全国各类成人高等学校招生考试教材

高中起点升本/专科

数学

理工农医类

中央民族大学出版社

全国各类成人高等学校招生考试教材

（高中起点升本、专科）

数　学（理工农医类）

本书编委会　编写

中央民族大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学：理科／《全国各类成人高校招生考试教材》编委会编．—北京：中央民族大学出版社，2000.9

全国各类成人高校招生考试教材

ISBN 7－81056－461－7

Ⅰ.数...　Ⅱ.全...　Ⅲ.数学课－成人教育：高等教育－入学考试－升学参考资料　Ⅳ.G723.460.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 69827 号

书　　名　全国各类成人高等学校招生考试教材(数学：理科)
编　　著　本书编委会
责任编辑　张　山
出 版 者　中央民族大学出版社
印 刷 者　北京京华制版印刷厂
发 行 者　全国新华书店
开　　本　787×1092(毫米)　1/16
印　　张　20
字　　数　486 千字
版　　次　2002 年 8 月第 2 版　　2002 年 8 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN7－81056－461－7/G·6
总 定 价　200.00 元(全 8 册)
单册定价　25.00 元

第二版前言

2002年国家教育部颁布了新修订的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲——高中起点升本、专科》,为配合新颁布的《大纲》,我社修订出版了这套最新的《全国各类成人高等学校招生考试教材》。

本丛书按照调整考试科目后的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》的要求修订而成。在修订该丛书时突出了以下特点:

1.按照新大纲的规定和要求,注重从知识立意向能力立意的转变。加强学科基本能力、学科综合能力、学科实验能力的训练,以提高考生综合运用知识的能力和应试水平。

2.紧扣新大纲,覆盖了新大纲规定的全部考试内容,重点突出,题型与练习贴近考试,实用性、针对性更强。

本丛书包括英语、语文、数学(分文、理科)、物理化学综合科(分物理分册、化学分册两册)、历史地理综合科(分历史分册、地理分册两册)5科,共8册。

本套教材适用于参加各类成人高等学校(包括广播电视大学、职工高等学校、管理干部学院、教育学院和教师进修学院、独立设置的函授学院、普通高等学校举办的成人高等学历教育等)招生考试的考生和各类成人高考辅导班使用。同时可供成人高中学员、教师和教研人员学习、参考。

《数学》(理工农医类)内容包括基础知识及解题指导,为配合章、节的学习还设置了多种形式的练习题。解题分析部分帮助考生掌握复习方法,提高审题答题能力,书后附有《大纲》及样题,供考生参考。

本丛书由诸多成人教育专家、命题研究人员和一线老师编写。《数学》(理工农医类)由宋卫东编写。

为了把书编得更好,希望有关专家、读者提出宝贵意见,待再版时进一步修订完善。

中央民族大学出版社

2002年8月

成人高考考试科目调整说明

2002年教育部对全国成人高校招生考试科目设置进行了重大调整，调整后的高中起点升专科（含高职）、高中起点升本科考试按文科、理科分别设置统考科目。其中，高中起点升专科（含高职）统考科目为语文、数学（分文科类、理科类）、外语3门，主要考查考生是否具备接受高等专科层次考试的最基本要求。考虑到本科教育与专科教育培养目标和教学要求的不同，报考高中起点升本科的统考科目的理科类考生增加一门“物理化学综合课”（简称物化），文科类考生增加一门“历史地理综合课”（简称史地）。

附：高中起点升本科、专科考试科目设置一览表

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">报考科类</th><th colspan="2">考试科目</th></tr>
<tr><th>统一命题考试科目</th><th>加试科目</th></tr>
<tr><td rowspan="2">高中起点升本科</td><td>理科</td><td>语文　数学（理）　外语　物化</td><td rowspan="4">由招生院校确定</td></tr>
<tr><td>文科</td><td>语文　数学（文）　外语　史地</td></tr>
<tr><td rowspan="2">高中起点升专科、高中起点升高职</td><td>理科</td><td>语文　数学（理）　外语</td></tr>
<tr><td>文科</td><td>语文　数学（文）　外语</td></tr>
</table>

目 录

第一部分 代 数

第二部分 三 角

第三部分 平面解析几何

第四部分　立体几何

第五部分　概率与统计初步

第一部分　代　数

第一章　集　合

一、集合的概念

（一）集合

集合是数学中最基本的概念之一，我们只给予一种描述：把按某种属性确定的一些对象看成一个整体，就形成了一个集合. 例如，自然数的全体构成一个集合；线段 AB 上所有的点构成一个集合. 集合简称为集，一般用大写英文字母 $A,B,C,\cdots$ 表示.

（二）元素

组成一个集合的每一个对象叫做这个集合的元素或元. 例如，每一个自然数是自然数集合中的一个元素；线段 AB 上的每一点是该线段（点集合）中的一个元素. 元素一般用小写英文字母 a，$b,c,\cdots$ 表示.

（三）元素与集合的关系

对于一个给定的集合，它和它的元素之间的关系是整体和个别的关系，即集合包含它的每一个元素；它的每一个元素也都包含在集合中. 把 a 看作是集合 A 的元素，记作 $a\in A$，读作"a 属于 A"；把 a 看作不是集合 A 的元素，记作 $a\notin A$（或 $a \overline{\in} A$），读作"a 不属于 A".

（四）有限集与无限集

1. 有限集　　含有有限个元素的集合叫做有限集.

2. 空集　　不含任何元素的集合叫做空集，用 $\varnothing$ 表示.

3. 无限集　　含有无限个元素的集合叫做无限集.

4. 单元素集　　只含有一个元素的集合叫做单元素集.

（五）数集

元素为数的集合叫做数集. 常用的数集有：

1. 实数集　　全体实数组成的集合叫做实数集，常用 $\mathbf{R}$ 表示.

2. 有理数集　　全体有理数组成的集合叫做有理数集，常用 $\mathbf{Q}$ 表示.

3. 整数集　　全体整数组成的集合叫做整数集，常用 $\mathbf{Z}$ 表示.

（1）非负整数集 —— 自然数集，用 $\mathbf{N}$ 表示.

（2）正整数集，用 $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$ 表示.

说明：根据国家标准，自然数集 $\mathbf{N}$ 包括元素"0"，即非负整数集. 注意与以前不包括"0"的所谓自然数集（正整数集 $\mathbf{N}_+$）从含义到记号区别开.

二、集合的表示法

（一）列举法

把集合的元素一一列举出来，并把它们写在大括号内，这种表示集合的方法叫做列举法. 如 $\{a,b,c,d\}$.

注意：用列举法表示集合时，列出的元素要求不遗漏、不增加、不重复，但与元素列出顺序无关.

（二）描述法

1. 把集合中的元素的公共属性写在大括号内，这种表示集合的方法叫做描述法.

2. 方法　先在大括号内左端写出元素的一般形式（常用字母 x,y 等表示），然后画一条竖线，在竖线右边列出集合的元素的公共属性. 例如，方程 $x^2+x-6=0$ 的根构成的集合 A 可写成：

$$A=\{x \mid x^2+x-6=0\}.$$

注意：用描述法表示集合时，有时可省去竖线及元素的一般形式. 如"所有等腰直角三角形"组成的集合可写成：

{等腰直角三角形}，

但不要写成{等腰直角三解形集}，因为大括号已表示"所有"，表示"集".

3. 为直观起见，有时用图来表示集合，如图 1—1.

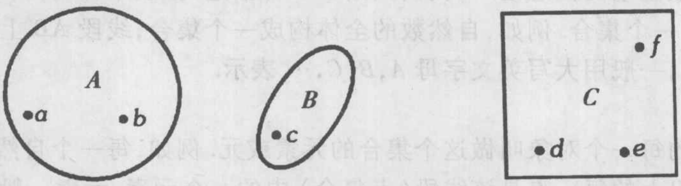


图 1—1

三、集合与集合的关系

（一）子集

1. 子集的概念

（1）对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集. 记作

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A.$$

读作："A 包含于 B" 或"B 包含 A".

（2）例如：实数集中 $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z}, \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}, \mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$.

2. 子集的性质

（1）任何一个集合都是它本身的子集. 即

$$A \subseteq A.$$

（2）规定空集是任何集合的子集，即

$$\varnothing \subseteq A.$$

（3）若 $A \subseteq B, B \subseteq C$，则 $A \subseteq C$. 因此可把这三个集合的关系记作

$$A \subseteq B \subseteq C.$$

例如：实数集中 $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$.

3. 集合相等

对于两个集合 A 与 B，如果 $A \subseteq B$，同时 $B \subseteq A$，那么就说集合 A 与集合 B 相等，记作

$$A=B.$$

4. 真子集

（1）真子集的概念　如果集合 A 是集合 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记作

$$A \subsetneqq B \text{ 或 } B \supsetneqq A.$$

例如：集合 $A=\{1,2\}$ 是集合 $B=\{1,2,3\}$ 的子集，而且 A 也是 B 的真子集，可以记作 $A \subsetneqq$

B.

(2) 真子集的性质

规定:空集是任何非空集合的真子集. 也就是说,对于任何非空集合 A,总有

$$\varnothing \subsetneqq A.$$

真子集类似于子集也具有:如果 $A \subsetneqq B, B \subsetneqq C$,则 $A \subsetneqq C$.

事实上实数集中有如下真子集的关系:

$$\mathbf{N} \subsetneqq \mathbf{Z} \subsetneqq \mathbf{Q} \subsetneqq \mathbf{R}.$$

例如:写出集合 $\{a,b,c\}$ 的所有子集及真子集.

解:集合 $\{a,b,c\}$ 的所有子集是:$\varnothing$,$\{a\}$,$\{b\}$,$\{c\}$,$\{a,b\}$,$\{a,c\}$,$\{b,c\}$,$\{a,b,c\}$ 共有 8 个子集. 除去集合本身 $\{a,b,c\}$ 外的子集都是它的真子集.

集合 A 是 B 的真子集,可用图 1—2 表示.

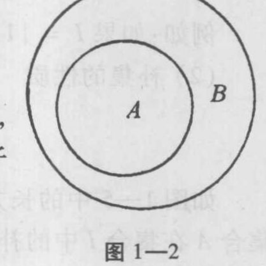


图 1—2

(二) 交集

1. 交集的概念

由属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的交集. 记作 $A \cap B$(可读作 A 交 B),即

$$A \cap B = \{x \mid x \in A, \text{且 } x \in B\}.$$

也就是说,集合 A 与 B 的交集是由集合 A 与集合 B 的所有公共元素所组成的集合.

例如:$A = \{1,2,3,4,5\}$,$B = \{2,4,6\}$,则 $A \cap B = \{2,4\}$.

2. 交集的性质

$$A \cap A = A;$$

$$A \cap \varnothing = \varnothing;$$

$$A \cap B = B \cap A.$$

集合 A 与 B 的交集可由图 1—3 中阴影部分表示.

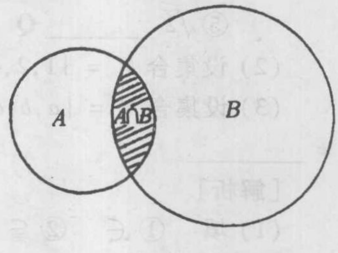


图 1—3

(三) 并集

1. 并集的概念

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$(可读作 A 并 B),即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A, \text{或 } x \in B\}.$$

也就是说,集合 A 与 B 的并集是由集合 A 与集合 B 的所有元素合并在一起所组成的集合.

例如:$A = \{1,2,3\}$,$B = \{4,5,6\}$,则 $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$

2. 并集的性质

$$A \cup A = A;$$

$$A \cup \varnothing = A;$$

$$A \cup B = B \cup A.$$

如图 1—4 的阴影部分表示集合 A 与 B 的并集.

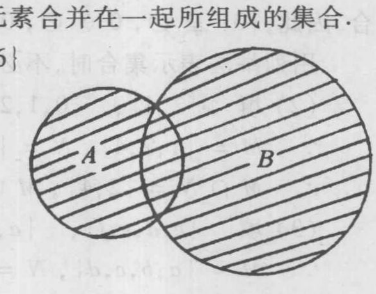


图 1—4

(四) 全集与补集

1. 全集

在研究集合和集合之间的关系时,这些集合都是某一个给定集合的子集,这个给定的集合可以看作一个全集,用符号 I 表示.

例如：在研究数集时，常把实数集 **R** 作为全集.

2. 补集

（1）补集的概念

已知全集 I、集合 $A \subseteq I$，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 I 中的补集，记作 $\complement_I A$（有的书上记作 $\overline{A}$）

$$\complement_I A = \{x \mid x \in I, \text{且 } x \notin A\}.$$

例如：如果 $I = \{1,2,3,4\}$，$A = \{2,4\}$，那么 $\complement_I A = \{1,3\}$.

（2）补集的性质

$$A \cup \complement_I A = I;$$

$$A \cap \complement_I A = \varnothing.$$

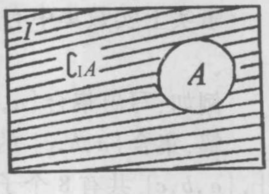


图 1—5

如图 1—5 中的长方形内表示全集 I，圆内表示集合 A，阴影部分表示集合 A 在集合 I 中的补集.

【例题解析】

例 1. 填空题

（1）用适当的符号（$\in$，$\notin$，$=$，$\subsetneqq$，$\supsetneqq$）填空.

① 1 ________ $\{1\}$　　② $\varnothing$ ________ $\{1,2,3\}$

③ 0 ________ $\{1,2,3\}$　　④ $\{a\}$ ________ $\{a,b,c\}$

⑤ $\sqrt{2}$ ________ **Q**　　⑥ -1 ________ $\{x \mid x \text{ 是正有理数}\}$

（2）设集合 $M = \{1,2,4\}$，$N = \{0,2,3,4\}$，则 $M \cap N =$ ________，$M \cup N =$ ________.

（3）设集合 $M = \{a,b,c,d\}$，$N = \{c,d,e,f\}$，则 $(M \cup N) \cap N =$ ________，$(M \cap N) \cup M =$ ________.

［解析］

（1）填　① $\in$　② $\subsetneqq$　③ $\notin$　④ $\subsetneqq$　⑤ $\notin$　⑥ $\notin$

注意：

$\in$（属于）与 $\notin$（不属于）符号是用来表示元素与集合之间关系的.

$\subsetneqq$ 与 $\supsetneqq$ 符号是表示集合与集合之间的关系的，如 $\varnothing \subsetneqq \mathbf{Q}$，$\mathbf{R} \supsetneqq \mathbf{Z}$ 等.

一般 a 表示一个元素，$\{a\}$ 表示只有一个元素 a 的一个单元素的集合，不要将 a 与 $\{a\}$ 混淆.

$\varnothing$（空集）是一个集合，其中不含任何元素，0 是一个元素，$\{0\}$ 是含有元素 0 的一个单元素集合，因此，$\{0\} \supsetneqq \varnothing$，$0 \notin \varnothing$，$0 \in \{0\}$，但不能写成 $\{0\} = \varnothing$，$0 = \varnothing$.

用列举法表示集合时，不必考虑元素之间的顺序，因此有 $\{1,2\} = \{2,1\}$.

（2）填　$\{2,4\}$；　$\{0,1,2,3,4\}$.

$\because$　$M = \{1,2,4\}$，$N = \{0,2,3,4\}$

$\therefore$　$M \cap N = \{2,4\}$，$M \cup N = \{0,1,2,3,4\}$.

（3）填　$\{c,d,e,f\}$；　$\{a,b,c,d\}$.

$\because$　$M = \{a,b,c,d\}$，$N = \{c,d,e,f\}$.

$\therefore$　$(M \cup N) \cap N = \{a,b,c,d,e,f\} \cap \{c,d,e,f\} = \{c,d,e,f\}$.

$M \cup (N \cap M) = \{a,b,c,d\} \cup \{c,d\} = \{a,b,c,d\}$.

例 2. 选择题

（1）设 $I = \{0,1,2,3,4\}$，$M = \{0,1,2,3\}$，$N = \{0,3,4\}$，则 $M \cap \complement_I N =$

(A) $\{1,2\}$　　(B) $\{2,4\}$　　(C) $\{1,3\}$　　(D) $\{0,1,2,3\}$

(2) 设 $I = \{1,2,3,4,5,6\}$, $M = \{1,3,5\}$, $N = \{2,4,6\}$,则 $\complement_I N \cup N =$

(A) $\varnothing$　　(B) I　　(C) M　　(D) N

(3) 由不大于 7 的质数所组成的集合是

(A) $\{2,3,5\}$　　(B) $\{x \mid x \leqslant 7\}$　　(C) $\{2,3,5,7\}$　　(D) $\{1,2,3,5,7\}$

(4) 由大于 -3 且小于 11 的偶数所组成的集合是

(A) $\{x \mid x > -3 < 11\}$　　(B) $\{x \mid -3 < x < 11, x = 2k, k \in \mathbf{N}\}$

(C) $\{x \mid -3 < x < 11\}$　　(D) $\{x \mid -3 < x < 11, x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$

(5) 设 $A = \{0,3\}$, $B = \{0,3,4\}$, $C = \{1,2,3\}$,则 $(B \cup C) \cap A$

(A) $\{0,3\}$　　(B) $\varnothing$

(C) $\{0,1,2,3,4\}$　　(D) $\{0\}$

[解析]

(1) 选(A).

由全集 $I = \{0,1,2,3,4\}$,子集 $N = \{0,3,4\}$,可知补集 $\complement_I N = I - N = \{1,2\}$,

又 $M = \{0,1,2,3\}$,得 $M \cap \complement_I N = \{0,1,2,3\} \cap \{1,2\} = \{1,2\}$.

(2) 选(D).

由　$\complement_I M = I - M = \{1,2,3,4,5\} - \{1,3,5\} = \{2,4,6\}$.

得　$\complement_I M \cap N = \{2,4,6\} \cap \{2,4,6\} = \{2,4,6\}$,即 N.

(3) 选(C).

选项(A) 表示小于 7 的质数所组成的集合,选项(B) 表示不大于 7 的实数所组成的集合;选项(D) 中 1 不是质数. 故(C) 正确.

(4) 选(D).

偶数可以是正数,也可以是零或负数;而选项(A) 中不等式表示方法是错误的.

(5) 选(A).

由　$B \cup C = \{0,3,4\} \cup \{1,2,3\} = \{0,3,4,1,2\}$.

得　$(B \cup C) \cap A = \{0,3,4,1,2\} \cap \{0,3\} = \{0,3\}$.

例 3. 解答下列各题

(1) 设集合 $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 12x + 35 = 0\}$. 求 $A \cup B$; $A \cap B$.

(2) 设全集 $I = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid x < -2\}$, $B = \{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 1\}$. 求 $\complement_I A$, $\complement_I B$ 及 $\complement_I A \cap \complement_I B$.

(3) 设方程 $x - 1 = 0$ 的解集为 A,方程 $x + 1 = 0$ 的解集为 B,怎样用 A,B 表示方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集?

[解析]

(1) $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的根为　$x_1 = 2$, $x_2 = 3$,

$x^2 - 12x + 35 = 0$ 的根为　$x_1 = 5$, $x_2 = 7$.

因此　$A = \{2,3\}$, $B = \{5,7\}$.

所以　$A \cup B = \{2,3,5,7\}$,

$A \cap B = \varnothing$.

(2) $\complement_I A = \{x \mid x \geqslant -2\}$.

$\complement_I B = \{x \mid x < -1, 或\ x > 1\}$.

$\complement_I A \cap \complement_I B = \{x \mid x \geqslant -2\} \cap \{x \mid x < -1, 或\ x > 1\}$

$= \{x \mid -2 \leqslant x < -1, 或\ x > 1\}.$

(3) 方程 $x^2 - 1 = 0$ 可化为 $(x-1)(x+1) = 0$.

即 $x - 1 = 0$ 或 $x + 1 = 0$.

又因为 $x - 1 = 0$ 的解集为 A, $x + 1 = 0$ 的解集为 B, 所以方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集为 $A \cup B$.

练　习　题

一、填空题

(1) 如果 $A = \{x \mid x \leqslant 4, x \in \mathbf{N}\}$, 那么用列举法表示 $A =$ ________.

(2) 若 $A \subset B$, 则 $A \cap B =$ ________, $A \cup B =$ ________.

(3) 若 $A = \{1,3,5,7\}$, $B = \{4,5,7\}$, 则 $A \cap B =$ ________, $A \cup B =$ ________.

(4) 若 $M = \{x \mid x > 1\}$, $N = \{x \mid x < 3\}$, 则 $M \cap N =$ ________, $M \cup N =$ ________.

(5) $\{a, b,$ ________$\} \cup \{b, d, e\} = \{a, b, c, d,$ ________$\}$; $\{a, f,$ ________, ________$\} \cap \{d, c, e,$ ________, ________$\} = \{a, b, e\}$.

(6) 已知集合 $M = \{2,3,5,a\}$, $N = \{1,3,4,6\}$, 若 $M \cap N = \{1,2,3\}$. 则 a, b 的值为________.

(7) 已知全集 $U = \{1,2,3,4,5,6\}$, 集合 $M = \{1,3,5\}$, $N = \{2,4,6\}$. 则 $\complement_U M \cap \complement_U N =$ ________, $\complement_U M \cup \complement_U N =$ ________, $\complement_U M \cup N =$ ________, $\complement_U N \cup M =$ ________.

二、选择题

(1) 设集合 $M = \{-2, 2\}$, $N = \{-2, 0, 2\}$, 则

(A) $M \subsetneqq N$　　(B) $N \subsetneqq M$　　(C) $M \in N$　　(D) $M = N$

(2) 设 $P = \{x \mid x \leqslant 3\}$, $a = 2\sqrt{2}$, 则

(A) $a \subsetneqq P$　　(B) $a \notin P$　　(C) $\{a\} \in P$　　(D) $\{a\} \subsetneqq P$

(3) 设 $M = \{x \in \mathbf{R} \mid x \geqslant 2\}$, $P = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - x - 2 = 0\}$, 则 $M \cup P$ 是

(A) P　　(B) $M \cup \{-1\}$　　(C) M　　(D) $\varnothing$

(4) 设 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{b, c, d\}$, $Z = \{c, d, e\}$, 则集合 $(X \cup Y) \cap Z$ 是

(A) $\{d, c\}$　　(B) $\{e, d\}$　　(C) $\{a, b, c, d\}$　　(D) $\{a, b, c\}$

(5) 已知全集 $U = \{0, -1, -2, -3, -4\}$, 集合 $M = \{0, -1, -2\}$, $N = \{0, -3, -4\}$, 则 $\complement_U M \cap N =$

(A) $\{0\}$　　(B) $\{-3, -4\}$　　(C) $\varnothing$　　(D) $\{-2, -3\}$

(6) 已知全集 $U = \mathbf{N}_+$, 集合 $A = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}_+\}$, $B = \{x \mid x = 4n, n \in \mathbf{N}_+\}$, 则

(A) $U = A \cup B$　　(B) $U = \complement_U A \cap B$

(C) $U = A \cup \complement_U B$　　(D) $U = \complement_U A \cup \complement_U B$

(7) 设集合 $M = \{x \mid x \geqslant 4\}$, $N = \{x \mid x < 6\}$, 则 $M \cup N$ 等于

(A) 空集　　(B) 实数集

(C) $\{x \mid -4 \leqslant x < 6\}$　　(D) $\{x \mid -4 < x < 6\}$

(8) 设 $M = \{x \mid x \leqslant 4, x \in \mathbf{R}\}$, $a = \sqrt{15}$, 那么正确的关系是

(A) $a \subset M$　　(B) $a \notin M$　　(C) $\{a\} \notin M$　　(D) $\{a\} \supset M$

(9) 设全集 $I = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, c\}$, $N = \{a, b, c\}$, 则下列集合中为空集的是

(A) $\complement_I(M \cup N)$　　(B) $\complement_I M \cup N$　　(C) $M \cap \complement_I N$　　(D) $M \cap N$

(10) 已知集合 $M = \{0,1,3,5\}$, $N = \{-2,3,4\}$, 则 $M \cap N =$

(A) $\{-2,0,1,3,4,5\}$　　(B) $\{-2,1,3,4,5\}$

(C) $\{0,1,2,3,4,5\}$　　(D) $\{3\}$

(11) 设集合 $M = \{(x,y) \mid xy > 0\}$, $N = \{(x,y) \mid x < 0$ 且 $y > 0\}$, 则

(A) $M \cup N = N$　　(B) $M \subsetneqq N$　　(C) $M \supsetneqq N$　　(D) $M \cap N = \varnothing$

三、解答题

(1) 设集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid x>0\}$，求 $A\cup B$；$A\cap B$.

(2) 在正整数集 $\mathbf{N}^*$ 中，设 A 为 2 的倍数的集合，B 为 3 的倍数的集合，C 为 4 的倍数的集合，D 为 6 的倍数的集合，用 $\subsetneqq$ 表示这些集合之间的关系.

(3) 设全集 $U=\{a,b,c,d,e\}$，集合 $M=\{a,b,d\}$，$N=\{b\}$，

求：$\complement_U M\cup\complement_U N$；$M\cup\complement_U N$；$\complement_U M\cap\complement_U N$；$\complement_U M\cap N$；$M\cap\complement_U N$.

练习题答案

一、填空题

(1) $\{0,1,2,3,4\}$（按新国标，0 属于自然数）

(2) A；B

(3) $\{5,7\}$；$\{1,3,4,5,7\}$

(4) $\{x\mid 1<x<3\}$；$\mathbf{R}$

(5) c；e；b；e；a；b

(6) $a=1,b=2$

(7) $\varnothing$；N；N；M

二、选择题

(1) A (2) D (3) C (4) A (5) B (6) C (7) B (8) D

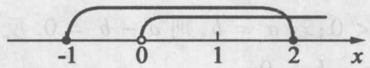
(9) C (10) D (11) D

三、解答题

(1) $\because\quad A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$，

$B=\{x\mid x>0\}$.

用数轴表示：



$\therefore\quad A\cup B=\{x\mid x\geqslant -1\}$，

$A\cap B=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$.

(2) $\because\quad A=\{x\mid x=2k,\ k\in\mathbf{N}^*\}$，

$B=\{x\mid x=3k,\ k\in\mathbf{N}^*\}$，

$C=\{x\mid x=4k,\ k\in\mathbf{N}^*\}$，

$D=\{x\mid x=6k,\ k\in\mathbf{N}^*\}$，

$\therefore\quad A\subsetneqq\mathbf{N}^*,\ B\subsetneqq\mathbf{N}^*,\ C\subsetneqq\mathbf{N}^*,\ D\subsetneqq\mathbf{N}^*$.

$\therefore\quad C\subsetneqq A,\ D\subsetneqq A,\ D\subsetneqq B$.

(3) $\because\quad U=\{a,b,c,d,e\}$，

$M=\{a,b,d\}$，

$N=\{b\}$.

$\therefore\quad \complement_U M=\{c,e\}$，

$\complement_U N=\{a,c,d,e\}$.

$\therefore\quad \complement_U M\cup\complement_U N=\{c,e\}\cup\{a,c,d,e\}=\{a,c,d,e\}$

$M\cup\complement_U N=\{a,b,d\}\cup\{a,c,d,e\}=U=\{a,b,c,d,e\}$

$\complement_U M\cap\complement_U N=\{c,e\}\cap\{a,c,d,e\}=\{c,e\}$

$\complement_U M\cap N=\{c,e\}\cap\{b\}=\varnothing$

$M\cap\complement_U N=\{a,b,d\}\cap\{a,c,d,e\}=\{a,d\}$

第二章　不等式和不等式组

第一节　不等式的基本概念

一、不等式及有关概念

（一）不等式

表示两个量之间大小关系的记号叫做不等号，常用的有“$<$”（读作“小于”），“$>$”（读作“大于”），“$\leqslant$”（读作“不大于”，即小于或等于），“$\geqslant$”（读作“不小于”，即大于或等于），“$\neq$”（读作“不等于”）. 用不等号连结两个算式的式子叫做不等式.

（二）同向不等式和异向不等式

1. 同向不等式　　在两个不等式中，如果每一个的左边都大于右边，或者每一个的左边都小于右边，那么这两个不等式就叫做同向不等式.

2. 异向不等式　　如果两个不等式中，一个不等式的左边大于右边，而另一个不等式的左边小于右边，那么这两个不等式叫做异向不等式.

二、两个实数不等关系的性质

如果 a、b 都是实数，那么 a、b 具有如下的性质：

若 $a > b$，则 $a - b > 0$；若 $a < b$，则 $a - b < 0$；若 $a = b$，则 $a - b = 0$. 反过来也对，即

$$a > b \Leftrightarrow a - b > 0;$$

$$a < b \Leftrightarrow a - b < 0;$$

$$a = b \Leftrightarrow a - b = 0.$$

根据这个性质要比较两个实数的大小，只要看它们的差的符号就可以了.

三、不等式的解集

（一）不等式的解

使不等式成立的未知数的值叫做不等式的解.

（二）不等式的解集

一个含有未知数的不等式的所有的解，组成这个不等式的解的集合，简称不等式的解集.

（三）解不等式

求不等式的解集的过程，叫做解不等式.

（四）同解不等式

解集相同的不等式，叫做同解不等式.

四、不等式的同解原理

不等式在变形中，依据不等式的三条基本性质，所得不等式与原不等式是同解不等式.

不等式的三条基本性质是：

1. 不等式两边都加上（或减去）同一个数或同一个整式，不等号的方向不变.

2. 不等式两边都乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变.

3. 不等式两边都乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.

五、不等式的性质

性质 1　如果 $a > b$,那么 $b < a$,反过来,如果 $b < a$,那么 $a > b$,也就是

$$a > b \Leftrightarrow b < a.$$

性质 2　如果 $a > b, b > c$,那么 $a > c$,也就是

$$a > b, b > c \Rightarrow a > c.$$

性质 3　如果 $a > b$,那么 $a + c > b + c$,也就是

$$a > b \Rightarrow a + c > b + c.$$

性质 4　如果 $a > b, c > 0$,那么 $ac > bc$,也就是

$$a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc;$$

如果 $a > b, c < 0$,那么 $ac < bc$,也就是

$$a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc.$$

从上述四个性质,可以得出下面的推论:

推论 1　如果 $a > b, c > d$,那么 $a + c > b + d$,也就是

$$a > b, c > d \Rightarrow a + c > b + d.$$

推论 2　如果 $a > b > 0, c > d > 0$,那么 $ac > bd$,也就是

$$a > b > 0, c > d > 0 \Rightarrow ac > bd.$$

推论 3　如果 $a > b > 0$,那么 $a^n > b^n$($n \in \mathbf{N}$,且 $n > 1$),也就是

$$a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n (n \in \mathbf{N}, 且\ n > 1).$$

推论 4　如果 $a > b > 0$,那么 $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ ($n \in \mathbf{N}$,且 $n > 1$),也就是

$$a > b > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} (n \in \mathbf{N}\ 且\ n > 1).$$

由性质 3 可以看出,与解方程时一样的移项法则:把不等式中的任何一项改变符号后可由不等式的一边移到另一边.

六、基本不等式

1. $a^2 \geqslant 0$ 或 $(a - b)^2 \geqslant 0$($a, b \in \mathbf{R}$,当且仅当 $a = 0$ 或 $a = b$ 时取等号)

2. $a^2 + b^2 \geqslant 2ab$($a, b \in \mathbf{R}$,当且仅当 $a = b$ 时取等号)

它的几种有用的推论如下:

(1) $\dfrac{a + b}{2} \geqslant \sqrt{ab}$ ($a, b \in \mathbf{R}$,且 a, b 为正数,当且仅当 $a = b$ 时取等号);

(2) $\dfrac{b}{a} + \dfrac{a}{b} \geqslant 2$ ($a, b \in \mathbf{R}$,且 a, b 同号,当且仅当 $a = b$ 时取等号);

(3) $a^2 + b^2 \geqslant \dfrac{(a + b)^2}{2}$ ($a, b \in \mathbf{R}$,当且仅当 $a = b$ 时取等号).

【例题解析】

例 1. 填空题

(1) 当 $a \leqslant -1$ 时, $|a - 1| + a =$ ________.

(2) 设 $-\dfrac{a}{b} > 0$,如果 $a < 0$, b ________ 0.

(3) 如果 $1 < x < 2$,那么 $(x - 1)(x - 2)$ ________ 0.

[解析]

(1) 填　1.

因为　$a \leqslant -1$，所以 $a-1 \leqslant -2 < 0$.

所以　$|a-1|+a=1-a+a=1$.

(2) 填　>.

因为　$-\dfrac{a}{b}>0$，在不等式两边乘以(-1)，得 $\dfrac{a}{b}<0$，

所以　a 与 b 异号，而 $a<0$，则 $b>0$.

(3) 填　<.

因为　$1<x<2$.

所以　$x-1>0$，$x-2<0$，则 $(x-1)(x-2)<0$.

例2. 选择题

(1) 设 $a<b$，则

(A) $a(a-b)^2>b(a-b)^2$　　(B) $a(a-b)^2<b(a-b)^2$

(C) $a(b-a)^2>b(b-a)^2$　　(D) $a(b-a)^2 \geqslant b(b-a)^2$

(2) 设 $a<b$，c 是非负实数，则

(A) $\dfrac{a}{\sqrt{c}}>\dfrac{b}{\sqrt{c}}$　　(B) $a\sqrt{c}<b\sqrt{c}$

(C) $ac \leqslant bc$　　(D) $a\sqrt{c}>b\sqrt{c}$

(3) 如果 $a<b$，那么正确的是

(A) $ac^2>bc^2$　　(B) $a-c<b-c$

(C) $\dfrac{a}{c}>\dfrac{b}{c}$　　(D) $\dfrac{a}{b}<1$

(4) 设实数 x, y 满足 $x+y=4$，则 x^2+y^2 的最小值是

(A) 10　　(B) 8　　(C) 6　　(D) 4

[解析]

(1) 选(B).

因为　$b-a>0$，所以 $(b-a)^2>0$.

因此，由 $a<b$，得 $a(b-a)^2<b(b-a)^2$.

因为　$(b-a)^2=(a-b)^2$，

所以　$a(b-a)^2<b(a-b)^2$.

(2) 选(C).

因为 c 是非负数，即 $c \geqslant 0$.

而当 $c=0$ 时，(A)、(B)、(D) 均不成立，故用排除法可选(C).

(3) 选(B).

若 $c=0$，则选项(A)是错误的；若 $c>0$，则选项(C)错误；题中 $b<0$ 时选项(D)是错误的，所以选(B).

(4) 选(B).

因为　$x^2+y^2 \geqslant 2xy$，

所以　$2(x^2+y^2) \geqslant x^2+2xy+y^2$，即　$2(x^2+y^2) \geqslant (x+y)^2$.

又由于　$x+y=4$，