 库仑，$l=4$ 米时，电场强度为零的位置在 $q_1$ 电荷左边 9. 656854 （9. 656855） 米处，在 Fortran 中的结果 -9. 656855 与 Matlab 中的结果 -9. 656854 在小数点后第六位上相差 1，这是结果保留到小数点后第六位有效数字时，计算的截断误差引起的；当 $q_1=-1$ 库仑，$q_2=-2$ 库仑，$l=4$ 米时，电场强度为零的位置为距 $q_1$ 电荷 1. 656854 米处。

（2） 方法二：逐渐逼近法。

按照以上解题的步骤，采用第二种方法——逐渐逼近法进行求解，过程如下：

①问题的分析与数学模型的建立。

问题的分析和数学模型的建立类同直接法，可得到数学关系式（1. 4. 1）。

②算法与计算流程图。

在关系式（1. 4. 1）中，若 $E(x)=0$ 的位置 $x=x_0$，且电荷 $q_1$ 和 $q_2$ 都为正电荷，有：当 $x<x_0$ 时，$E(x)>0$；当 $x>x_0$ 时，$E(x)<0$。电荷都为负电荷，有：当 $x>x_0$ 时，$E(x)>0$；当 $x<x_0$ 时，$E(x)<0$（如图 1 -4 所示）。可采用逐渐逼近法（或称为二分法）寻找到 $x_0$。

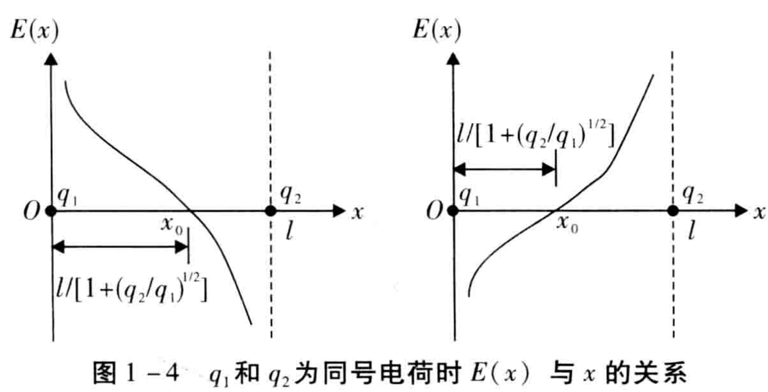



**图 1 -4 $q_1$ 和 $q_2$ 为同号电荷时 $E(x)$ 与 $x$ 的关系**

当两个电荷均为正时，取 $a=0$，$b=l$，在 ［$a$，$b$］ 区间利用二分法寻找 $E(x)=0$ 的

$x_0$ 值。具体方法如下：

取 $x=(b+a)/2$，计算 $E(x)$。

当 $E(x)=0$ 时，得到电场强度为零的位置 $x_0=x$；

当 $E(x)>0$ 时，所求位置 $x_0$ 在 $x$ 的右边，取 $a=x$，继续在 $[a, b]$ 区间寻找 $x_0$；

当 $E(x)<0$ 时，所求位置 $x_0$ 在 $x$ 的左边，取 $b=x$，继续在 $[a, b]$ 区间寻找 $x_0$。

重复计算 $x$，直到得到满足给定误差要求的电场强度为零的位置 $x_0$。

当两个电荷均为负时，利用以上方法，用 $-E(x)$ 代替 $E(x)$，即可得到满足给定误差要求的电场强度为零的位置 $x_0$。

对于两个异号电荷，该方法不适用。

此处采用的逐渐逼近法是根据二分法，不断将有根区间二分，逐渐逼近 $E(x)=0$ 的位置，得到 $x_0$ 的值。图 1－5 为 $q_1$ 和 $q_2$ 均为正电荷时，用逐渐逼近法获得电场强度为零位置的流程图，其中，$N_n$ 为给定的最大 二分次数，eps 为给定的误差。

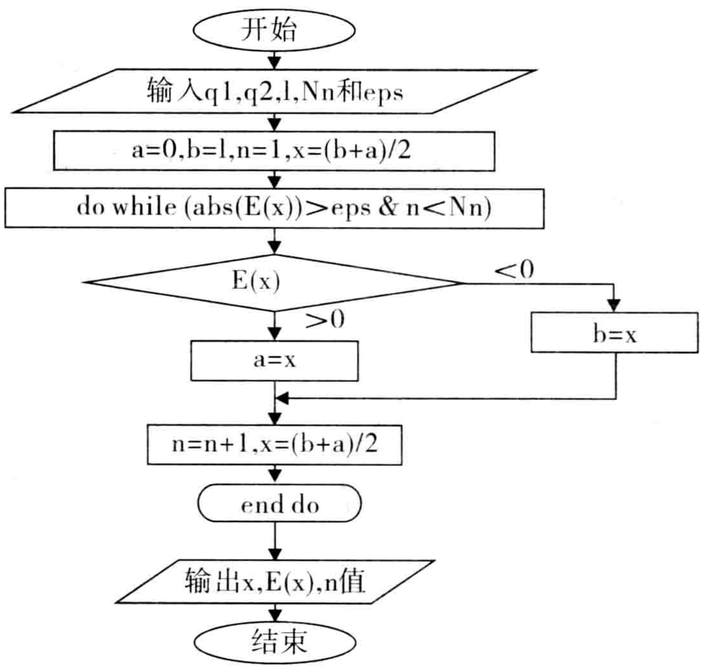



**图 1－5　$q_1$ 和 $q_2$ 为正电荷时电场强度为零位置的计算流程图**

③编写程序并进行计算。

按照逐渐逼近法的流程图 1－5，编制 Fortran 和 Matlab 程序，并分别在 Visual Fortran 和 Matlab 两种计算环境下运行。

Fortran 程序 ex12. f 列表如下：

```
c  The program of calculation balance point ex12. f

   iw = 6
   open(unit = iw,file = 'out12. dat',status = 'unknown',form = 'formatted')
   write(*,*)'please input q1(库仑),q2(库仑),l(米),Nn,eps = '
   read(*,*) q1,q2,l,Nn,eps
   write(iw,*)'q1,q2,l,eps = ',q1,q2,l,Nn,eps
   call erfn(q1,q2,l,Nn,eps,x,E,n)
   write(iw,*)'The balance point x(米) = ',x,' E(x) = ',E,'   n = ',n
   write(*,*)'The balance point x(米) = ',x,' E(x) = ',E,'   n = ',n
   write(*,*)'the end'
   close(iw)
   stop
   end

   subroutine erfn(q1,q2,l,Nn,eps,x0,E,n)
   Ef(x) = q1/x**2 - q2/(l - x)**2
   a = 0
   b = l
   n = 1
   x = (b + a)/2
   E = Ef(x)
   do while(abs(E). gt. eps. and. n. lt. Nn)
      if(E. gt. 0) then
         a = x
      else
         b = x
      end if
     n = n + 1
     x = (b + a)/2
     E = Ef(x)
   end do
   x0 = x
   return
   end
```

Fortran 程序 ex12. f 的运行结果存于文件 out12. dat 中：当 $q_1=1$ 库仑，$q_2=2$ 库仑，$l=4$ 米，最大迭代次数 10000，精度为（误差要求小于）$1.0\times10^{-6}$时，经过 21 次二分（迭代）运算，计算得到电场强度为零的位置为距 $q_1$ 电荷 1.656855 米处。

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| q1,q2,l,eps = | 1.000000 | 2.000000 | 4 | 10000 | 1.0000000E-06 |
| The balance point x(米) = | 1.656855 | E(x) = -2.8526534E | n = | 21 | |

Matlab 程序为函数 m 文件 ex12. m，程序中添加了结果图示的语句，其列表如下：