



名社·名牌·名书

小学数学

能力训练

苏雅琴 主编
包丽君

与奥林匹克竞赛

六年级分册



CSJ
东师教辅

东北师范大学出版社

XIAOXUE SHUXUE

NENGLI XUNLIAN YU AOLINPIKE JINGSAI

■ 东北师范大学出版社

长 春

小学数学
能力训练与奥林匹克竞赛
六年级分册

■ 苏雅琴 包丽君 主编

出版人:贾国祥

总策划:第五编辑室

责任编辑:刘宗谊

封面设计:李冰彬

责任校对:姜虹

责任印制:张文霞

小学数学能力训练与奥林匹克竞赛

六年级分册

苏雅琴 包丽君 主编

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街138号(130024)

电话:0431-5695744 5688470

传真:0431-5695744 5695734

网址:<http://www.nenu.edu.cn>

电子函件:Chubs@ivy.nenu.edu.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版

吉林农业大学印刷厂印刷

2001年1月第1版 2001年1月第3次印刷

开本:850×1168 1/32 印张:11 字数:268千

印数:0 001 - 5 000册

ISBN 7 - 5602 - 2720 - 1/G · 1611 定价 11.70元

前 言

数学是一切学科的基础。数学竞赛是进行数学素质训练的一种积极有益的智力活动,是早期发现、加速培养创造型人才的极好方法。这一活动的开展,极大地激发了学生学习数学的兴趣,同时也促进了数学课堂教学改革。

为了帮助学生更好地学习数学这门基础学科,帮助教师更好地开展数学课外活动,帮助家长更好地辅导孩子,我们组织市重点小学的优秀教师和小学数学奥林匹克高级教练员,编写了这套《小学数学能力训练与奥林匹克竞赛》丛书。这套书分四、五、六三个年级分册,基本上概括了小学数学的重要基础知识、基本技能和基本方法,对小学数学竞赛范围内的知识作了系统归纳,特别着重对学生数学思维能力、数学思维方法、解题方法和解题能力的训练。

“同步”是这套书的一大特点,即编写时注意了小学数学教学内容与小学数学竞赛大纲的衔接,做到简洁、清楚、详略得当。“新”是这套书的另一大特点,体现在:首先是对课堂所学知识的深刻理解和总结提高,从而有利于学生对小学阶段的学习内容进行复习整理、融会贯通和灵活运用。其次是帮助学生扩大视野,激发学习兴趣,提高数学素养,培养创造能力。“广”是这套书的第三大特点,体现在:一取材广,二题型广,三适用范围广。本套书的例题和习题取材于全国各省、市、地区的数学竞赛试题,题型丰富,启发性强。题的难易程度适当,有教材中的基本题,有“*”号题,有思考

题,还有各类竞赛题,所以适合大多数学生学习选用。“实用”是这套书的第四大特点,每一分册都分为若干专题,在每一个专题里,又根据需要分成若干小节,且每一个专题都具有相对的独立性和整体上的统一性,这样既便于老师根据实际情况备课选用,又便于学生在自学中自由选读。另外,每册书后都附有数学竞赛模拟试题及各章节的参考答案,供读者自我检测和评价。

总之,这套书既是学生参加全国小学数学竞赛的辅导材料,也是学生小学数学总复习的良师益友。

我们深信,这套书一定能帮助同学们开阔思路,把数学基础知识学活、学透。

编者

目 录

第一讲	分数乘、除法计算	1
	一、基础知识精讲	1
	二、例题解析	3
	三、练习题 1	17
第二讲	分数、小数四则混合运算	20
	一、基础知识精讲	20
	二、例题解析	21
	三、练习题 2	34
第三讲	分数应用题	37
	一、基础知识精讲	37
	二、例题解析	38
	三、练习题 3	52
第四讲	工程问题	58
	一、基础知识精讲	58
	二、例题解析	58
	三、练习题 4	73
第五讲	圆	77
	一、基础知识精讲	77
	二、例题解析	78
	三、练习题 5	87
第六讲	百分数应用题	94
	一、基础知识精讲	94
	二、例题解析	95
	三、练习题 6	113
第七讲	比和比例	118
	一、基础知识精讲	118

	二、例题解析	118
	三、练习题 7	134
第八讲	圆柱和圆锥	136
	一、基础知识精讲	136
	二、例题解析	137
	三、练习题 8	152
第九讲	奇数与偶数	157
	一、基础知识精讲	157
	二、例题解析	158
	三、练习题 9	181
第十讲	最大与最小	184
	一、基础知识精讲	184
	二、例题解析	184
	三、练习题 10	192
第十一讲	时钟问题	195
	一、基础知识精讲	195
	二、例题解析	196
	三、练习题 11	214
第十二讲	牛吃草问题	216
	一、基础知识精讲	216
	二、例题解析	216
	三、练习题 12	228
第十三讲	抽屉原理	231
	一、基础知识精讲	231
	二、例题解析	232
	三、练习题 13	243
第十四讲	统筹规划	247
	一、基础知识精讲	247
	二、例题解析	247

三、练习题 14	264
第十五讲 竞赛中的几何问题	267
一、基础知识精讲	267
二、例题解析	270
三、练习题 15	281
第十六讲 杂题选讲	286
一、基础知识精讲	286
二、例题解析	286
三、练习题 16	296
附录一	
小学六年级数学竞赛模拟试题一	299
小学六年级数学竞赛模拟试题二	303
附录二	
练习题略解与提示	307

第一讲 分数乘、除法计算

一、基础知识精讲

1. 分数乘以整数

(1) 分数乘以整数的意义

分数乘以整数的意义与整数乘法的意义相同,就是求几个相同加数的和的简便运算.

(2) 分数乘以整数的计算法则

分数乘以整数,用分数的分子和整数相乘的积做分子,分母不变.

2. 一个数乘以分数

(1) 意义

一个数乘以分数的意义就是求这个数的几分之几是多少.

(2) 法则

分数乘以分数,用分子相乘的积做分子,分母相乘的积做分母.

3. 带分数乘法

(1) 法则

① 分数乘法中有带分数的,通常先把带分数化成假分数,然后再乘.

② 分数连乘法的计算方法

分数连乘的运算顺序和整数连乘的运算顺序一样.但为了简便,可以先把所有分数的分子和分母约分,再把约简后的分子分母分别相乘.

4. 分数乘加、乘减混合运算的运算顺序跟整数的运算顺序相同.

5. 整数乘法运算定律推广到分数乘法中的运用

$$(1) \text{加法交换律: } a+b=b+a$$

$$(2) \text{加法结合律: } (a+b)+c=a+(b+c)$$

$$(3) \text{乘法交换律: } a \times b = b \times a$$

$$(4) \text{乘法结合律: } (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

$$(5) \text{乘法分配律: } (a \pm b) \times c = a \times c \pm b \times c$$

$$(6) \text{减法运算性质: } a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

6. 分数除法的意义

分数除法的意义与整数除法的意义相同,都是已知两个因数的积与其中一个因数,求另一个因数的运算.

7. 分数除法的计算法则

甲数除以乙数(0除外),等于甲数乘以乙数的倒数.

8. 分数除法的运算性质:

$$a \div (b \times c) = a \div b \div c$$

$$a \div (b \div c) = a \div b \times c$$

$$a \div c \pm b \div c = (a \pm b) \div c$$

9. 约分法

这里所讲的约分法是课本中的约分的推广. 课本中所说的约分方法是:分数的分子和分母同时除以它们的公约数(1除外),使分数成为一个分子、分母都比较小且与原分数相等的分数;这里介绍的约分法是将写成分数形式的算式中分子部分与分母部分同时除以它们的公有因数或公有因式,从而简化计算过程达到简算的目的.

10. 等差数列求和

(1)等差数列求和公式:和=(首项+末项) \times 项数 \div 2,用字母

公式表示是： $S = \frac{1}{2} \times (a_1 + a_n) \times n$

(2) 等差数列求项数的公式：项数 = (末项 - 首项) ÷ 公差 + 1，
用字母公式表示： $n = (a_n - a_1) \div d + 1$

11. 裂项法

在计算分数的加、减法时，将其中一些分数都拆开，使得拆开后的某些分数可以互相抵消，以达到简算的目的，我们把这种方法称为拆项法或裂项法。

下面介绍裂项法的三个公式：当 n, d 都是任意自然数时，有

$$(1) \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$(2) \frac{d}{n(n+d)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+d}$$

$$(3) \frac{1}{n(n+d)} = \frac{1}{d} \times \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+d} \right)$$

二、例题解析

1. 分数乘以整数

例 1 $\frac{4}{9} \times 5$ 的意义是什么？

分析：分数乘以整数的意义和整数乘法的意义相同，就是求几个相同加数和的简便运算。

解： $\frac{4}{9} \times 5$ 的意义表示求 5 个 $\frac{4}{9}$ 连加的和的简便运算。一般地

说：表示求 $\frac{4}{9}$ 的 5 倍是多少，或表示 5 个 $\frac{4}{9}$ 是多少。

例 2 计算： $\frac{2}{7} \times 3$

分析：分数乘以整数，用分数的分子和整数相乘的积做分子，分母不变。

$$\text{解：} \frac{2}{7} \times 3 = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$$

2. 一个数乘以分数

例 1 $30 \times \frac{5}{6}$ 的意义是什么? $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ 的意义是什么?

分析: 一个数乘以分数就是求这个数的几分之几是多少.

解: $30 \times \frac{5}{6}$ 表示求 30 的 $\frac{5}{6}$ 是多少.

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ 表示求 $\frac{2}{3}$ 的 $\frac{3}{4}$ 是多少.

例 2 计算: $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$

分析: 分数乘以分数, 用分子相乘的积做分子, 分母相乘的积做分母.

解: $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{7 \times 3} = \frac{10}{21}$

例 3 计算 $\frac{5}{8} \times \frac{3}{10}$

分析: 5 和 10 能约分, 所以要先约分再计算.

解: $\frac{5}{8} \times \frac{3}{10} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{8} \times \frac{3}{\underset{2}{\cancel{10}}} = \frac{3}{16}$

3. 带分数乘法

例 1 计算 $3\frac{3}{4} \times 2\frac{2}{5}$

分析: 先把带分数化成假分数, 然后再计算.

解: $3\frac{3}{4} \times 2\frac{2}{5} = \frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 9$

注: 计算时能约分的要先约分.

例 2 计算 $2\frac{4}{15} \times 2\frac{1}{17}$

解: $2\frac{4}{15} \times 2\frac{1}{17} = \frac{\overset{2}{\cancel{34}}}{\underset{3}{\cancel{15}}} \times \frac{\overset{7}{\cancel{35}}}{\underset{1}{\cancel{17}}} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$

注: 做分数乘法所得的积如果是假分数, 要把假分数化成带

分数.

例 3 计算 $3\frac{1}{2} \times \frac{6}{7} \times 1\frac{1}{5}$

分析:带分数连乘法要把带分数化成假分数,计算时能约分的要先约分.

$$\text{解: } 3\frac{1}{2} \times \frac{6}{7} \times 1\frac{1}{5} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} \times \frac{6}{5} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

注:约分后,把约简的分子、分母分别相乘.

4. 分数乘加、乘减混合运算

例 1 $8\frac{2}{5} - 2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{3}$

分析:和整数计算的顺序一样,先算乘法,再算减法.

$$\text{解: } 8\frac{2}{5} - 2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{3} = 8\frac{2}{5} - \frac{5}{\cancel{2}} \times \frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{3} = 8\frac{2}{5} - 8\frac{1}{3} = \frac{1}{15}$$

例 2 $\frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right)$

分析:运算中有小括号的要先算小括号里的.

$$\text{解: } \frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{5} \times \left(\frac{9}{12} - \frac{4}{12} \right) = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{5} \times \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{6}{\cancel{12}}} = \frac{1}{6}$$

5. 整数乘法运算定律推广到分数乘法中的应用

例 1 计算 $\frac{1998}{1999} \times 2000$

分析:2000 比 1999 多 1,可以把 2000 分解成 1999 与 1 的和,再应用乘法分配律计算,可以使运算简便.

$$\begin{aligned} \text{解: } \frac{1998}{1999} \times 2000 &= \frac{1998}{1999} \times (1999 + 1) \\ &= \frac{1998}{1999} \times 1999 + \frac{1998}{1999} \times 1 = 1998 + \frac{1998}{1999} = 1998\frac{1998}{1999} \end{aligned}$$

还可以用下面的方法:

分析:这道题被乘数的分子与分母很接近,可以看成 1 与 $\frac{1}{1999}$ 的差,然后再应用乘法分配律计算,也可以使计算简便.

$$\begin{aligned} \text{解: } \frac{1998}{1999} \times 2000 &= \left(1 - \frac{1}{1999}\right) \times 2000 \\ &= 1 \times 2000 - \frac{1}{1999} \times 2000 = 2000 - 1 \frac{1}{1999} = 1998 \frac{1998}{1999} \end{aligned}$$

例 2 $9 \frac{18}{19} \times 15$ (10 - $\frac{1}{19}$) $\times 15$

分析: $9 \frac{18}{19}$ 很接近整数 10 , 可以把 $9 \frac{18}{19}$ 看作 10 与 $\frac{1}{19}$ 的差, 然后, 按照乘法分配律可以简算.

$$\begin{aligned} \text{解: } 9 \frac{18}{19} \times 15 &= \left(10 - \frac{1}{19}\right) \times 15 \\ &= 10 \times 15 - \frac{1}{19} \times 15 = 150 - \frac{15}{19} = 149 \frac{4}{19} \end{aligned}$$

注: 计算分数乘法时要根据数字的特点, 灵活地分解.

例 3 $3 \frac{4}{5} \times 15$

分析: 被乘数的分母 5 和乘数 15 可以约分, 可以把 $3 \frac{4}{5}$ 分解为 3 与 $\frac{4}{5}$ 的和, 然后分别与 15 相乘, 再把它们的积相加, 可以使计算简便.

$$\text{解: } 3 \frac{4}{5} \times 15 = 3 \times 15 + \frac{4}{5} \times 15 = 45 + 12 = 57$$

例 4 $30 \times 4 \frac{7}{15}$

分析: 道理同例 3 一样

$$\begin{aligned} \text{解: } 30 \times 4 \frac{7}{15} &= 30 \times \left(4 + \frac{7}{15}\right) \\ &= 30 \times 4 + 30 \times \frac{7}{15} = 120 + 14 = 134 \end{aligned}$$

例 5 $3 \frac{7}{8} \times 5 \frac{2}{3} - 5 \frac{2}{3} \times 2 \frac{7}{8}$

分析:两个因式中都有 $5\frac{2}{3}$, 就可以运用乘法分配律进行简算.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 3\frac{7}{8} \times 5\frac{2}{3} - 5\frac{2}{3} \times 2\frac{7}{8} \\ & = 5\frac{2}{3} \times \left(3\frac{7}{8} - 2\frac{7}{8} \right) = 5\frac{2}{3} \times 1 = 5\frac{2}{3}\end{aligned}$$

$$\text{例 6 } 2\frac{1}{2} \times \frac{4}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2}$$

分析:三个因式中都有 $2\frac{1}{2}$ (也就是 $\frac{5}{2}$) 这个因数, 所以同样也能运用乘法分配律进行简算.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 2\frac{1}{2} \times \frac{4}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \times \left(\frac{4}{15} + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \right) \\ & = \frac{5}{2} \times \left(\frac{4}{15} + \frac{5}{15} + \frac{6}{15} \right) = \frac{5}{2} \times 1 = 2\frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\text{例 7 } 24\frac{3}{5} \times \frac{5}{6}$$

分析:带分数的整数部分 24 和真分数的分母能约分, 可以把带分数分成两部分与真分数相乘, 使计算简便.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 24\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} = \left(24 + \frac{3}{5} \right) \times \frac{5}{6} \\ & = 24 \times \frac{5}{6} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{6} = 20 + \frac{1}{2} = 20\frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\text{例 8 } 33 \times 2\frac{2}{11}$$

分析:33 是 11 的倍数, 运用乘法分配律可以使计算简便.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 33 \times 2\frac{2}{11} = 33 \times \left(2 + \frac{2}{11} \right) \\ & = 33 \times 2 + 33 \times \frac{2}{11} = 66 + 6 = 72\end{aligned}$$

$$\text{例 9 } 174 \times \frac{7}{8}$$

分析: $\frac{7}{8}$ 可看作 1 与 $\frac{1}{8}$ 的差, 这样计算就简便了.

$$\begin{aligned}\text{解: } 174 \times \frac{7}{8} &= 174 \times \left(1 - \frac{1}{8}\right) \\ &= 174 \times 1 - 174 \times \frac{1}{8} = 174 - 21 \frac{3}{4} = 152 \frac{1}{4}\end{aligned}$$

$$\text{例 10 } 6 \frac{3}{8} \times 7 \frac{5}{8}$$

分析:此题的两个因数可以看作两个数的和乘以两个数的差,所以可以用 $(a-b) \times (a+b) = a^2 - b^2$ 进行计算.

$$\begin{aligned}\text{解: } 6 \frac{3}{8} \times 7 \frac{5}{8} &= \left(7 - \frac{5}{8}\right) \times \left(7 + \frac{5}{8}\right) \\ &= 7 \times 7 - \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = 49 - \frac{25}{64} = 48 \frac{39}{64}\end{aligned}$$

6. 分数除法的意义

例 1 $\frac{5}{8} \div \frac{1}{2}$ 的意义是什么?

解: $\frac{5}{8} \div \frac{1}{2}$ 表示已知两个因数的积是 $\frac{5}{8}$, 其中一个因数是 $\frac{1}{2}$, 求另一个因数是多少?

7. 分数除法的计算法则

例 1 计算: $1 \frac{5}{13} \div \frac{9}{13}$

分析:先把带分数化成假分数,同时变成乘以 $\frac{9}{13}$ 的倒数,然后按照分数乘法的计算方法计算.

$$\text{解: } 1 \frac{5}{13} \div \frac{9}{13} = \frac{18}{13} \times \frac{13}{9} = 2$$

例 2 $\frac{7}{12} \div 7 \div \frac{4}{5}$

分析:这是一道分数连除法,变连除为连乘,同时把除数变成原来的倒数.

$$\text{解: } \frac{7}{12} \div 7 \div \frac{4}{5} = \frac{7}{12} \times \frac{1}{7} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{48}$$

注:变成连乘法后,能约分的要先约分.

例 3 $4 \frac{1}{5} \div \frac{1}{4} \times 3 \frac{3}{4}$

分析:这是一道乘除混合运算的计算题,先把除法变成乘法,除数变成它的倒数,同时,把带分数改写成假分数,按照分数连乘的方法进行计算.

$$\text{解: } 4\frac{1}{5} \div \frac{1}{4} \times 3\frac{3}{4} = \frac{21}{5} \times 4 \times \frac{7}{4} = 63$$

8. 分数除法的运算性质

$$\text{例 1 } 16\frac{1}{3} \div 8\frac{1}{2} \div \frac{2}{17}$$

分析: $8\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{17}$ 是互为倒数,根据除法的运算性质 $a \div b \div c = a \div (b \times c)$ 可以使计算简便.

$$\begin{aligned} \text{解: } 16\frac{1}{3} \div 8\frac{1}{2} \div \frac{2}{17} &= 16\frac{1}{3} \div \left(8\frac{1}{2} \times \frac{2}{17} \right) \\ &= 16\frac{1}{3} \div \left(\frac{17}{2} \times \frac{2}{17} \right) = 16\frac{1}{3} \times 1 = 16\frac{1}{3} \end{aligned}$$

注:计算这样的题,首先要观察能否利用运算性质使计算简便,而不要急于按一般方法计算.

$$\text{例 2 } 43\frac{2}{5} \div 7$$

分析: $43\frac{2}{5}$ 可分看作是42和 $1\frac{2}{5}$ 的和,42和 $1\frac{2}{5}$ 分别除以7,再把它们的商相加可以使计算简便.

$$\begin{aligned} \text{解: } 43\frac{2}{5} \div 7 &= \left(42 + 1\frac{2}{5} \right) \div 7 \\ &= 42 \div 7 + 1\frac{2}{5} \div 7 = 6 + \frac{1}{5} = 6\frac{1}{5} \end{aligned}$$

9. 约分法

$$\text{例 1 } \left(\frac{4}{7} \times 1\frac{1}{9} \times \frac{4}{11} \right) \div \left(\frac{2}{11} \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{9} \right)$$

分析:把原式转化成繁分数,再用繁分数约简出数值.