

金融数学丛书

金融衍生产品定价的 数学模型与案例分析

(第二版)

□ 姜礼尚 徐承龙 任学敏 李少华 等著



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

金融衍生产品定价的 数学模型与案例分析

(第二版)

□ 姜礼尚 徐承龙 任学敏 李少华 等著

JINRONG YANSHENG CHANPIN DINGJIA DE
SHUXUE MOXING YU ANLI FENXI



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

本书可以看作是《期权定价的数学模型和方法》(第二版)的应用卷，全书分为理论篇和案例篇。理论篇进一步展示了偏微分方程方法在期权定价理论中的应用，集中阐明随机分析中鞅方法与偏微分方程方法之间的相互联系，以及 Black-Scholes 模型的后续发展等；案例篇着重研究在已有定价模型和方法的基础上，针对各种金融和保险创新产品的具体实施条款，建立数学模型(即建立偏微分方程定解问题)，求出它的闭合解或数值解，并进行定量分析，讨论一些金融参数和创新产品定价之间的依从关系。在第二版中，作者更新了部分案例，以反映其最新的研究成果。

本书可作为金融数学专业的教学用书和金融、保险、管理等领域的参考用书，它适用于两类读者：第一类读者是应用数学专业的教师和研究人员，特别是广大攻读金融数学各类学位的研究生和本科生；第二类读者是金融、保险、管理等的从业人员，特别是正在从事金融和保险创新产品设计的金融(保险)分析师，金融(保险)机构的决策人员以及相关的研究工作者。

图书在版编目(CIP)数据

金融衍生产品定价的数学模型与案例分析 / 姜礼尚等著. —2 版. —北京：高等教育出版社，2013.11

ISBN 978-7-04-038571-7

I . ①金… II . ①姜… III . ①金融衍生产品-定价-数学模型-研究 IV . ①F830.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 237081 号

策划编辑 赵天夫
责任编辑 赵天夫
责任校对 刁丽丽

责任印制 刘思涵

封面设计 赵 阳

版式设计 余 杨

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 唐山市润丰印务有限公司
开 本 787mm×960mm 1/16
印 张 19.5
字 数 330 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
版 次 2008 年 6 月第 1 版
2013 年 11 月第 2 版
印 次 2013 年 11 月第 1 次印刷
定 价 49.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究

第二版序言

作者在本书修订中，做了如下修改和增补：

改变了四个案例，把原书案例篇第十五、十六章以及第十九、二十章等有关信用衍生产品的四个案例删去，换成一个有关分离式可转换债券定价、一个关于一类累计期权的定价以及两个通过国债收益率曲线估计短期利率模型参数的案例。

改正了原书的一些印刷错误，这些印刷错误是徐根新和李少华两位老师在他们的教学过程中发现并改正的，对此我们表示衷心的感谢。

徐承龙全面负责了本书的校订和编辑加工等工作，为这次修订工作做出重要的贡献。

本书的修订工作得到了同济大学风险管理研究所全体老师的关心，以及高等教育出版社赵天夫编辑的热忱支持，为此我们表示深切的感谢。

姜礼尚
同济大学风险管理研究所

2013年5月

第一版序言

拙作《期权定价的数学模型和方法》(高等教育出版社)自2003年出版至今已有4年。它的英译本 *Mathematical Modeling and Methods of Option Pricing* (World Scientific Publishing)已在2005年出版。国内很多高校数学系已把它作为本科生和研究生教材，在金融数学专业的高年级大学生和研究生中讲授，反映良好。2008年初该书的第二版已由高等教育出版社出版。

在衍生证券定价的领域中，偏微分方程方法已被愈来愈多的学者所接受，它的影响正在逐渐扩大。为了进一步提高这门课程的教学质量，使得教师和学生能把这门课教好、学好、用好，有必要进一步加深关于随机分析方法与偏微分方程方法之间的相互联系的认识，做到相互沟通、互相启发，把偏微分方程方法的应用提高到一个新水平。同时要强调理论联系实际，应用 Black-Scholes-Merton 期权定价理论对金融、保险、投资等各个领域中提出的各种实际案例（产品定价、风险分析和管理决策）进行分析研究，以便达到加深理解、服务社会的目的。本书就是按照这个理念编写的。

本书分成两大篇：理论篇与案例篇。前者可以作为《期权定价的数学模型和方法》的发展和延伸。全篇集中阐明随机分析中 Brown 运动及相关知识与偏微分方程之间的天然联系，以及 Black-Scholes 期权定价模型的后续研究和发展。由我们研究所的一些教师和他们指导下的研究生，结合实际案例所撰写的学术论文组成了本书的案例篇。这里主要涉及国内一些金融和保险部门在近年来推

出的金融创新理财产品定价、信用风险衍生产品定价以及它们的破产风险分析等问题。针对每一个案例，我们在 Black-Scholes 期权定价的框架下，通过建模、求解（包括近似解）和数值分析，试图阐明应用 Black-Scholes 期权定价原理解决业界提出的各种实际问题。众所周知，虽然由此得到的产品定价和风险分析只可能是实际的一种近似，要做到完全实用还有差距，不妥之处在所难免，但我们深信它对金融（保险）部门的决策会有帮助，有一定的参考价值。应用金融数学理论解决实际问题的道路是漫长的，我们愿意为此作出努力和尝试。我们衷心希望本书能起到抛砖引玉的作用，恳请数学界和业界的同仁们给予批评指正。

本书可以作为金融数学专业的教学用书和金融、保险、管理等领域的参考书。它适用于两类读者：第一类是应用数学专业的教师和研究人员，以及广大攻读金融数学学位的学生；第二类是金融、保险、管理等部门的从业人员，特别是正在从事金融和保险创新产品设计的分析师、决策人员以及相关的研究工作者。我们深信本书将对他们的学习、研究和应用有所裨益。

本书的案例篇是由徐承龙、任学敏、李少华、梁进、徐根新、边保军以及他们指导下的研究生参加编写的。徐承龙和任学敏负责全篇的组稿、审阅、校订和编辑加工等工作，李少华也参加了部分编辑工作，为此他们付出了辛勤的劳动。

本书的出版得到了高等教育出版社赵天夫编辑的热忱关心和支持，为此我们表示深切的感谢。

姜礼尚
同济大学风险管理研究所
2007年11月1日

本书受国家重点基础研究发展计划（973计划）子课题：《信用风险分析和信用衍生产品定价》（课题编号：2007CB814903）资助出版。徐承龙的工作还受到了上海市教委E-研究院建设计划项目（课题编号：E03004）的资助。

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010) 58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010) 82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街 4 号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

理论篇 期权定价的偏微分方程模型和方法

引言	3
第一章 历史回顾.	5
§1.1 Black-Scholes-Merton 的前期工作	5
§1.2 Black-Scholes-Merton 的突破性进展	7
§1.3 Black-Scholes-Merton 的后续研究	8
第二章 Brown 运动与偏微分方程.	11
§2.1 概率分布与概率密度函数	11
§2.2 倒向 Kolmogorov 方程与 Feynman-Kac 公式	13
§2.3 首次逸出时间	19
§2.4 计价单位转换	23
第三章 跳 – 扩散模型下的期权定价.	28
§3.1 跳 – 扩散模型	28

§3.2 期权定价模型	30
§3.3 期权定价公式	31
第四章 随机利率模型下的期权定价	42
§4.1 随机利率模型	42
§4.2 零息票定价公式	45
§4.3 欧式期权定价公式	48
第五章 随机和不确定波动率模型下的期权定价	55
§5.1 随机波动率模型和定价公式	55
§5.2 开关式波动率模型和定价公式	59
§5.3 不确定波动率模型	66
第六章 支付交易费模型下的期权定价	73
§6.1 离散时间的期权定价公式	73
§6.2 连续时间的期权定价模型 —— Leland 方程	75
参考文献	79

案例篇 金融衍生产品的定价模型与分析

第一章 与黄金价格挂钩的存款理财产品 (1)	85
§1.1 问题的提出	85
§1.2 模型的建立	86
§1.3 模型的求解	88
§1.4 另一款看涨保本型产品的数学模型	93
参考文献	94
第二章 与黄金价格挂钩的存款理财产品 (2)	95
§2.1 问题的提出	95
§2.2 模型的建立	96

§2.3 模型的求解	98
§2.4 关于模型的进一步讨论	102
参考文献	105
第三章 与汇率挂钩的外币存款理财产品	106
§3.1 问题的提出	106
§3.2 模型的建立	108
§3.3 模型的求解	110
参考文献	114
第四章 触发式汇率期权定价的数学模型	115
§4.1 问题的提出	115
§4.2 模型的建立	117
§4.3 模型的求解	119
§4.4 对产品性质的讨论	122
§4.5 对模型的进一步分析	125
参考文献	125
第五章 结构性人民币存款产品的定价分析	126
§5.1 问题的提出	126
§5.2 模型的建立	127
§5.3 问题的求解及数值计算	130
附录	138
参考文献	139
第六章 定期存款所含嵌入期权的定价	140
§6.1 引言	140
§6.2 基本假设	141
§6.3 问题的求解	141
§6.4 问题解的一些性质	143
§6.5 结论	146
参考文献	146

第七章 收益与汇率变化范围挂钩的存款产品的定价	147
§7.1 问题的提出	147
§7.2 数学模型和求解	148
§7.3 以本币付息时的一些定性分析	152
§7.4 结论	153
附录	154
参考文献	156
第八章 可延期支付的附息票债券期权定价	157
§8.1 问题的提出	157
§8.2 基本假设与数学模型	158
§8.3 模型的求解	160
§8.4 模型的讨论	163
§8.5 一些说明	165
参考文献	165
第九章 随机利率模型下欧式看涨外汇期权定价分析	166
§9.1 问题的提出	166
§9.2 基本假设与数学模型	167
§9.3 模型的求解	169
§9.4 模型的讨论	171
参考文献	178
第十章 保底型基金的设计与定价	179
§10.1 引言	179
§10.2 数学模型	180
§10.3 定解问题的简化与求解	182
§10.4 数值分析	187
参考文献	188
第十一章 券商集合理财产品的分析与定价	189
§11.1 问题的背景	189

§11.2 模型的建立	191
§11.3 定价模型的求解	193
§11.4 佣金比率、自付率和承诺收益之间关系的讨论	196
§11.5 数值计算	197
参考文献	199
第十二章 上市公司融资策略(1) —— 数量可变的购买期权	200
§12.1 问题的提出	200
§12.2 VPO 的基本条款和种类	201
§12.3 固定利率下 VPO 模型的建立	203
§12.4 随机利率下欧式 VPO 定价模型的求解	204
附录	210
参考文献	211
第十三章 上市公司融资策略 (2) —— 转股价可向下修正的 可转换债券	212
§13.1 实际背景	212
§13.2 数学模型	213
§13.3 模型的求解	216
附录	220
参考文献	222
第十四章 带回售及可调转股价条款的可转换债券的定价 与计算	223
§14.1 问题的提出	223
§14.2 一类带回售及可调转股价条款的可转债的数学模型	227
§14.3 问题的求解	228
§14.4 问题的进一步讨论	236
参考文献	236
第十五章 分离式可转换债券定价模型及实证分析	238
§15.1 引言	238

§15.2 分离式可转债的定价模型	239
§15.3 实证分析	242
§15.4 总结	246
参考文献	247
第十六章 一类累计期权的定价	248
§16.1 引言	248
§16.2 数学模型	249
§16.3 累计期权价格与各变量之间的关系	254
参考文献	258
第十七章 一类具有违约风险的房产期权的定价模型和分析	259
§17.1 问题的提出	259
§17.2 模型的建立	260
§17.3 模型的求解	262
参考文献	268
第十八章 一类房产期权的二叉树定价模型和分析	269
§18.1 问题的提出	269
§18.2 二叉树定价模型	272
§18.3 二叉树格式的数值模拟和参数分析	273
§18.4 结论	275
参考文献	275
第十九章 基于债券报价的 Hull-White 短期利率模型 正则化参数估计	276
§19.1 引言	276
§19.2 Hull-White 模型下的利率与债券价格	277
§19.3 参数估计方法	277
§19.4 数值算例	279
§19.5 结论	284
参考文献	284

第二十章 非 Gauss 单因子短期利率模型正则化参数估计 . . .	285
§20.1 引言	285
§20.2 利率模型与债券价格	286
§20.3 参数估计方法	287
§20.4 数值算例	290
§20.5 结论	296
参考文献	296

理 论 篇

期权定价的偏微分方程 模型和方法

姜礼尚

引言

本篇是按照《期权定价的数学模型和方法》一书的延伸和发展的理念来编写的, 不具有作为一本教材应有的系统性与自封性, 并假设读者对《期权定价的数学模型和方法》一书是熟悉的, 已具有期权定价中的偏微分方程模型和方法的初步知识. 在此基础上, 本篇把注意力集中在阐明随机分析中鞅方法与偏微分方程方法之间的相互联系, 以及 Black-Scholes 模型的后续发展等方面. 力图进一步展示偏微分方程方法在期权定价理论中的应用.

本篇的安排如下: 在第一章进行期权定价历史回顾以后, 第二章我们即进入本篇的重点, 详细介绍了倒向 Kolmogorov 方程和 Feynman-Kac 公式, 首次逸出时间与吸收边界条件等基本理论, 以及它们在期权定价中的应用, 全面展示了偏微分方程方法在 Black-Scholes-Merton 期权定价理论中的重要作用, 并从选取适当变量代换简化定解问题的角度, 阐明计价单位转换这个随机分析技巧在偏微分方程方法中的实施. 第三章在跳 – 扩散模型下导出了期权定价模型, 这是一个带有非局部积分项的抛物型方程的定解问题, 通过引进 Green 函数, 把它转化为等价积分方程组, 由此得到了级数形式解, 并在跳量是对数正态分布随机变量的假设下, 导出了 Merton 公式. 在第四章, 对于 Vasicek, Cox-Ingersoll-Ross 以及 Hull-White 等随机利率模型, 建立了零息票和欧式期权定价的数学模型, 并由 Vasicek 和 Hull-White 模型得到了欧式期权定价公式, 必须指出: 转换计价单位在这里起到了关键作用. 第五章建立了随机波动率模型和开关式波动率模型