

教师发展系列丛书

数学情境与 数学问题

(7~9 年级)

主 编 吕传汉

SHUXUE QINGJING
YU SHUXUE WENTI



北京師範大學出版社
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

教师发展系列丛书

数学情境与数学问题

(7~9 年级)

SHUXUE QINGJING
YU SHUXUE WENTI

主 编 吕传汉

副主编 綦春霞 陈亚萍 宋运明



北京
师范大学出版社
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学情境与数学问题. 7~9 年级/吕传汉主编. - 北京:
北京师范大学出版社, 2005. 8
(教师发展系列丛书)
ISBN 7-303-07764-2

I. 数… II. 吕… III. 数学课—教学研究—初中
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 099805 号

北京师范大学出版社出版发行
(北京新街口外大街 19 号 邮政编码:100875)

[http:// www. bnup. com. cn](http://www.bnup.com.cn)

出版人:赖德胜

唐山市润丰印务有限公司印装 全国新华书店经销

开本:185 mm×260 mm 印张:16 字数:410 千字

2005 年 8 月第 1 版 2005 年 8 月第 1 次印刷

印数:1—3000 册 定价:21.00 元

《数学情境与数学问题》编委会

主任 吕传汉 汪秉彝

编委 (按姓氏笔画排序)

史炳星 宋运明 陈亚萍 张洪林 杨跃鸣

罗少辉 罗玉华 郑旭东 郑雪静 夏小刚

徐昆云 彭乃霞 曾小平 綦春霞

序

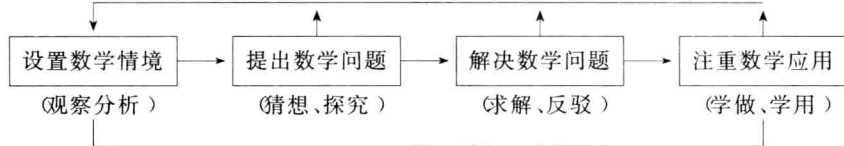
教育是十分复杂的社会现象,虽然我多次提到要认识教育规律,按照教育规律办教育,但是有哪些教育规律,至今并不明确;在教育传授知识还是培养能力的争论中我曾提出过“学生既是教育的对象又是教育的主体”的命题,也引起了不同意见的争议;我曾呼吁过教育改革的关键是教育观念的革新,但应该树立什么新观念,如何才能革新教育观念,我自己也说不清楚。我几十年来好像在森林中漫步,总想找出一条捷径走出森林,但总是在里面打圈圈,走不出来。

当今世界科学技术突飞猛进,世界经济和科技的全球化发展,使国际间综合国力竞争日益激烈。这种竞争,归根到底是各国教育发展的竞争,尤其是培养创新型人才的竞争。因此,全面推进素质教育必须以培养学生的创新精神和实践能力为重点。然而,我国从幼儿教育到高等教育,长期以来比较注重知识的传授,特别是由教师单向灌输书本知识,学生被动接受知识,以考试分数作为衡量教育成果的唯一标准,以及过于划一呆板的教学模式,阻碍着对青少年创新意识和创新能力的培养,严重地影响着我国创新型人才的成长。因此,转变教育观念,重视创新精神和创新能力,已成为当前我国教育改革中刻不容缓的重要任务。

最近,我国贵州师范大学数学与计算机科学学院的教授和研究生们,和美国德拉华大学(University Of Delaware)的蔡金法博士对中美小学高年级学生联合进行了“数学问题提出与解决”的跨文化研究,结果值得国人深省。他们的数学测试清楚表明,我国小学生的数学问题提出能力明显低于数学问题解决能力,也低于美国小学生提出数学问题的能力;而且把同一套对小学高年级学生的测试题,用来测试我国初中生、高中生,发现学生提出数学问题的能力不存在明显的差异,都感到比较困难。可见,我国传统的中小学数学教学模式,只重视训练学生解答已经提出的问题,并要求学生按一定的解题模式去反复强化训练,而忽视了如何引导学生去发现和提出问题、去探索解决非常规问题,从而严重地影响了对学生创新意识和创新能力的培养。我曾经说过,不会提问的学生不是好学生。不会提问,说明他不会思考或者没有思考。不会思考或者不去思考,就学不到知识。爱因斯坦曾指出:“提出一个问题往往比解决一个问题更重要。因为解决问题也许仅仅是一个数学上或实验上的技能而已,而提出新的问题、新的可能性,从新的角度去看待旧的问题,却需要有创造性的想像力,而且标志着科学的真正进步。”

据此,贵州师范大学数学与计算机科学学院的吕传汉、汪秉彝两位教授,从跨文化数学教育研究的结果出发,为改变由教师单向灌输书本知识,学生被动接受学习的模式,提出了旨在培养创新意识和创新能力的数学课堂基本教学模式。他们把这种教学模式表述为:

学生学习:质疑提问、自主合作探究



教师导学:启发诱导、矫正解惑讲授

为了实现这一基本数学教学模式,他们在国内组织了一批有实践经验的大、中、小学数学教师,编写了一套《数学情境与数学问题》,作为中小小学数学教师培养学生提出问题训练的工具性教学指导用书.该书从当前我国中小学数学课程标准的知识点出发,编列出400余个“情境一问题”教学的个案资料,观点正确,情境资料创设合理,问题提出富于思考,利于激发学生的创新意识.融数学知识、数学思想方法、学法与教法为一体,表述清晰,文字简练,可读性强,并具有地方和民族特色.期望本书在我国新世纪的中小学数学教学中,对培养学生的创新意识和实践能力方面起到积极的促进作用.

为了培养学生的创新意识和实践能力,他们还在我国的西南地区,开展了中小学“数学情境与提出问题”的课堂教学实验.“数学情境与提出问题”课堂教学实验研究的课题很有实际意义和理论价值.学习就要思考,即孔子讲的“学而不思则罔”.思考就会提出问题,提出问题而后分析问题、解决问题,不仅能够对知识有透彻的理解,而且能使思维得到进一步发展.因此提出问题确实是学习的关键.怎样才能使学生提出问题?就要为学生设立一个问题的情境来启发思考.因此情境教学总是和问题教学联系在一起的,特别是数学.

我认为开展“数学情境与提出问题”课题实验,推广他们的研究成果,必将会推动西南地区乃至全国教育改革和教学质量的提高,培养出更多的创新人才.

由于教育是一个复杂的系统工程,要建立培养创新型人才的新的数学教学模式,自然也是十分艰难辛苦之事.而且我认为教学模式也不止一个,可以是多种多样、丰富多彩.我相信全国广大的数学教育工作者一定会积极加入到这一研究工作中来,为探索我国新世纪创新型人才培养模式作出自己的贡献.我殷切希望借助教育同行的力量,不断探索,找出一条捷径从森林中走出来.

顾明远

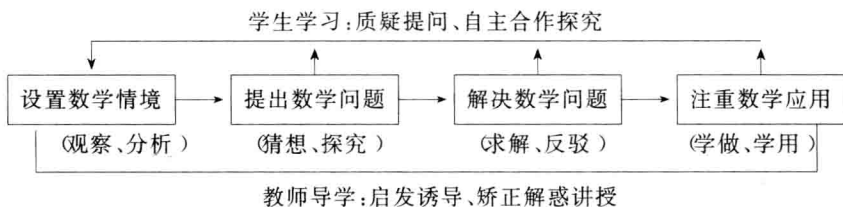
2005年4月

编者的话

21 世纪是各国科学技术竞争的世纪,也是一个人才激烈竞争的世纪.如何把青少年学生培养成创造型人才?怎样才能发挥他们的创造潜能?这是当前教育探索研究中的重要课题.

长期以来,我国数学教育重书本知识,轻实践活动;重数学结果,轻数学过程;重逻辑训练,轻合情推理;重标准答案,轻智力开发;重解题模式模仿与强化训练,轻数学问题发现与提出能力的培养.从而妨碍了青少年学生数学创新意识与创新能力的开发,阻碍了创造型人才的成长.李政道教授曾深有感触地说:中国古代讲究做“学问”,可是现在的学生只会做“学答”.这不能不说与我们在教学过程中不注意引导学生自主思考和积极提问直接相关.

为了全面推进素质教育,必须转变那种妨碍学生创新精神和创新能力发展的教育观念、教育模式;必须把培养学生从实际情境中发现数学问题、提出数学问题和解决数学问题的能力作为当前中小学数学教育改革的切入点.为此,贵州师范大学数学与计算机科学学院吕传汉、汪秉彝两位教授提出了既保持数学传统教学优势(解决问题)又弥补传统教学不足(提出问题),既有新意又便于操作,旨在培养学生创新思维和创新能力的数学课堂教学基本模式:



该模式的教学宗旨:培养学生创新意识与实践能力和能力.

模式核心:把“质疑提问”,培养学生的问题意识,提高学生提出问题与解决问题的能力作为教与学活动的起点和归宿.

内在联系:设置数学情境是前提,提出数学问题是重点,解决数学问题是核心,应用数学知识是目的.

教学方法:教师采取以启发式为核心的灵活多样的教学方法;学生采取以探究式为中心的自主合作的学习方法.在整个数学教学过程中,既要体现学生的主体地位,更要强调教师的主导作用,包括科学的讲授.

“情境—问题”教学模式是一个循环互动的链条和有机开放的系统.

为了实现这一教学模式,我们组织了一批有实践经验的大、中、小学教师,编写了《数学情境与数学问题》系列图书(3本).本书以国家颁布的中小学数学课程标准中的知识点为依据,以现实生活中的素材或相关学科中的知识创设数学情境,按照“情境—问题”形式编写教学个案,供中小学数学教师,按新的教育理念进行课堂教学时

参考.

本书内容翔实,特点鲜明,具有科学性、新颖性、实用性、趣味性和地方性.

科学性——观点正确,情境资料创设合理,有利于引导学生提出问题和激发他们的创造意识.

新颖性——力求融数学知识、数学思想方法、教法与学法为一体,具有新意和前瞻性.

实用性——内容丰富、文字简练、表述清晰、可读性强、便于教学,具有较强的指导性.

地方性——书中的一些内容具有地方和民族特色.

因此,本书可作为中小学数学教师、普通高校和成人高校数学专业学生、地方教研机构的教研人员和教育管理人员的教学与研究参考用书,也可作为中小学生学习校本课程的参考教材.

为更新中小学数学教育观念,配合国内新课程改革的实施,促进对学生数学创新意识和创新能力的培养,自2001年1月开始,我们使用这种个案资料,按照上述数学课堂教学基本模式,在我国西南地区的200余所中小学,开展了“数学情境与提出问题”的教学实验.实践证明,强调创设数学情境,把从情境中探索和提出数学问题作为教学的出发点,以“问题”为纽带组织教学,同时在解决数学问题和数学知识应用的过程中又会引发出新的情境,从而又产生出深层次的数学问题,形成了数学“情境—问题”学习链,这样更利于培养学生的创新意识和实践能力.

我国著名教育家、中国教育学会会长、北京师范大学博士生导师顾明远教授为本书拨冗撰序,使本书增色不少,特致衷心感谢!

本书在初版及扩版的编写过程中,承蒙国内著名的数学教育家、华东师范大学张奠宙教授,南京大学博士生导师郑毓信教授,南京师范大学马复教授,西华师范大学康纪权教授,贵州师范大学段应全教授,云南师范大学朱维宗教授,扬州大学季素月教授等诸位先生赐稿支持、指导和建议,特在此一并致以诚挚的谢意!

由于我们的教学实验开展得较早,因此本书收入的部分内容在某些知识点的要求上与《数学课程标准》及现行教材有一定出入.读者朋友在阅读本书时要注意这一点.

鉴于本书参编的作者较多,参阅的相关论著、资料不少,引用的材料未能一一注明,谨向有关作者致以诚挚的感谢!由于编著者水平有限,编写中的不足之处,敬请读者不吝赐教.这里提供教学个案实为抛砖引玉,我们相信更多、更好的“数学情境与数学问题”教学个案将出自广大的中小学数学教师的教学实践之中.

编 者

2005年4月

目 录

数学情境与数学问题	吕传汉 汪秉彝(1)
-----------------	------------

数与整式

知识竞赛 有理数的加法	王永琼(7)
蜗牛爬高吃葡萄 有理数的加减混合运算	王忠学(9)
拉面的制作 乘方运算	王丽娜(11)
叠报为梯登月球 有理数的乘方	吕传汉(12)
剪拼图形游戏 无理数	朱宝华(13)
合并同类项 合并同类项的法则	区兆添(15)
日历表中的数学 找规律,整式的加减	郑建元(17)
幂的乘方法则	劳向彦(20)
用旧挂历纸包新课本 多项式乘多项式	梁开涛(21)
猜谜语游戏 完全平方公式	陈亚萍(22)
请妈妈喝茶 分解因式的意义	骆剑峰(24)

方程与方程组

挖水渠 一元一次方程的应用	朱发国 杨佩英(27)
钟面上的相遇问题 一元一次方程的应用	夏小刚(28)
销售问题 一元一次方程的应用	罗齐安(30)
调整班级人数 一元一次方程的应用	田仕芹(31)
环形跑道问题 一元一次方程的应用	罗齐安(32)
日历中的方程 一元一次方程的应用	胡明芝(34)
出租车营运 二元一次方程组的应用	罗 坤(36)
购买水果 二元一次方程组的应用	王 彬(37)
提高陶瓷品的质量 二元一次方程组的应用	田仕芹(38)
对外贸易中的进出口增长 二元一次方程组的应用	叶明亮(40)
修路的选择 二元一次方程组的应用	杨成鸣(41)
竹竿滑动 一元二次方程的应用	杨 锐(43)
人口增长与退耕还林 一元二次方程的应用	杨跃鸣(45)
一望而知方程根 分式方程的解法	汤 强 康纪权(46)
百鸡问题 三元一次不定方程组	吕昌旭(47)

放养牛羊 一次不定方程的应用 朱发国 杨佩英(47)

不等式与不等式组

租车问题 一元一次方程和一元一次不等式的应用 梁开涛(52)
 去北京旅游 一元一次方程和一元一次不等式的应用 刘 燕(54)
 选择时间出售货物 一元一次方程和一元一次不等式的应用 张锡坤(55)
 商品的打折与有奖销售 一元一次不等式的应用 孙 多(56)
 有趣的照相问题 一元一次不等式的应用 杨跃鸣 韦黔湘(58)
 工资、薪金与纳税 一元一次方程和不等式的应用 赵宏斌(60)
 里程碑上的数 一次函数与不等式组的应用 彭光艳(62)
 小灵通与手机收费问题 一次函数与不等式的应用 郑雪静(64)
 计算机公司的生产筹划 一元一次不等式组的应用 于天智(66)
 旅游团住宾馆 一元一次不等式组的应用 龙 欣(68)

变量与函数

杯中的果汁 常量、变量、函数 胡明芝(70)
 常量、变量、函数 魏志福(71)
 指距与身高的关系 一次函数 黎厚斌(73)
 数学竞赛 一元一次方程与一次函数的应用 周若虹(74)
 该租哪家的车 一次函数的应用 张宝海(76)
 选择适当的电讯公司 一次函数的应用 魏志富(77)
 运输统筹问题 找规律,一次函数的应用 肖本贵(78)
 卖报人的生意经 一次函数的应用 李金辉(80)
 电费的计算 一次函数的应用 杨海莲(81)
 行程问题中的读图与识图 一次函数的应用 杨跃鸣 罗建忠(82)
 旅行者的行程 函数图象 黄俊明 罗建忠(83)
 有效时间是多少 一次函数的应用 彭 伟(85)
 赢利是多少 一次函数的应用 彭 伟(87)
 手机收费优惠项目的选择 一次函数与不等式的应用 杨跃鸣 胡 虹(88)
 买多少商品更省钱 一次函数的应用 罗建忠(90)
 一次函数与一次不等式 韦黔湘(91)
 驾驶员的困惑 一次函数与不等式的应用 于天智(92)
 怎样调运更合理 一次函数的应用 张 波(93)
 如何调运最省钱 一次函数的应用 姜继学 龙 欣(95)
 上学路上的行程问题 方程与一次函数的应用 方永成(96)
 面积和系数的关系 反比例函数的性质 李 莉(99)

食品配制与销售 一元一次不等式与二次函数的应用	杨跃鸣(101)
校园广场设计 二次函数的应用	杨通刚(103)
铁路春运工作的调查 二次函数的应用	毛宗业 周岭春(105)
跳台跳水 二次函数的应用	吴运堂(106)
最大利润是多少 二次函数的应用	王永琼(108)
何时获得最大利润 二次函数的应用	陈跃昌(109)
最大面积是多少 二次函数的应用	王功将 李 艳(110)
抛物线中的面积问题 二次函数中的几何问题	李 莉(112)
图形的变化 相似三角形与二次函数	罗 静 杨跃鸣(114)
三角形余料的利用 相似三角形与二次函数	汪 健(116)

三角形与勾股定理

用火柴摆三角形 认识三角形	杨通刚(118)
拼三角形 三角形三边之间的关系	杨云芳(120)
图形里的秘密 三角形内角和定理的探索与证明	劳向彦(121)
立大功的军帽 全等三角形的应用	罗建忠(122)
复制草皮 全等三角形的判定	王文波(123)
加固书架 三角形的稳定性	杨佩冰(125)
折纸活动 等腰三角形的性质	杨 锐(127)
等腰三角形的探索 等腰三角形的性质	张 琪(128)
你能重新画出来吗 等腰三角形的判定	杨云芳(130)
拼图游戏 勾股定理的探索	王启鲜(131)
学校会受到噪声污染吗 勾股定理的应用	陈跃昌(133)
欲穷千里目,需上几层楼 勾股定理的应用	杨云芳(135)
塑料育秧棚中的几何问题 勾股定理的应用	朱发国 杨佩英(136)
由勾股定理引发的思考(一) 勾股定理的拓广	汪秉彝(137)
由勾股定理引发的思考(二) 勾股定理的拓广	汪秉彝(138)
分菜地 三角形的面积	田仕芹(139)

对称与相似

管道铺设的最优设计 轴对称的应用	王顺龙(142)
工程选址 轴对称,三角形两边之和大于第三边	张春燕(144)
我们村要修车站了 轴对称与中心对称的应用	王 彬(146)
课本的长和宽 相似形	罗 静 杨跃鸣(148)
井田赋税 相似三角形、梯形中位线定理的应用	何 平(149)
大坝加固工程 三角函数的应用	汪 健(152)

测量树高 相似三角形与三角函数的应用	刘 政(155)
军舰航行问题 三角函数的应用	李元媛(157)
公路连接点的选择 三角函数的应用	管理河(159)
登山踏青 三角函数的应用	田仕芹(161)

多边形与圆

复原玻璃片 平行四边形及其判定	林 抽(163)
镶 嵌 正多边形的平面镶嵌	徐昆云(165)
三角形知多少 平行四边形、相似三角形的运用	孙远琴(167)
新居建设 四边形的面积	杨通刚(168)
图形变,面积不变 不规则图形的面积	汤 强 康纪权(170)
周长与面积的关系 矩形	杨再文(171)
正方形的划分 正方形与一次函数	韦黔湘 杨跃鸣(173)
地膜育秧 垂径定理与弧长公式	黄 琼(175)
射门点的选择 圆周角定理的应用	黄俊明(176)
如何改变航向 直线与圆的位置关系	张 瑞(177)
空地的有效利用 圆的切线的应用	杨跃鸣(178)
奥运会会旗上的圆 圆与圆的位置关系	卢升飞(180)
日食与圆 圆与圆的位置关系	郑雪静(181)
看图形算周长 圆的周长	何 灵(183)
荡秋千 弧长与扇形的面积	杨通刚(184)

统计与概率

天鹅座暗星离我们有多远 科学记数法	陈贵红(187)
3 000 万能做什么 科学记数法	张雪松 胡玉琼(188)
如何分配 准确数与近似数	石廷姣(189)
“早育稀植”问题 准确数与近似数	杨通刚 杨 杰(191)
数学成绩的比较 统计图	罗建忠 黄俊明(192)
都是平均数惹的祸 平均数	鲍建立(193)
保暖内衣知多少 加权平均数	夏晓勇(195)
家庭人口与收入 数据的代表	胡 虹 杨跃鸣(197)
顾客受骗了吗 平均数与众数	毕秀国(199)
数据的代表 平均数、众数与中位数	蒲 森(200)
上山台阶知多少,哪种行走较舒服 平均数、中位数与方差	赵菁蕾(201)
英语口语调研 平均数、众数、中位数、标准差与方差	黄 琼(203)
投掷图钉 频率与概率	韩 福(204)

汉字笔画统计	数据的代表、频数分布、数据的波动	管理河(205)
袋中有多少球	概率与统计的联系、统计推断	岑彩刚(206)
估算湖中鱼的数量	统计推断	石小康(207)
生日打赌握胜券	概率计算	王卫标(208)

教学案例

中小学数学“情境—问题”教学理论与实践探究	汪秉彝	吕传汉(211)
《二元一次方程组的应用》教学案例		孔惠玲(217)
《平行四边形性质的应用》教学案例	孙远琴	林泽飞(221)
《一元二次方程的应用》教学案例		杨 锐(225)
《二次函数》单元情境教学案例	胡玉琼	毕秀国(230)
《圆与圆的位置关系》教学案例		尹慧梅(237)

数学情境与数学问题

吕传汉 汪秉彝

一、重视学生问题意识的培养

著名科学家爱因斯坦指出：“提出一个问题往往比解决一个问题更重要。因为解决问题也许仅仅是一个数学上或实验上的技能而已，而提出新的问题、新的可能性，从新的角度去看待旧的问题，却需要有创造性的想像力，而且标志着科学的真正进步。”正是基于这样的认识，要培养学生提出问题的能力，必须从培养学生的创造型想像力入手，或者说从培养学生的问题意识入手。

何谓问题意识？

问题意识是指学生在认识活动中感到一些难以解决的、疑惑的问题时，产生的一种怀疑、困惑、猜测、探究的心理状态。它将激发学生积极思维、不断地提出问题、解决问题。可以说，问题意识是思维的起点，没有问题的思维是肤浅的、被动的。在学习活动，只有使学生意识到问题的存在，感到自己需要问个“为什么”“是什么”“怎么办”，才能激发学习中的思维火花，而且这种问题意识越强烈，学生的思维就越活跃、越深刻、越富有创造性。

问题意识的行为表现：（1）好奇心。好奇心是问题的源泉，是问题意识的典型表现。强烈的好奇心将驱使人们对新出现的情况和新发生的变化及时作出反应，进而发现问题，追根寻源，激起探索欲望，促进创新活动。（2）怀疑。怀疑是问题意识的另一种重要行为表现。不怀疑不能见真理，只有持批判和怀疑的态度，才能由质疑进而求异，才会有提出问题的欲望和冲动，才能提出新的问题，突破传统观念，大胆创立新说。（3）困惑。困惑也是问题意识的一种表现，人们在某一情境中出现的困惑状态，实为一种“愤”“悱”状态，稍加点拨，他就可以提出或解答某一问题。（4）探究。这种心理状态使学生积极思索，发散思考，不断提出问题，另辟蹊径，大胆创新。

为了培养学生的问题意识，教师要指导学生善问。为此，应在课堂上给学生适当的点拨、示范，指导学生提问的方向和思考问题的途径，教给学生正确的质疑方法。在教学设计上，应多给学生一些探索、猜测的空间，逐步培养学生的问题意识。引导学生提出数学问题是培养问题意识的切入点。由于创新源于问题，问题生于情境，要使学生能提出问题，就必须为学生创设一个问题的情境来启发学生思考。因此，数学情境的创设，在数学教学中具有十分重要的意义。

二、数学情境

1. 何谓数学情境

从社会学的角度看,“情境”是指一个人正在进行某种行为时所处的社会环境,是人们社会行为产生的条件;从心理学角度看,“情境”表现为多重刺激模式、事件和对象等;从学生角度看,“情境”可以理解为学生从事学习活动、产生学习行为的一种环境和背景,它提供给学生思考空间的智力背景,产生某种情感体验。

所谓数学情境,就是从事数学活动的环境,产生数学行为的条件。学生从它提供的信息,通过联想、想像和反思,发现数量关系与空间形式的内存联系,进而提出问题、研究问题、解决问题。同时伴随着一种积极的情感体验,其表现为对新知识的渴求,对客观世界的探索欲望,对数学的热爱等。

所谓创设数学情境,就是呈现给学生刺激性的数学信息,引起学生学习数学的兴趣,启迪思维,激起学生的好奇心、发现欲,产生认知冲突,诱发质疑猜想,唤起强烈的问题意识,从而使其发现和提出数学问题,分析和探讨数学问题,运用所学知识解决数学问题。

一般地,情境可分为三类:一是真实的情境,指人们周围存在的客体(他人或群体);二是想像的情境,指在意识中的客体,双方通过各种媒介物载体相互影响;三是暗含的情境,指他人或群体行为中包含的一种象征意义。一般而言,表述数学情境有三种形式:一是以文辞语言表达的情境,意明而清晰;二是以数学符号语言表达的情境,简洁而抽象;三是以图形语言表达的情境,形象而直观。数学情境的这三种表达形式在我们的课堂教学中是经常综合运用的。

2. 创设数学情境的原则

课堂教学中创设的数学情境,我们认为应遵循四条原则:

(1) 科学性原则。作为数学情境的材料或活动,必须是科学的、自然的、可信的。其含义有三:一是情境的内容要科学,不可无中生有;二是情境内容的表述要科学,不可含糊不清;三是情境的结构要科学,不可东拼西凑。

(2) 探究性原则。作为数学情境的材料或活动,必须富有探究性,能使学生产生强烈的问题意识和探究、创造的动机。为此,一要具有启发性,能引发学生广泛的类比、联想与猜想;二要具有针对性,能充分体现教学内容的特点,让学生围绕数学目标广泛思考问题;三要具有可接受性,能充分注意到学生的年龄、知识、能力和身心特点的实际,创设的数学情境能为学生鉴别和理解。

(3) 发展性原则。作为数学情境的材料或活动,应当富有发展性,尽力做到使学生在三个方面得到发展:一是所创设的情境不仅能适合某一小节的数学内容之需要,而且尽可能地发展为整个大节(或全章)内容所需的大情境,使学生的思维能力得到不断的发展;二是所创设的情境能使学生逐渐由最近知识区发展为较远知识区,让学生“跳起来能摘到桃子”;三是所创设的情境不仅对学生现在的学习有帮助,而且尽可能有利于学生的可持续发展,甚至终身受益。

(4) 趣味性原则。作为数学情境的材料或活动,必须使学生感兴趣。为此,一

要情境的内容富有吸引力,能使学生爱看、爱想、爱提问;二要情境的形式新颖,让学生有新奇感;三要言简意赅,让学生易于理解其意;四要尽量生动形象,让学生有真实感和亲切感。这样才能使学生产生真切、积极的情感体验,才能有效地激发学生学习数学的兴趣和热情。

3. 创设数学情境的途径

为了引导中小学数学教师开展“数学情境与提出问题”的教学实践,我们组织编写了小学、初中、高中《数学情境与数学问题》系列图书(3本),编列出富于思考、合理有趣、生动形象、利于提问的数学情境400余个。这些数学情境,有力地展示了数学情境创设的多种有效途径。诸如:

- 从现实社会、实际生产、生活中选取素材;
- 从数学史实、中外名题中选取素材;
- 从例题、习题、升学题、竞赛题中选取素材;
- 从自然科学中选取素材;
- 从人文学科中选取素材;
- 从地方、民族文化中选取素材;
-

需要特别说明的是,创设情境的目的在于激发学生的问题意识,利于诱导学生提出数学问题与解决数学问题。因此,数学情境的创设不要脱离课堂教学目标去“为情境而设置情境”,不要刻意追求“为课件而制作课件”。要恰当处理“复杂的情境”,注重“虚拟情境”中的数学信息探析,处理好长效核心知识学习与学生兴趣的关系,等等。

三、数学问题

1. 问题

问题是一种特殊的情境,是个体面临一个不易达到的目标或困难课题时的情境。

心理学家梅耶(R. E. Mayer)认为:“当问题解决者想让某种情境从一种状态转变为另一种不同的状态,而且问题解决者不知道如何扫除两种状态之间的障碍时,就产生了问题。”他还指出,一个问题由三种成分构成:给定状态、目标状态以及阻止给定状态转变为目标状态的障碍。并且,问题的存在与否是相对于问题解决者而言的,因此问题具有目标性、障碍性和相对性。

由于学生的学习在于获得人类现成的知识,因此学生遇到的问题多属于“再发现”的问题。美国芝加哥大学心理学家盖泽与斯曾把学生的问题大致分为三类:

(1) 显现型问题(由教师或教科书上提出的问题)——答案、求解思路均是现成的,学生只须照章办事,按序求解就能获得与标准答案相同的结果,无须想像与创造。

(2) 发现型问题——有的虽有已知答案,但问题是由学生提出或发现,而不是教师或教科书给定的。对学生个体而言,这是一种独立的探索 and 发现。

(3) 创造型问题——人们从未提出过的问题，属原创性问题。

2. 数学问题

数学问题特指用数学语言表述的有关空间形式与数量关系的问题，它由条件、目标等信息组成。数学问题也可分为三类：模仿性数学问题（或常规性数学问题）；发展性、探索性数学问题；创造性数学问题。我们要特别关注学生提出的发展性、探索性数学问题，因为这类问题的条件、结论未必清楚，解答也未必唯一，更利于学生问题意识和创新精神的培养。

3. 提出数学问题与解决数学问题

提出数学问题一般分为三个阶段：分析问题情境—质疑发现问题—用数学语言表述问题。美国数学教育家希尔弗（E. A. Silver）把提出数学问题分为三种情况：根据数学情境提出问题；在解决给定问题的过程中提出数学问题，改变给定问题的限定条件——“挑战已知”（challenge given）也是产生新问题的方式，通过对已有知识的变式提出问题或在解决问题的过程中对问题的再阐述等；解决问题之后的反思与回顾，提出问题。

由于提出数学问题与解决数学问题是携手并进、形影相伴、相互引发的，在解决数学问题和数学知识应用过程中，已解决的问题又会成为提出新问题的情境，应用中形成的成果也会成为某种情境，从而引发在深一层次上去提出新问题。这种数学“情境—问题”学习链，既是学习数学、发展数学的基本规律，更是在数学学习中培养学生创新意识和创造能力的良好途径。

四、加强以问题为纽带的教学

1. 正确对待“去问题教学”

中国传统的教学理念认为，教师的教学主要是向学生传授知识，而检查学生对问题（书本或教师提出的问题）的理解和解答情况则是了解学生掌握知识的程度的主要途径。下课前教师问学生：“都听懂了吗？还有问题吗？”当学生回答说没有问题了，教师就放心了；当学生的作业都符合标准答案，教师即可确认学生确实没有问题了，才会露出满意的微笑。学生没有带着问题走进教室，也没有带着问题走出教室。这就是中国传统的“去问题教学”。教学固然要传授知识，也要帮助学生解决问题，但仅限于此学生的问题意识就得不到很好的培养，反而会日趋淡化；学生的求异好奇、质疑批判和独立创新能力将受到禁锢。“去问题教学”绝不是我们今天所追求的教学。

2. 加强“以问题为纽带的教学”

美国教育家布鲁巴克认为：“最精湛的教学艺术，遵循的最高准则，就是学生自己提出问题。”哈佛大学流传的名言是：“教育的真正目的就是让人不断地提出问题、思索问题。”他们认为：学生总是充满好奇和疑问的，他们走进教室的时候，带着满脑子的问题。老师在回答他们问题的过程中，有意通过情境、故事、疑问、破绽等激发学生产生更多的问题。教师更喜欢学生提出难住老师的问题，这样师生就可共同带着问题下课后去再学习、再思考。学生带着问题走进教室学习，又带着