

上海海事大学学术著作出版基金资助

非正态需求分布函数条件下的 多阶段库存管理 ——数理统计学的应用

柯蓉 著



上海浦江教育出版社

上海海事大学学术著作出版基金资助

非正态需求分布函数条件下的 多阶段库存管理

——数理统计学的应用

柯 蓉 著



上海浦江教育出版社
Shanghai Pujiang Education Press

©柯蓉 2013

图书在版编目(CIP)数据

非正态需求分布函数条件下的多阶段库存管理:数理统计学的应用/柯蓉著. —上海:上海浦江教育出版社有限公司, 2013. 1

ISBN 978-7-81121-245-7

I. ①非… II. ①柯… III. ①数理统计—应用—库存—研究 IV. ①F253.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 288653 号

上海浦江教育出版社出版

社址:上海海港大道 1550 号上海海事大学校内 邮政编码:201306
电话:(021)38284910(12)(发行) 38284923(总编室) 38284916(传真)

E-mail: cbs@shmtu.edu.cn URL: <http://www.pujiangpress.cn>

上海双宁印刷有限公司印装 上海浦江教育出版社发行

幅面尺寸:170 mm×228 mm 印张:8 字数:135 千字

2013 年 1 月第 1 版 2013 年 1 月第 1 次印刷

责任编辑:谢 尘 封面设计:赵宏义

定价:45.00 元

前 言

传统的多阶段库存控制主要致力于库存持有以及过多库存的经济性研究,需求分布函数的形式对于制定多阶段库存控制策略有极其重要的作用。为了产生容易解决的方案,随机多阶段库存模型经常假定需求分布服从正态分布。但现实中需求常常不服从正态分布,当需求分布随时间变化时,是个多阶段随机规划问题,通常情况难以直接求解,这样传统的库存模型很难产生最优的库存控制策略。当前文献对非正态需求分布函数条件下的多阶段库存管理问题研究很少,本书研究了非正态需求分布函数条件下多阶段库存控制策略。

本书是作者在博士学位论文基础上进一步整理的成果,该论文被评为上海财经大学优秀博士学位论文。本书应用统计学和优化理论相结合的方法对多阶段库存控制问题进行了进一步的深入研究,针对库存管理过程中运用已有的多阶段库存控制模型时出现的一些具体问题或困难,发展了一系列新的更接近于实际的多阶段库存控制模型,可以更好地确定各阶段的最优订货点、最高库存、最低库存等以达到整个系统的最优,从而节省更多成本,达到更高的销售量和客户满意度,增加企业的竞争力。

本书应用的基本方法是密度估计、非参数统计、马尔可夫决策、动态规划和存储论。即确定最优的订货量以极小化所有阶段的期望费用,并对此系统建立统一的动态规划模型,然后证明当系统具有线性的订货费用函数和 M -凸的存储费用函数时,最优的订货策略是临界值策略。

本书的主要研究内容是:

(1) 研究了独立需求条件下多阶段库存系统,通过动态规划、 M -凸函数和数理统计知识相结合的方法,以分布函数分位点的形式得到了有限期多阶段库存模型最高库存点和无限期多阶段库存模型最高库存点的解析式,从而得到最优策略,并证明了当需求服从非正态分布却被估计成正态分布会造成最高库存

点的严重偏离。这一部分的研究是后面研究的基础。

(2) 在库存需求的数据不服从特定分布条件下,采用 Box-Cox 变换使之变为对称分布,并采用变换核估计得到比较准确的分布函数,然后再根据分布函数分位点得到最优库存策略。同时使用 S-plus 软件进行数值分析,结果表明最优策略的可行性。

(3) 研究了确定型季节模型多阶段库存控制策略。具体的思路为:首先把各时期需求的季节指数求出,季节调整后进行密度估计;当需求的分布函数得到后,按照多阶段库存系统的最优策略公式可以得到季节调整后的库存最优策略;然后再加入季节指数,就得到了随季节变动的库存最优策略。

(4) 研究了需求服从 MA(1)序列相关条件的多阶段库存系统,使用时间序列分解和动态规划相结合的方法建立模型,使之转化为独立需求条件下的多阶段库存模型,并得到有关 DP 算法。对于需求 w_k 的概率分布不明显依赖于当前状态库存 X_k 和订货点 u_k ,而显著依赖于过去的需求 $w_{k-1}, \dots, w_0$,通过建立新的状态转移方程和新的状态变量,并使用状态空间模型和动态规划相结合的方法,使得序列相关需求条件下的多阶段库存控制问题又可以转化为独立需求条件下多阶段库存系统的最优策略来解决。

(5) 对具有马尔可夫特性需求的多阶段库存系统,分别建立了有限期马尔可夫库存模型、无限期马尔可夫库存折扣模型、无限期马尔可夫库存平均模型,并给出实证算法。结果证明按照上述策略进行订购,既能保证需求,又可以使存储费用水平降到最低。更一般地,在库存容量一定的情况下,将订购费、存储费、缺货损失费等变量进行连续改变,输入计算机后,还能得到不同的库存策略。

与多阶段库存研究相关的方向还有不少问题,值得未来进一步去研究,主要包括以下几个方面:

(1) 本书研究了订购成本是线性情况下的多阶段库存控制问题,并给出了相应的最优库存控制策略,但是当价格是变化情况(如折扣、通货膨胀技术革新)下的最优库存控制策略还需要进一步研究。

(2) 有提前期的情况下不同期需求分布的精确合成还是个难题,在此基础上发展相应的精确多阶段库存控制策略还需要进一步研究。

(3) 当前策略没有考虑远期预测需求分布的准确性。进一步研究多阶段库存控制策略,将远期需求分布的准确性考虑进去,也是一个值得研究的问题。

本书符号说明

符号	意义
x_k	第 k 阶段期初库存量
u_k	第 k 阶段订货点
w_k	第 k 阶段期中需求
P_k	对应离散需求 w_k 的概率
c	单位订货成本, 这里不考虑折扣
M	固定成本
h	持有库存成本
p	缺货成本, 这里 $c < p < h$
α	折扣因子, $0 < \alpha < 1$
β	马尔可夫模型中的折扣因子
$C(u_k)$	线性成本函数
$[\omega_k - x_k - u_k(x_k)]^+$	$\max[0, \omega_k - x_k - u_k(x_k)]$
$V_k(x_k)$	效益函数, 从最末期到第 k 期库存成本函数
$c(j i, a)$	采取 a 行动, i 状态转移到 j 状态的概率
p_{ij}	i 状态转移到 j 状态的概率
$f(\cdot)$	密度函数
$F(\cdot)$	分布函数
$P_\pi = \begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1S} \\ \vdots & & \vdots \\ p_{S1} & \cdots & p_{SS} \end{bmatrix}$	转移矩阵
$\Phi(\cdot)$	正态分布分布函数

目 录

第 1 章 绪论

1

- 1.1 选题背景与研究意义 / 1
 - 1.1.1 选题背景 / 1
 - 1.1.2 研究意义 / 2
- 1.2 文献综述 / 4
 - 1.2.1 临界值策略 / 4
 - 1.2.2 需求分布函数估计 / 6
 - 1.2.3 多阶段库存优化算法 / 7
- 1.3 本书的研究内容和研究方法 / 8
 - 1.3.1 本书研究内容 / 8
 - 1.3.2 本书研究方法 / 9

第 2 章 库存控制相关理论概述

11

- 2.1 有关库存管理的基本概念 / 11
 - 2.1.1 库存的定义 / 11
 - 2.1.2 库存控制的作用 / 12
 - 2.1.3 库存控制的目的 / 13
 - 2.1.4 库存的成本构成 / 13
- 2.2 常见库存控制策略 / 17

- 2.2.1 库存控制策略中的常用概念 / 17
- 2.2.2 常用的库存策略 / 18
- 2.2.3 库存控制模型类型 / 19
- 2.2.4 基本库存控制模型 / 20

第3章 独立需求条件下多阶段库存控制策略

25

- 3.1 动态规划原理概述 / 25
 - 3.1.1 动态规划的发展及研究内容 / 25
 - 3.1.2 动态规划的基本概念和基本方程 / 26
 - 3.1.3 逆序解法的计算框图 / 29
 - 3.1.4 动态规划优缺点 / 31
- 3.2 独立需求条件下有限期多阶段库存模型 / 32
 - 3.2.1 多阶段库存模型与假设条件 / 32
 - 3.2.2 需求分布函数是连续条件下有限期多阶段库存最优策略的制定 / 37
 - 3.2.3 离散需求条件下有限期多阶段库存最优策略的制定 / 40
 - 3.2.4 正态分布与非正态分布最高库存点比较 / 42
- 3.3 独立需求条件下无限期多阶段库存模型 / 42
 - 3.3.1 无限期多阶段库存模型 / 43
 - 3.3.2 最优策略的快捷计算方法 / 45
 - 3.3.3 正态分布与非正态分布最高库存点比较 / 48
- 3.4 本章小结 / 49

第4章 需求不服从特定分布多阶段库存控制策略

50

- 4.1 非参数密度估计理论 / 50
 - 4.1.1 常用非参数密度估计法 / 51
 - 4.1.2 核估计与最近邻估计的比较 / 54

- 4.1.3 核估计的统计性质 / 55
- 4.2 基于变换核估计多阶段库存最优策略 / 57
 - 4.2.1 变换核估计 / 58
 - 4.2.2 需求分布函数核变换的选择 / 59
 - 4.2.3 模拟计算与分析 / 59
- 4.3 本章小结 / 63

第5章 季节性需求多阶段库存控制策略

64

- 5.1 季节需求多阶段库存控制策略 / 65
 - 5.1.1 季节模式 / 65
 - 5.1.2 季节调整 / 67
 - 5.1.3 确定型季节模型多阶段库存控制策略 / 67
- 5.2 模拟计算与分析 / 68
 - 5.2.1 随机数的产生 / 68
 - 5.2.2 正态性检验 / 69
 - 5.2.3 结构变点的确定 / 69
 - 5.2.4 季节性检验 / 71
 - 5.2.5 季节调整后的正态性检验及核估计 / 73
 - 5.2.6 季节调整后需求的密度估计 / 75
 - 5.2.7 最优策略 / 75
- 5.3 本章小结 / 76

第6章 需求序列相关条件下多阶段库存控制策略

77

- 6.1 简单情形——需求服从 MA(1)模型多阶段库存策略研究 / 77
 - 6.1.1 动态规划模型 / 77
 - 6.1.2 需求数据服从 MA(1)条件下最优策略的制定 / 79
- 6.2 复杂情形——基于状态空间模型的多阶段库存控制 / 81

- 6.2.1 状态空间模型 / 81
- 6.2.2 多阶段库存的 DP 算法 / 82
- 6.3 应用案例 / 83
 - 6.3.1 需求时间序列模型的建立 / 83
 - 6.3.2 最优策略的制定 / 84
- 6.4 本章小结 / 85

第 7 章 马尔可夫多阶段库存控制策略

86

- 7.1 马尔可夫决策概述 / 87
 - 7.1.1 引言 / 87
 - 7.1.2 离散时间 MDP 的基本要素 / 88
 - 7.1.3 策略 / 89
 - 7.1.4 目标函数 / 90
- 7.2 有限时段马尔可夫库存模型 / 90
 - 7.2.1 有限时段模型与最优策略 / 90
 - 7.2.2 主要结论 / 91
 - 7.2.3 有限阶段马尔可夫库存模型 / 92
 - 7.2.4 向后归纳法 / 93
- 7.3 无限期马尔可夫库存折扣模型 / 94
 - 7.3.1 无限期折扣模型 / 94
 - 7.3.2 主要性质 / 95
 - 7.3.3 最优策略的存在性及性质 / 96
 - 7.3.4 无限阶段马尔可夫库存折扣模型 / 97
 - 7.3.5 逐次逼近法 / 98
- 7.4 无限期马尔可夫库存平均模型 / 99
 - 7.4.1 无限期平均模型 / 99
 - 7.4.2 最优策略与最优方程 / 100

- 7.4.3 无限阶段马尔可夫库存平均模型 / 100
- 7.4.4 平均模型的策略改进算法 / 102
- 7.5 应用案例 / 103
 - 7.5.1 案例 / 103
 - 7.5.2 实证结果分析 / 104
- 7.6 本章小结 / 104

第 8 章 总结与展望

106

- 8.1 主要工作与创新性成果 / 106
- 8.2 进一步研究方向 / 107

附 录 M -凸函数的定义及有关定理

109

参考文献

111

第 1 章 绪 论

1.1 选题背景与研究意义

1.1.1 选题背景

库存策略对任何一个企业来说都是至关重要的。合适的库存策略不仅可以降低企业的成本,还可以增加顾客满意度,从而提高整个供应链的竞争力。增强库存周转的能力是企业成功的主要因素之一,库存管理对顾客服务水平和供应链系统成本有着重大的影响。因此,研究供应链库存成本控制具有极其重要的现实意义。

按照传统运作管理教科书上的解释,库存存在的原因有三点。一是为了保持运作过程必要的经济性,比如获得大量购买的价格折扣、批量运输以降低运输成本;二是为了调节供需之间的不平衡性,生产是连续平稳的,需求是波动的,因此需要一定的库存来调节供需平衡;三是为了规避风险,如预测原料市场将会涨价,通过储备库存规避风险。

另一方面,库存又掩盖了企业运作中的问题,会给企业带来不利的影响。库存对于企业最为直接的不利因素有以下几点。第一,库存占用资金,导致企业现金流紧张,增加企业的利息支出。如银行短期贷款的年利率是 7.17%,而一般竞争比较充分的行业的平均净利润率也就 4%左右。显然,如果产品库存一年,则利息已经把可能的利润消耗掉了,还不包括在促销、降价、仓储保管上的支出。第二,库存增加存储、运输费用。增加库存,就需要额外增加仓储保管费用,如果

企业自身仓库有限,就需要租用第三方物流公司的仓库,这不仅需要增加仓储保管费用,还需要增加企业与仓库之间的短途运输费用。第三,库存增加企业运作风险。市场是波动的,企业持有库存,既可能规避市场波动风险,也可能增加企业的风险。从总体趋势来说,随着技术进步,生产力水平提高,大多数产品的价格呈下降趋势,因此持有库存对于企业来说,不是规避风险,而是风险更大,库存控制也就显得更加重要。

库存控制问题的研究最早可以追溯到十九世纪末研究的银行保持多少流通现金的问题。通过研究,人们发现了一个计算库存现金的简单公式。在1915年,HARRIS开始对库存问题进行系统研究。1934年,WILLSON得出了经济订货批量公式(EOQ)。1953年,WHITIN写的题为《库存管理理论》(*The Theory of Inventory Management*)一书,标志着库存控制理论研究的开始。二战后,人们对库存模型的研究中考虑到需求的随机性和非平稳性,供货之后的随机性,以及多阶段、多品种、多层次,运用了随机过程、动态规划以及其他一些运筹学方法。ARROW等和DVORETZKY等的文章是现代库存论的奠基性基础。而ARROW等在1958年主编的*Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production*一书,提炼了生产库存问题中的数学理论,从此库存论形成一个独立的分支。随着对库存问题的深入研究,越来越多的人开始研究多阶段库存问题。

任何现实的决策问题都有两个基本特点:即它是多阶段的,并且是不确定的。对于库存控制也是如此。库存发生是通过需求实现的。如果需求小于持有库存,多余库存留到下一阶段。如果需求超过库存,会导致缺货。决策者要平衡自己手中的存货,决定是否为将来继续持有存货还是以后紧急进货。总的来说,多阶段库存控制的预期目标是使预期总成本最小,以此来选择各个阶段的库存点。多阶段库存控制的关键是通过控制订货时间和订货数量来调节系统的运行,使得在某种准则下系统的性能达到最优。在每期期初,可以在库存初始水平上根据需求分布的更新知识做出补充策略,进行相应的订货。

1.1.2 研究意义

在过去,大量的库存模型都是在静态环境下构建的。这里的静态环境是指需求被假设是均匀或平稳的。在多数研究库存的文献中,需求都是无差别的。

确定性库存模型往往是在连续输出且不考虑保险库存的情况下建立的,这种模型在几何意义和经济意义上存在着局限性。在实际问题中,库存的独立性需求往往呈现出随机变化的特征,许多参数的变化是不确定的,对于需求呈随机性变化的库存控制,由于需求率和订货提前期的随机性,往往从数理统计学的角度进行研究。基于库存的需求实质上就是概率问题,需求的分布特点对于库存控制十分重要。

传统的多阶段库存模型经常假定需求分布已知,这样可以产生容易解决的方案。但随着销售信息的更新,分布参数又未知,这些模型很难产生合适的方案。在实际库存管理中,关于需求的分布信息通常是有限的,有时能得到的仅仅是均值与方差的估计值,在这种情形下,人们通常用正态分布来描述需求分布,然而正态分布却并不能保证具有相同均值和方差的其他需求分布在实际中发生。

另外,库存研究中容易忽视的一个问题是使用理论推导出程序的成本,出现在复杂模型的库存相关成本还不如执行程序成本重要。因为成本参数的不确定性和多变性,应该建立相关参数的曲线,而不是寻找包含单个点的解决方案。关于增加某些物品水平还是降低另一些物品水平的新决策必须迅速完成。所以模拟对于决策是十分重要的。模拟的目的在于如果相应条件改变,可以预测出它相应的结果,从而制定出最优的策略。

在前人研究成果的基础上,本书将致力于研究分布是非正态条件下的有限期和无限期多阶段库存系统。当需求独立时,对此系统建立统一的动态规划模型,即确定最优的订货量以极小化当前阶段的期望费用。然后证明当系统具有线性的订货费用函数和 M -凸的存储费用函数时,最优的订货策略是临界值策略。此临界值策略可以用分布函数分位点的方法得出。另外,本文针对需求不服从特定分布、存在序列相关以及存在马尔可夫特性等情况展开相应的库存控制策略研究,试图为多阶段的随机规划问题提供近似最优解,提供一套更具一般性并能实际应用的库存控制策略,确保所提出的策略在各种需求实现下都能取得较好的库存管理绩效。进行非正态需求条件下多阶段库存控制策略研究,可以提高多阶段库存控制策略的有效性,很好地确定各阶段的最优订货点、最高库存、最低库存等来达到整个系统的最优,从而节省更多成本,达到更高的销售量和客户满意度,从而增加企业的竞争力。这对于企业进行科学有效的库存管理具有重要的现实意义。

1.2 文献综述

在多数研究库存的文献中,需求都是无差别的,库存问题就是在不同的供应模式、不同的库存模型(连续检查库存或周期检查库存系统的不同形式)、不同的需求过程(如指数分布、泊松分布等)、不同的缺货处理方式(需求损失、延迟订单或部分延迟订单)等条件下,研究库存系统的策略问题(包括最优策略、近似策略、短视策略等)或库存模型中参数的优化问题。

其中,多阶段库存问题是供应链管理的重要课题,早期的研究成果主要集中于目标的优化。CLARK 和 KARLIN^[1]于 1960 年进行了多阶段库存问题的开创性研究,他们在模型中假设了一个潜在的库存策略制定者,在需求分布是恒定的条件下根据各库存点的情况制定成本最低的库存策略。之后许多学者进行了这方面的研究工作,主要分为以下几个方面。

1.2.1 临界值策略

早期对此类问题进行随机动态规划建模的有 ARROW 和 VEINOTT 等。对于单产品的动态库存问题,KARLIN(1960)^[2]证明了当系统具有线性的订货费用函数和凸的存储费用函数时,最优的订货策略是临界值策略。KARLIN(1960)^[3]证明了当需求呈季节性变动时也存在最优的临界值策略,并且可以随季节而变动。进一步,当订货费用函数带有一个开工费用时,SCARF(1960)^[4]证明了最优订货策略是 (s, S) 策略。对于多产品的存储模型,JOHNSON 和 THOMPSON(1975)^[5]证明了当系统具有线性且带有一个开工费用的订货费用函数时,最优的订货策略是 (σ, S) 策略。

当不存在折扣时,WAGNER 和 WHITIN(1972)^[6]已证明:每相邻两库存再生点间仅订购一次,其订货量等于该两再生点间所包括的各时段需求量之和的补充策略为最优策略。当存在折扣时,此性质不再成立,还必须考虑到各折扣点。经研究发现,当一个可行策略的每个子策略的订货序列除最后一次订货外,其余均为折扣点时便为最优补充策略。

VAN HEE(1977)^[7]给出了最小折扣期望成本的上下界。特别地,LIU 和 GU(1993)^[8]建立了动态库存的概率准则模型,并证明了最优订货策略是临界值

策略。CHEN 和 ZHENG(1994)^[9]扩展了 VEINOTT(1966)^[10]的订货策略,即当存在 T 周期时的最优策略。LIU 和 ESOGBUE(1999)^[11]提出了模糊准则动态规划模型,并证明了最优的订货策略是有界的临界值策略。

SARKER 和 PARJIA(1994)^[12]在需求均匀、生产率固定、生产周期内多次采购的假设下,得到最优生产批量和最优生产周期。

TING 和 CHUNG(1994)^[13]取消了补货周期相等的假设,开发了具有线性趋势需求的库存优化模型。

DIPONEGORO 和 SARKER(2002)^[14]考虑需求的时变性,在需求线性增加、需求线性减少、需求不变三种情形下研究了生产配送系统的库存优化问题。

ANGELUS 和 EVAN(2002)^[15]在需求分布随时间变化的假设条件下研究了有能力约束的库存与能力决策问题。通过模型分析,他们得到了时间依存的最优库存水平和生产能力。两种情形下的生产量有明显区别:前者是确定的,而后者是随机的。

当已知需求的分布未知时,确定最优补充策略的问题变得非常复杂。DVORETZKY, KIEFER 和 WOLFOWITZ(1952)^[16]曾提出 Bayesian 的方法来解决这类问题,但是最优过程的求解几乎是不可能的。IGLEHART(1964)^[17]明确指出了分析上的困难。PARKER(1967)^[18]在假定简单补充策略下比较了两类估计方法。面对这些有限的研究,研究者只能依赖于对需求分布函数的估计来确定最优补充策略。后来,EHRHARDT(1979)^[19]用数值近似的方法得到 (s, S) 最优补充策略。

REYMAN(1989)^[20]在不估计需求分布的前提下,使用指数平滑法预测需求来获得短期 (s, S) 最优补充策略,但得不到长期条件下的最优。

AVIV(2003)^[21]开始考虑当需求存在序列相关时库存最优策略的问题,但没有给出多阶段库存最优策略的具体解析式。

当需求是离散的时,LOVEJOY(1992)^[22]认为这个问题可以建模为一个部分观察的马尔可夫决策过程(POMDP)。HUH 和 RUSMEVICHIENTONG(2009)^[23]研究用非参数方法解决寻求多阶段库存最优策略。BEGEN 和 QUEYRANNE(2011)^[24]通过确定所需独立样本的上下界限,以获得接近最优的临界值策略。BEGEN, LEVI 和 QUEYRANNE(2012)^[25]研究了更现实假设的概率分布下部分独立的随机样本的离散随机库存问题。

最近关于这一主题的工作主要包括 LARIVIERE 和 PORTEUS(1999)^[26],

DING, PUTERMAN 和 BISI (2002)^[27], LU, SONG 和 ZHU (2008)^[28], BENSOUSSAN, CAKANYILDIRIM 和 SETHI (2007)^[29], BISI 和 DADA (2007)^[30], CHEN 和 PLAMBECK (2008)^[31]。但很多研究者都着力于研究随机需求情况下多阶段库存控制策略问题,这些库存控制策略基本采用数值近似的方法得出,没有一个简单实用的解析解的表达式。

1.2.2 需求分布函数估计

1.2.2.1 大部分著作假定需求分布已知

正态分布的良好分析性质使之被广泛地应用于模拟提前期内的需求特征,这种近似对库存管理绩效可能产生影响。针对这种情况,1958 年 SCARF^[32]提出了 Newsboy 问题的一种自由分布的最小最大逼近,这种逼近只需要知道均值与方差,而不需知道需求分布的进一步信息,仅仅是通过对带有均值和方差的最坏可能分布追求最大。

在需求过程服从不同联合泊松分布的情况下, TSAI 和 GEMMILL (1998)^[33]提出了一种估计优化算法。该方法用等价泊松需求来替代实际需求,但均值与标准偏差的比值与实际分布保持一致,最后再将求得的解转换到原来的问题中。

1.2.2.2 假定分布在每一个阶段都相同,但未知

早期的未知需求分布函数的模型,是假定需求数据充分观察。为了克服动态规划的高维问题,一般使用两种办法:一种是建立一个充分统计量减少空间到一定维数,这种方法使用于特定的需求分布,如正态分布、Gamma 分布、均一分布、Weibull 分布等;另一种方法是 LOVEJOY (1992)^[34]用一维贝叶斯动态规划退化到一个静态的最优问题。

KASUGAI 和 KASEGAI (1961)^[35]考虑有限期库存问题、分布未知但限于一系列紧密间隔的分布,即 minmax 原则,也就是在所有可能的分布系列中找到最适合的分布,然后得到最优策略。

SCARF (1959)^[36], IGLEHART (1964)^[37]建议用贝叶斯的方法,依据样本的观测值,获得每一阶段需求的后验分布,以求得最优策略。

AZOURY 和 MILLER (1984)^[38]对于需要周期性补充的物品,在先验分布已知的情况下,用贝叶斯的方法可以求得需求分布函数的一个或几个参数。

1.2.2.3 假定需求分布非静止,并且随各阶段变动

KARLIN (1960)^[39]在假定需求是独立随机变量以及成本函数是充分光滑