

工程曲线曲面的计算机辅助设计

谭建荣 等著

河海大学出版社

ISBN7-5630-0604-4

TP.14 定价：4.50元

工程曲线曲面的 计算机辅助设计

谭建荣 周广仁 刘惠义 著

浙江大学CAD&CG国家重点实验室
资助项目

河海大学出版社

[苏]新登字第013号

工程曲线曲面的计算机辅助设计

谭建荣 等著

责任编辑 崔永清

责任校对 刘惠义

出版发行：河海大学出版社

印刷刷：宿迁市印刷厂

开本850×1168毫米 1/32 印张10.25 字数266千字

1993年8月第1版 1993年8月第一次印刷

印数 1—1500册

ISBN 7—5630—0604—4/TP.14

定价：4.50元

前　　言

当人类即将与二十世纪告别，迎接新世纪曙光的时候，自然科学正孕育着一场深刻的革命。计算机的出现与应用，极大地改变了整个世界的面貌，开阔了人们的视野，有力地推动了科学的发展和技术的进步。计算机辅助设计（CAD）、计算机辅助制造（CAM）和计算机辅助工程（CAE）是近年来工程技术领域中发展最迅速、最引人注目的一项高技术，已成为工业生产现代化的一个重要标志。曲线曲面的计算机辅助设计，是计算机辅助几何设计（CAGD）的重要内容。从产品的性能要求和外观特征，到实验数据的拟合，都离不开曲线曲面，而曲线曲面的生成、显示及数学分析，都需要计算机辅助设计，才能达到理想的效果。

本书主要根据作者近年来在国际学术期刊、重要国际会议和国内学术期刊上发表的CAGD/CAD/CG方面30多篇论文和几年来给硕士、博士研究生讲授“计算机辅助几何设计”课程讲义写成，同时，一部分取材于浙江大学CAD&CG国家重点实验室最新科研成果。为了在突出重点、反映学科前沿的同时保持一定的系统性，根据工程技术领域的实际需要，介绍了曲线曲面的一般知识，着重阐述了自由曲线、自由曲面的理论和算法，突出了新颖性和实用性。因此，本书兼顾了研究生、本科生学习CAD/CAGD/CG等方面的需求，同时，也为广大科技人员和计算机应用人员运用计算机进行各种曲线、曲面的设计、拟合提供了一本实用的参考书籍。

本书共14章，分别由下列人员撰稿：

谭建荣(浙江大学)：第一章，第四章～第十四章；

周广仁(浙江大学)：第一章，第二章，第十三章；

刘惠义(河海大学)：第三章和全部插图。

全书由谭建荣负责主编定稿。

在本书成书过程中，浙江大学梁友栋、彭群生教授和华中理工大学胡瑞安教授、皮明智副教授曾给予作者许多帮助，浙江省工业设计院吕思达、深圳大龙电子有限公司刘宝勇和吴金汉、孙洁、高玮、于伟杰等也做了许多工作。在此作者一并表示感谢。

本书得到浙江大学CAD&CG国家重点实验室支持和资助，作者在此特向浙江大学CAD&CG国家重点实验室和石教英主任、彭群生、应道宁副主任表示衷心感谢。同时，本书的出版得到河海大学出版社的支持，作者在此也谨表谢意。

本书初稿作者已在讲授“计算机辅助几何设计”课程中用过多次，但曲线曲面的计算机辅助设计是一门新兴学科，加上作者水平所限，时间仓促，书中难免存在不少缺点与不妥，敬请读者批评指正。

作 者

1993年5月

于浙江大学 CAD&CG国家重点实验室

目 录

第一章 绪论

1.1	研究对象	(1)
1.2	历史回顾	(3)
1.3	现状及动向	(6)
1.4	学习方法	(13)

第二章 工程曲线曲面的数学基础

2.1	概述	(15)
2.2	平面曲线与空间曲线	(16)
2.3	曲面	(24)

第三章 几何图形显示技术

3.1	概述	(33)
3.2	图形的变换	(34)
3.3	图形的裁剪	(50)
3.4	图形的消隐	(58)

第四章 规则曲线与曲面

4.1	概述	(66)
4.2	直线的生成	(66)
4.3	圆的生成	(70)
4.4	一般曲线的生成	(75)
4.5	函数曲面的投影变换	(83)
4.6	曲面的外形线	(84)
4.7	二次曲面外形线的快速算法	(86)

第五章 插值曲线与曲面

5.1	概述	(89)
-----	----	--------

5.2	Lagrange插值.....	(90)
5.3	Hermit插值	(90)
5.4	双圆弧插值.....	(93)
5.5	Coons曲面.....	(98)

第六章 Bezier 曲线与曲面

6.1	概述.....	(105)
6.2	Bezier曲线与Bernstein基函数.....	(105)
6.3	三次Bezier曲线的性质及其应用.....	(112)
6.4	Bezier曲面.....	(114)
6.5	三角域上Bezier曲面.....	(116)

第七章 B—Spline曲线与曲面

7.1	概述.....	(119)
7.2	均匀三次B—Spline曲线.....	(120)
7.3	B—Spline函数的几种等价定义.....	(126)
7.4	B—Spline曲线的三种形态.....	(130)
7.5	B—Spline曲面.....	(133)
7.6	均匀三次B—Spline控制顶点反求的一种新方法.....	(133)

第八章 有理曲线与曲面

8.1	概述.....	(144)
8.2	Baill曲线.....	(144)
8.3	有理三次参数曲线.....	(145)
8.4	Ferguson曲线的有理形式.....	(148)
8.5	Bezier曲线的有理形式.....	(149)
8.6	B—Spline曲线的有理形式.....	(149)
8.7	有理三次参数曲线的退化形式.....	(149)
8.8	有理参数曲面.....	(152)

第九章 等距曲线与等距曲面

9.1	概述.....	(153)
-----	---------	---------

9.2	等距曲线的数学原理.....	(154)
9.3	Voronoi图.....	(157)
9.4	平面曲线的等距曲线统一算法.....	(160)
9.5	等距曲面.....	(167)

第十章 随机曲线

10.1	概述.....	(169)
10.2	直线的随机化.....	(170)
10.3	曲线的随机化.....	(172)
10.4	多边形的随机化.....	(174)
10.5	波形控制.....	(176)

第十一章 多变量曲线曲面

11.1	概述.....	(177)
11.2	多变量曲面的数学描述.....	(178)
11.3	多变量曲线的数学描述.....	(180)
11.4	多维空间的投影理论与方法.....	(181)
11.5	多变量曲面计算机显示.....	(195)

第十二章 曲线曲面的基本操作

12.1	概述.....	(209)
12.2	曲线曲面的分割.....	(209)
12.3	曲线曲面的拼接.....	(217)
12.4	曲线曲面的求交.....	(227)
12.5	曲面的消隐处理.....	(244)

第十三章 过渡曲面

13.1	概述.....	(248)
13.2	滚球原理.....	(248)
13.3	过渡曲线的构造.....	(252)
13.4	Bezier 曲面体的磨光	(260)
13.5	任意拓扑多面体的等距磨光.....	(269)
13.6	变距离磨光.....	(282)

13.7	曲面体的等距磨光.....	(285)
第十四章	Trimmed 曲面与曲面造型	
14.1	概述.....	(288)
14.2	Trimmed 曲面的定义.....	(290)
14.3	Trimmed 曲面的三角化.....	(292)
14.4	雕塑物体的布尔运算.....	(295)
14.5	布尔运算的可靠性.....	(297)
14.6	整体布尔运算概要.....	(303)
参考文献		(305)

第一章 絮 论

1.1 研究对象

在工程技术领域内，曲线曲面的应用范围十分广泛。飞机机身设计，船舶船体设计，汽车外型设计，电视机、收录机壳体，制造业中的各类中空、回转、异面体，各种复杂的壳体，叶片及模具型腔的设计，服装加工中的裁剪放样等等，从本质上讲都是曲线曲面的设计。

由于曲线曲面形状复杂，难以控制，特别对于自由曲线曲面，处理更加困难。传统的方法大都是靠手工放样来实现，效率低，精度差，而且修改困难，很不适应现代工业的发展。近年来，计算机在工程技术各个领域里得到广泛的应用计算机运算速度快，效率高，精度有保证。因此依靠计算机图形显示技术来实现曲线曲面的计算机辅助设计，可以大大缩短设计周期，提高设计精度，且易于修改，并可节约大量模型试制材料。曲线曲面的计算机辅助设计在C A D、C A M中有着十分重要的作用，是现代工业革命和技术更新的一个重要手段。

本书理论上依据于计算几何，立足工程应用，着重讨论自由曲线及自由曲面的计算机辅助设计技术即计算机辅助几何设计（C A G D）。它的研究对象可分为三个方面：

（1）形状信息的描述与传递。在计算机辅助几何设计中是指用数学方法来客观地定义、描述与传递形状信息。

（2）形状信息的分析与综合。根据形状信息构造数学模型，将形状信息输入计算机，并通过运算求出能够描述该模型的足够

的信息，在此基础上可以对形状进行各种分析与处理，例如图形处理，有限元和边界元分析计算，振动模拟，热传导场分析以及数控机床加工软件的制作等等。

形状设计实际上是一个不断分析与综合的过程，既要满足产品技术要求，同时还要考虑美观要求，保证光顺性要求等。

(3) 形状的控制与显示。由于设计是一个不断试验与修改的过程，因此，设计中需要对形状进行有效的控制与修正，并产生实时图形。

几何形体的形状通常可分为定形形状，自由形状和随机形状。定形形状也称规则形状。这类形状可用一个函数来描述，如：

$$x^2 + y^2 = R^2$$

$$f(x, y, z) = 0$$

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$$

自由形状，是指自由曲线和自由曲面等无法用函数描述的形状。

随机形状是指象地图的边界、海岸线之类的处处连续、处处不光滑、处处不可导的几何形状。

几何形状的基本性质在于它的空间唯一性、有界性、连续性。

与本书所涉及内容有密切关系的另一门技术是计算机图形学(Computer Graphics)。它是主要研究怎样用计算机生成、处理和显示图形的一门新兴学科。图形的具体应用范围很广，但从基本的处理技术上分只有两类：一类是线条图，如用线条表示的工程图、地图等；另一类是明暗图，生成近似客观存在物体的逼真图象。这都与CAGD密切相关。正如一切科学技术的发展是各门学科之间的相互渗透与沟通一样，目前，曲线曲面的数学表示及立体造型技术，已是计算机图形学研究的一个重要基础和组成部分，而工程曲线曲面计算机辅助设计的最终实现与计算机图形学所研究的图形显示的原理和方法又是不可分离的。

1.2 历史回顾

计算机辅助几何设计在早期是由于数学放样和外形设计的实际需要，作为样条函数及函数逼近论等实际应用而发展起来的。

样条函数最早是美国数学家 I.J.Schoenberg 在 1946 年提出的。当时他是以研究无穷区间上等距节点数据的平滑问题为背景引入样条函数的。这不仅在样条函数发展史上是一项奠基的工作，而且其中所用的思想和工具，例如样条与平滑的关系、样条与 Fourier 变换以及概率论之间的内在联系等，对近代样条函数理论和应用的发展有着重大意义。

Schoenberg 虽然早在四十年代中期就提出了样条的概念，但在当时并没能引起人们广泛的重视。后来，随着科学技术的发展，特别是电子计算机的广泛应用，作为数值计算方法基本环节之一的函数插值和逼近随之发生了很大变化。人们逐渐认识到传统的高次多项式插值在计算上的不稳定性，更多地趋向于采用适合计算机的分段低次插值方法，并建立了相应的理论，从而奠定了样条函数插值发展的基础。

在高次多项式样条的计算中，选择稳定的计算公式是至关重要的。B 样条既具有局部支柱性质，又能统一处理重节点，从而把样条函数的概念在理论上与分段多项式函数统一起来，对于理论分析和实际分析都有很大作用。Schoenberg 与 Curry 早在 1947 年就开始了 B 样条函数理论的奠基工作（当时他们称之为基本样条函数或样条频率函数），不幸的是，该文章直至 1966 年才发表。七十年代初，de Boor 与 Cox 分别独立地提出 B 样条的递推公式和算法，有力地推动了 B 样条理论的发展。尤其是 de Boor 在七十年代的一系列工作建立了有关 B 样条比较完善的理论，指出分段多项式与样条函数实际上是同一个概念，因而作为它们基

底的B样条应该象正弦函数那样在“初等函数”中占有重要地位。

样条曲线的各种拟合方法是样条用于计算机辅助几何设计(CAGD)的最初手段。后来，人们逐步认识到，如果在CAGD中过于强调对已知设计型值点作插值，是与通常的设计方法背道而驰的。根据某些最基本的设计要求与数据，先进行初步设计，然后按照设计意图进行检查和修改，直至最后获得满意的结果，是外形设计者实际上走过的道路。一个实用的计算机辅助几何设计系统不仅要求能定义任意形状的曲线与曲面，而且要使这个系统应用方便、简单直观、易于修改和使用，并且尽可能不对使用者提出过高的数学专门知识的要求。

法国雷诺汽车公司的工程师 Bezier 从1962年起开始构造以“逼近”为基础的参数曲线、曲面表示法，并以此为基础，建立了一种自由型曲线、曲面的设计系统UNISURF，于1972年在雷诺公司正式投入使用，之后又不断扩展功能。1972~1974年间，美国的 Riesenfeld，Gordon 等人在研究 Bezier 方法的基础上，拓宽了 Bezier 方法而发展成 B 样条方法，把 B 样条函数扩展成参数形式的 B 样条曲线，用特征多边形控制 B 样条曲线。这两种方法都是根据事先确定的控制多边形(多面体)的轮廓作某种意义上的逼近而得到的，目的是使所生成的曲线(曲面)具有设计者所期望的某些整体性质。因此，这时多边形(或多面体)的顶点不再是在某种意义下要通过的型值点，而是起着控制所生成曲线(或曲面)形状的作用。Bezier 方法和 B 样条方法由于把近代逼近理论与几何很好地结合在一起，并使设计人员在计算机上容易实现，就象常规设计中使用作图工具一样得心应手而成为目前 CAGD 中先进的数学方法。

从50年代初到60年代中，美国麻省理工学院积极从事现代计算机辅助设计与制造技术的开拓性研究。1964年，机械工程系教

授S. A. Coons为设计海军舰艇外形提出了用小块曲面片组合来表示自由型曲面，使曲面片边界上达到任意高阶连续的方法，此方法得到工业界和学术界的极大推崇，称之为孔斯曲面。Coons和Bezier并列被称为现代计算机辅助几何设计技术的奠基人。

Coons曲面的主要思想是把一张复杂曲面用一定数量的曲面片来表示，适当地选择曲面片的方程，并通过曲面片之间的光滑拼接，使之能表示各种复杂形状，并达到所需要的任意精确度。

Coons在提出方法时曾强调指出，他主要目的不在于表示已经存在的曲线、曲面，而是要简化计算机上的曲面设计工作。设计人员可以从单个或极少量的曲面片出发作初步设计，应用显示设备判断所形成的曲面是否符合设计要求。如果不符，修改原始的输入信息，或增加新的控制曲线，并用这些曲线作边界，分割成更小的曲面片，由计算机重新组合成一张新曲面，并能保证各曲面片之间的衔接达到设计所需要的连续程度。以飞机机身为例，通过机身的几条主要的纵向曲线（如上、下顶点线，最大半宽度线等）以及若干个中间典型截面，就可以进行机身的初始设计。当然，在多数场合，设计过程的修改是不可避免的，需要增添若干条新的控制线以修改原始曲面，才能充分反映设计意图。把这些附加曲线引入的信息送入计算机，程序将自动地产生新的曲面，使之能包含这些新的曲线，并满足各曲面片之间所需的光滑连接。

因此，Coons曲面是最早提出用“人—机对话”（或称交互设计）思想的曲面设计方法，在计算机辅助曲面设计领域中是一项开创性的工作。目前，这一方法已被广泛地用于CAGD与CAM中。1974年在美国Utah大学召开的首次CAGD国际会议上，Coons曲面、B样条曲面与Bezier曲面共同被列为会议的主题。由此可见它们在CAGD中的重要性。

在实际使用中, Bezier 曲线有时会出现与所给的控制多边形的形状脱离太远的现象, 特别当控制多边形有凹凸交替时的情况尤为明显; 另一方面, B 样条函数理论与算法在七十年代初有了很大的发展, 特别是 de Boor-Cox 递推定义很容易使 B 样条函数拓广到参数形式。由于以上两个原因, Riesenfeld 于 1973 年具体实现了从多项式函数到参数样条曲线的拓广。在 Bezier 方法中, 控制多边形的边数等于相应函数的次数; 而在 B 样条参数曲线中, 控制多边形的边数可以远大于样条的次数, 这样就能大大降低所用参数多项式的次数, 减少计算量, 增加计算的稳定性, 并便于对所生成的曲线形状进行控制。在此之后, B 样条曲线, 特别是常用的三次 B 样条曲线, 在 CAGD 中获得了广泛的应用。

“计算几何”这个术语最初是由 Minsky 和 Papert 于 1969 年作为模型识别的代用词被提出来的。1972 年, 英国著名学者 A.R.Forrest 给计算几何下了正式的定义: 计算几何是“对几何外形信息的计算机表示、分析和综合”。1974 年, Forrest 又对定义作了补充: “计算几何讨论所有有关形状信息在计算机内表示及用计算机控制的问题。”在这里特别强调了计算机控制问题, 这正是对几何外形设计时要进行反复修改的反映。

1.3 现状及动向

计算几何这门新兴的边缘学科, 近年来发展表现出了以下几个方面的显著特征: 几何化、代数化(离散化)、图形化和应用的广泛化。

(1) 几何化

计算几何研究的对象是几何图形。早期人们对于图形的研究一般都是先建立坐标系, 把图形转换成函数, 然后用插值和逼近的数学方法, 特别是用样条函数作为工具来分析图形。在许多问

题中，这些研究是卓有成效的。然而，这种方法过多地依赖于坐标系的选取，缺乏几何不变性，因而有一定的局限性。例如大挠度曲线以及曲线的奇点等问题，单纯的函数论方法就难以解决。

几何图形是实际物体的抽象描述，几何化是研究对象本身性质所决定的一种必然趋势。1972年以来，苏步青教授在计算几何中开创性地运用了代数曲线论的仿射不变量方法，研究和解决 m 维仿射空间中参数曲线及有理参数曲线的奇点和拐点分布问题，取得了一系列重要的理论结果，逐步形成了以几何不变量方法研究自由曲线、曲面的理论体系。这些理论研究成果，已经在造船、航空和汽车等工业部门的外形设计中获得了成功的应用。

在其他方面，如曲线几何逼近的新方法， n 次Bezier曲线和 n 次B样条曲线的凸性定理，国内外学者都作了大量的工作。据有关专家预测，这种几何化的观点和结果还将对其他领域（如数值分析等）产生影响。

（2）代数化

在国外，计算几何的代数化有一股很强的势头。为了在计算机及图形显示终端上表示和处理各种复杂的曲面和几何形体，需要大量的计算，需要将问题代数化、线性化、离散化，特别对于最新式的全色调连续色调的图形（不同于线画显示），必须对显示屏上的光栅网格点逐点进行扫描计算，例如对 1000×1000 个栅格，就有100万个点，每更新一帧画面需作上亿次运算，因此，计算问题直接影响到图形显示的质量和速度，而质量和速度问题对动态显示尤其重要。

目前，B样条曲面在几何外形设计中占有愈来愈重要的地位，原因如下：

- 1) 它能表示包括折角线，甚至断开的各种线型。
- 2) 只用较少一些参数就能完整地表示象船壳曲面及汽车车身曲面这样一些复杂的曲面。
- 3) 形状易于控制。