

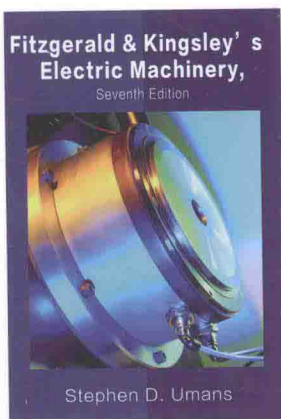
电气工程、自动化专业规划教材

Mc  
Graw  
Hill  
Education

# 电机学 (第七版) (英文版)

Fitzgerald & Kingsley's Electric Machinery  
Seventh Edition

【美】 Stephen D. Umans 著



电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

电气工程、自动化专业规划教材

# 电 机 学

(第七版)(英文版)

Fitzgerald & Kingsley's Electric Machinery  
Seventh Edition

[美] Stephen D. Umans 著

电子工业出版社  
Publishing House of Electronics Industry  
北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书是电机学领域的经典教材,正文内容包括磁路和磁性材料、变压器、机电能量转换原理、旋转电机概述、同步电机、多相感应电机、直流电机、变磁阻电机和步进电动机、单相电动机和两相电动机、转速和转矩控制等,附录内容包括三相电路、交流分布绕组电压、磁场和电感、dq0 变换、实际电机性能和运行的工程问题、常数、SI 单位转换系数表等。全书在强调基本原理的同时,介绍了稀土永磁材料、永磁交流电机、变磁阻电机、步进电动机等新内容,更新与扩充了关于感应电机的内容,修订了全书中的习题与示例,引入了 MATLAB, 添加了便于读者学习的指导意见,同时在配套网站上提供了本书的习题解答。

本书可作为高等院校工科电气工程及其自动化专业或其他相关专业学生的教材或教学参考书,也可作为工程技术人员的参考用书。

Stephen D. Umans: Fitzgerald & Kingsley's Electric Machinery, Seventh edition

ISBN:9780073380469

Copyright © 2013 by McGraw-Hill Education.

All Rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including without limitation photocopying, recording, taping, or any database, information or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

This authorized Bilingual edition is jointly published by McGraw-Hill Education (Asia) and Publishing House of Electronics Industry. This edition is authorized for sale in the People's Republic of China only, excluding Hong Kong, Macao SAR and Taiwan.

Copyright © 2013 by The McGraw-Hill Asia Holdings(Singapore) PTE. LTD and Publishing House of Electronics Industry.

版权所有。未经出版人事先书面许可,对本出版物的任何部分不得以任何方式或途径复制或传播,包括但不限于复印、录制、录音,或通过任何数据库、信息或可检索的系统。本授权双语版由麦格劳-希尔(亚洲)教育出版公司和电子工业出版社出版。此版本经授权仅限在中华人民共和国境内(不包括香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾)销售。

版权 © 2013 由麦格劳-希尔(亚洲)教育出版公司与电子工业出版社所有。本书封面贴有 McGraw-Hill Education 公司防伪标签,无标签者不得销售。

版权贸易合同登记号 图字:01-2013-4710

### 图书在版编目(CIP)数据

电机学 = Fitzgerald; 第 7 版; 英文 / (美) 乌曼 (Umans, S.) 著. —北京: 电子工业出版社, 2013. 10

电气工程、自动化专业规划教材

ISBN 978-7-121-21546-9

I. ①电… II. ①乌… III. ①电机学 - 高等学校 - 教材 - 英文 IV. ①TM3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 225483 号

策划编辑: 谭海平

责任编辑: 谭海平

印 刷: 三河市双峰印刷装订有限公司

装 订: 三河市双峰印刷装订有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787 × 980 1/16 印张: 45 字数: 1310 千字

印 次: 2013 年 10 月第 1 次印刷

定 价: 89.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zllts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010)88258888。

# 前 言

自 Fitzgerald 和 Kingsley 教授于 1952 年首次出版第一版以来, 本书的一贯宗旨是, 始终将重点放在对电机特性内部物理本质, 以及应用解析方法来描述电机性能的分析这两个方面。自第一版出版发行以来, 情况有了很多变化, 例如低损耗电工钢、稀土永磁材料的开发, 制造技术的改进, 以及电力电子控制和驱动系统的出现等。

然而, 主宰电机特性的基本原理保持不变。本书长久以来的声誉, 在很大程度上就源于其侧重于这些基础原理。每次新版编写所面临的挑战都是, 既要适当地使一些处理方法“现代化”, 又要保持这一基本中心思想不变。在以前版本的现代化中, 已经放入了对稀土永磁材料的介绍, 引入了永磁交流电机、变磁阻(开关磁阻)电机和步进电动机, 以及对磁场定向控制策略的讨论等。

第六版的重要改进是, 引入 MATLAB 在例题和练习题以及章末习题中的应用。MATLAB<sup>①</sup> 在很多大学得到了广泛使用, 并有学生版本<sup>②</sup>。虽然本书的读者不需要具备高深的数学知识, 但书中的数学运算可能会使读者稍感棘手和枯燥, 在交流电机的分析中尤其如此, 因为分析中有大量涉及复数的代数运算。像 MATLAB 等这一类分析工具, 可以将学生从冗长乏味的计算中解放出来, 而这种计算本身对加深理解所学内容几无帮助。

考虑这样一个问题: 在第一版出版发行的那些年代, 学生可以使用的主要计算工具是计算尺。由于涉及求解带有复变量的方程, 当仅利用计算尺计算感应电机在单个负载点的性能时, 就是一项艰巨的任务, 可能相当耗时, 且存在很大计算出错的概率。

时间很快就到了 2013 年。求解相同问题的 MATLAB 程序, 可以很容易地在几分钟内完成编写和调试, 然后基本上即刻得到答案。只需要稍加修改, 同样的程序就可用于计算、描绘和观察电动机在其整个运行范围的性能, 以及研究参数变化的影响等。这一任务如果用计算尺(或者甚至用计算器)来做, 就需要对很多运行点的重复计算, 而每一个运行点的计算都会像第一次计算那样耗时。

应该强调, 虽然在本书中选择使用 MATLAB, 但还有许多同等功能的数值分析计算程序可供选择, 用起来同样有效。关键的一点是, 这类程序的使用, 能极大地减轻学生的计算负担, 进而显著增强其关注于原理来思考问题的能力。

注意, 即使没有明确建议, 书中的大多数章末习题也都可以用 MATLAB 或同类软件来处理。因而, 对那些能轻松自如地使用此类工具的学生, 应鼓励他们去使用, 以使他们从烦琐

---

① MATLAB 和 Simulink 都是 MathWorks, Inc., 3 Apple Hill Drive, Natick, MA 01760 (<http://www.mathworks.com>) 的注册商标。

② MATLAB 学生版本由 MathWorks, Inc. (<http://www.mathworks.com>) 出品和发售。

的手算折磨中解脱出来。在求解课后习题时，当然仍应该要求学生以书面形式来说明他们是如何解答的，因为正是解答的过程才是理解所学内容的关键。然而，问题完全公式化后，从摆弄数字本身一般就不再能学到什么东西。首要的是，要从求解的过程和对结果的审查中体现出做例题和章末习题的价值。

此外，在进行第六版修订的时候，与能量转换相关的主题又被重新引入许多工科课程计划中。根据涉及这些教学计划的教师的反馈意见，纳入了涵盖电力电子学基本原理的一章，重点是其在电机领域的应用。当然并未打算用电力电子学一章来替代有关电力电子学的成熟课程，现在很多工科教学计划中都有这样的课程。先期阅览了本次第七版的教师提出，不再需要放入电力电子学一章，因此已将其从第七版中剔出并移到了第七版的网站中。

本次修订侧重于支撑电机特性的基本物理原理，这是本书自第一版以来所一直强调的，因此无须改变。再者，纵览第六版及其前面的版本发现，除了删除关于电力电子学的一章，也没有必要修改其他主题所涵盖的范围。另一方面，删除电力电子学一章也为其他主题留出了扩充的空间。因此，本次修订的重要特征是：

- 本书呈现的所有内容都已经做了仔细的审查、修订和/或必要的扩充，使其更加透彻。其中一例是第5章中对永磁交流电机分析处理的扩充。类似地，第7章关于直流电机内容的呈现也已做了重新组织，使其更加明晰。
- 本版中增加了15个新例题，使得书中的例题总数达到了111个。此外，修改了前一版中的一些例题。
- 本版总共371个章末习题中，有96个是新习题。其余的几乎所有习题，虽然保留了前一版的形式，但在内容上或数值上都做了更改，因而以前的解答不再能用。
- 在第七版的例题、练习题和章末习题中，相当多地扩展了MATLAB的使用。
- 这一版的新变化之一是，在每章章末放入了该章出现的变量符号和其定义的列表。
- 第七版介绍了一些关于电机动态过程的简单例子，也包含了几个MATLAB/Simulink例题和习题。
- 更新了前一版中的绝大多数图片。

就像过去版本中的情况一样，对于一门单纯介绍性的课程来说，第七版中很可能包含了太多的内容。但书中的内容已经做了精心组织，使得教师可以挑选适合于他们所希望包括的主题内容。最初的两章介绍磁路的基本概念、磁性材料及变压器，第3章介绍机电能量转换的基本概念，然后第4章给出对各种类型(旋转)电机的总览和介绍。有些教师会在介绍性的课程中，选择省略掉第3章的所有内容或大部分内容，这样做是可行的，而且不会对本书其余内容的呈现产生太大影响。

接下来的五章对各种类型的(旋转)电机做了更深入的讨论：同步电机在第5章讨论，感应电机在第6章讨论，直流电机在第7章讨论，变磁阻电机在第8章讨论，单相/两相电动机在第9章讨论。由于各章几乎是独立的(第9章的内容除外，它基于第6章中对多相感应电

机的讨论), 所以这些章的次序可以改变, 而且/或者教师可以选择侧重于一种或两种类型的电机, 而不必覆盖所有这五章的内容。

最后, 教师可能希望从第 10 章有关控制的内容中挑选专题, 而不是包括所有内容。关于转速控制的内容, 是对较早前有关各种类型电机的章节中所出现内容的相对直接扩展。有关磁场定向控制的内容理解起来稍显复杂, 它建立在附录 C 中  $dq0$  变换的基础之上, 因此, 在介绍性的课程中省略掉这部分内容, 将其推迟到以后更高级的课程中, 以便有充足的时间去学习, 当然是合情合理的。

我要特别感谢南卡罗来纳大学(University of South Carolina)的 Charles Brice 教授和塞达维尔大学(Cedarville University)的 Gerald Brown 教授, 他们细心审查了书稿的各个章节, 捕捉到了许多打字和数字错误。我也想要感谢很多其他审阅者, 他们在本次修订的策划过程中提供了很多反馈意见。

Mukhtar Ahmad – *Aligarh Muslim University*

Said Ahmed – Zaid – *Boise State University*

Steven Barrett – *University of Wyoming*

Tapas Kumar Bhattacharya – *Indian Institute of Technology Kharagpur*

Kalpna Chaudhary – *Indian Institute of Technology, Banaras Hindu University, Varanasi*

Nagamani Chilakapati – *National Institute of Technology Tiruchirapalli*

S. Arul Daniel – *National Institute of Technology Tiruchirapalli*

Jora M. Gonda – *National Institute of Technology Surathkal*

N. Ammasai Gounden – *National Institute of Technology Tiruchirapalli*

Alan Harris – *University of North Florida*

R. K. Jarial – *National Institute of Technology Hamirpur*

Urmila Kar – *National Institute of Technical Teachers' Training and Research, Kolkata*

M. Rizwan Khan – *Aligarh Muslim University*

Jonathan Kimball – *Missouri University of Science and Technology*

Dave Krispinsky – *Rochester Institute of Technology*

Prabhat Kumar – *Aligarh Muslim University*

Praveen Kumar – *Indian Institute of Technology Guwahati*

N. Kumaresan – *National Institute of Technology Tiruchirapalli*

Eng Gee Lim – *Xi'an Jiaotong – Liverpool University*

Timothy Little – *Dalhousie University*

S. N. Mahendra – *Indian Institute of Technology, Banaras Hindu University, Varanasi*

Yongkui Man – *Northeastern University, China*

David McDonald – *Lake Superior State University*

Shafique S. Mirza – *New Jersey Institute of Technology*

Medhat M. Morcos – *Kansas State University*  
G. Narayanan – *Indian Institute of Science, Bangalore*  
Adel Nasiri – *University of Wisconsin – Milwaukee*  
Sudarshan R. Nelatury – *Penn State*  
Sanjoy K. Parida – *Indian Institute of Technology Patna*  
Amit N. Patel – *Nirma University*  
Peter W. Sauer – *University of Illinois at Urbana – Champaign*  
Hesham Shaalan – *US Merchant Marine Academy*  
Karma Sonam Sherpa – *Sikkim – Manipal Institute of Technology*  
Ajay Srivastava – *G. B. Pant University of Agriculture & Technology*  
Murry Stocking – *Ferris State University*  
A. Subramanian – *V. R. S College of Engineering and Technology*  
Wayne Weaver – *Michigan Technological University*  
Jin Zhong – *University of Hong Kong*

有兴趣的读者可以访问本书的网站 [www.mhhe.com/umans7e](http://www.mhhe.com/umans7e)。第六版中的电力电子学一章已粘贴在了此网站上。在教师版上，为教师粘贴了可下载版本的解答手册、书中插图的 PowerPoint 幻灯片以及 PowerPoint 形式的讲授大纲。为学生和教师提供了书中用到的各个例题的 MATLAB 和 Simulink 文件的副本。

在这一版本的修订期间，我的母亲 Nettie Umans 去世了，我一直盼望着和她分享这一版本，她应该很激动地看到了第七版的出版。我深深怀念她！

Stephen D. Umans  
Belmont, MA  
2013

## 作者简介

Stephen D. Umans: 于美国麻省理工学院获得电气工程理学学士、硕士、博士学位，曾为 MIT 机电系统实验室主任研究员、MIT 电气工程和计算机科学系教授，现为独立顾问。美国国家工程院院士、IEEE 会士，曾获 IEEE 电力工程协会授予的 Cyril Veinott 机电能量转换奖。

# 简要目录

1	Magnetic Circuits and Magnetic Materials	1
第 1 章	磁路和磁性材料	1
2	Transformers	63
第 2 章	变压器	63
3	Electromechanical – Energy – Conversion Principles	122
第 3 章	机电能量转换原理	122
4	Introduction to Rotating Machines	190
第 4 章	旋转电机概述	190
5	Synchronous Machines	262
第 5 章	同步电机	262
6	Polyphase Induction Machines	344
第 6 章	多相感应电机	344
7	DC Machines	403
第 7 章	直流电机	403
8	Variable – Reluctance Machines and Stepping Motors	460
第 8 章	变磁阻电机和步进电动机	460
9	Single – and Two – Phase Motors	510
第 9 章	单相电动机和两相电动机	510
10	Speed and Torque Control	553
第 10 章	转速及转矩控制	553
Appendix A	Three – Phase Circuits	635
附录 A	三相电路	635
Appendix B	Voltages, Magnetic Fields, and Inductances of Distributed AC Windings	651
附录 B	交流分布绕组的电压、磁场和电感	651
Appendix C	The dq0 Transformation	664
附录 C	dq0 变换	664
Appendix D	Engineering Aspects of Practical Electric Machine Performance and Operation	676
附录 D	实际电机性能和运行的工程问题	676
Appendix E	Table of Constants and Conversion Factors for SI Units	688
附录 E	常数、SI 单位转换系数表	688
Index		689
索引		689



# 目 录

第 1 章 磁路和磁性材料	1
1.1 磁路概述	2
1.2 磁链、电感和能量	11
1.3 磁性材料的特性	19
1.4 交流励磁	22
1.5 永磁体	29
1.6 永磁材料的应用	34
1.7 小结	45
1.8 第 1 章变量符号表	46
1.9 习题	47
第 2 章 变压器	63
2.1 变压器概述	63
2.2 空载运行	65
2.3 二次侧电流的影响和理想变压器	70
2.4 变压器电抗及等效电路	74
2.5 变压器的工程分析	78
2.6 自耦变压器和多绕组变压器	87
2.7 三相变压器	91
2.8 电压互感器和电流互感器	96
2.9 标么值体系	101
2.10 小结	109
2.11 第 2 章变量符号表	110
2.12 习题	112
第 3 章 机电能量转换原理	122
3.1 磁场系统中的力和转矩	123
3.2 能量平衡和能量方法	126
3.3 单边励磁场系统中的能量	129
3.4 由储能确定磁场力和转矩	133
3.5 由磁共能确定力和转矩	139

3.6	单边励磁场系统	146
3.7	含永磁体系统中的力和转矩	152
3.8	动态方程	161
3.9	分析方法	165
3.10	小结	171
3.11	第3章变量符号表	172
3.12	习题	173
<b>第4章</b>	<b>旋转电机概述</b>	<b>190</b>
4.1	基本概念	190
4.2	交流和直流电机概述	193
4.3	分布绕组的磁势	202
4.4	旋转电机中的磁场	212
4.5	交流电机中的旋转磁势波	216
4.6	感应电势	223
4.7	隐极电机的转矩	229
4.8	直线电机	241
4.9	磁场饱和	244
4.10	漏磁通	247
4.11	小结	249
4.12	第4章变量符号表	251
4.13	习题	252
<b>第5章</b>	<b>同步电机</b>	<b>262</b>
5.1	多相同步电机概述	262
5.2	同步电机的电感和等效电路	265
5.3	开路特性和短路特性	274
5.4	稳态功角特性	284
5.5	稳态运行特性	293
5.6	凸极效应,直轴和交轴理论简介	306
5.7	凸极电机的功角特性	312
5.8	永磁交流电动机	319
5.9	小结	330
5.10	第5章变量符号表	331
5.11	习题	332

<b>第6章 多相感应电机</b> .....	344
6.1 多相感应电机概述.....	344
6.2 多相感应电机中的电流和磁通.....	348
6.3 感应电动机的等效电路.....	351
6.4 等效电路分析.....	355
6.5 应用戴维南定理计算转矩和功率.....	360
6.6 利用空载试验和堵转试验确定参数.....	370
6.7 转子电阻的影响:绕线式和双笼型转子 .....	381
6.8 小结.....	388
6.9 第6章变量符号表.....	389
6.10 习题 .....	390
<b>第7章 直流电机</b> .....	403
7.1 概述.....	403
7.2 换向器的作用.....	411
7.3 分析基础:电路方面 .....	413
7.4 电枢磁势的效应.....	417
7.5 分析基础:磁路方面 .....	420
7.6 稳态直流电机性能.....	428
7.7 永磁直流电机.....	436
7.8 换向和换向极.....	442
7.9 补偿绕组.....	444
7.10 串励通用电动机 .....	446
7.11 小结 .....	447
7.12 第7章变量符号表 .....	448
7.13 习题 .....	450
<b>第8章 变磁阻电机和步进电动机</b> .....	460
8.1 变磁阻分析基础.....	461
8.2 实际变磁阻的结构.....	468
8.3 产生转矩的电流波形.....	474
8.4 非线性分析.....	487
8.5 步进电动机.....	495
8.6 小结.....	503
8.7 第8章变量符号表.....	505
8.8 习题.....	505

<b>第 9 章 单相电动机和两相电动机</b> .....	510
9.1 单相感应电动机:定性分析 .....	510
9.2 单相感应及同步电动机的起动和运行性能 .....	513
9.3 单相感应电动机的旋转磁场理论 .....	521
9.4 两相感应电动机 .....	528
9.5 小结 .....	546
9.6 第 9 章变量符号表 .....	547
9.7 习题 .....	548
<b>第 10 章 转速及转矩控制</b> .....	553
10.1 直流电动机的控制 .....	554
10.2 同步电动机的控制 .....	572
10.3 感应电动机的控制 .....	597
10.4 变磁阻电动机的控制 .....	615
10.5 小结 .....	619
10.6 第 10 章变量符号表 .....	620
10.7 参考文献 .....	621
10.8 习题 .....	622
<b>附录 A 三相电路</b> .....	635
A.1 三相电压的产生 .....	635
A.2 三相电压、电流和功率 .....	638
A.3 Y 和 $\Delta$ 接法电路 .....	642
A.4 对称三相电路分析(单线图) .....	647
A.5 附录 A 变量符号表 .....	650
<b>附录 B 交流分布绕组的电压、磁场和电感</b> .....	651
B.1 感应电势 .....	651
B.2 电枢磁势波 .....	657
B.3 分布绕组的气隙电感 .....	660
B.4 附录 B 变量符号表 .....	663
<b>附录 C dq0 变换</b> .....	664
C.1 直轴和交轴变量的变换 .....	664
C.2 以 dq0 变量表示的同步电机基本关系 .....	667
C.3 以 dq0 变量表示的感应电机基本关系 .....	671
C.4 附录 C 变量符号表 .....	674

附录 D 实际电机性能和运行的工程问题	676
D.1 损耗	676
D.2 定额和发热	679
D.3 电机的冷却方式	682
D.4 励磁	684
D.5 电机的效率	686
附录 E 常数、SI 单位转换系数表	688
索引	689

# Magnetic Circuits and Magnetic Materials

本书的目的是学习用于电能和机械能相互转换的装置。重点放在旋转电磁机械上，因为大多数机电能量转换借此来实现。但是，所得到的方法普遍适用于各种其他装置，包括直线电机、执行机构和传感器。

虽然变压器不是机电能量转换装置，但它是整个能量转换过程中的一个重要组成部分，因而在第2章进行讨论。正像本书中所讨论的大多数机电能量转换装置一样，磁耦合的绕组是变压器工作的核心所在。因此，针对变压器分析所得到的方法，奠定了后续讨论旋转电机的基础。

事实上，所有变压器和电机均采用铁磁材料来定形和导向磁场，而磁场对能量传递和转换起着媒介的作用。永磁材料在电机中也得到了广泛应用。如果没有这些材料，大多数为人们所熟悉的机电能量转换装置就不可能付诸实践。具备分析和描述含有此类材料的系统的能力，是设计和理解机电能量转换装置的基础。

本章将导出一些磁场分析的基本方法，并简要介绍实用磁性材料的性能。在第2章，将这些结论用于变压器的分析，在以后各章中将用于旋转电机的分析。

本书假设读者已经具备磁场和电场理论的基本知识，这些知识点在工科学生的基础物理课程中可以找到。某些读者可能学过基于麦克斯韦方程的电磁场理论课程，但深入理解麦克斯韦方程并不是掌握本书内容的先决条件。磁路分析方法提供了对精确的场理论解的代数近似，被广泛用于机电能量转换装置的研究，并构成了此处所介绍的大多数分析的基础。

## 1.1 INTRODUCTION TO MAGNETIC CIRCUITS

The complete, detailed solution for magnetic fields in most situations of practical engineering interest involves the solution of Maxwell's equations and requires a set of constitutive relationships to describe material properties. Although in practice exact solutions are often unattainable, various simplifying assumptions permit the attainment of useful engineering solutions.<sup>1</sup>

We begin with the assumption that, for the systems treated in this book, the frequencies and sizes involved are such that the displacement-current term in Maxwell's equations can be neglected. This term accounts for magnetic fields being produced in space by time-varying electric fields and is associated with electromagnetic radiation. Neglecting this term results in the magneto-quasi-static form of the relevant Maxwell's equations which relate magnetic fields to the currents which produce them.

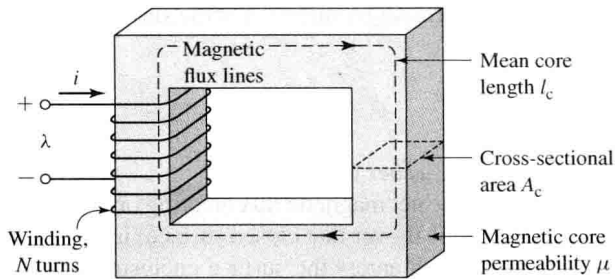
$$\oint_C \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} \quad (1.1)$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = 0 \quad (1.2)$$

Equation 1.1, frequently referred to as *Ampere's Law*, states that the line integral of the tangential component of the *magnetic field intensity*  $\mathbf{H}$  around a closed contour  $C$  is equal to the total current passing through any surface  $S$  linking that contour. From Eq. 1.1 we see that the source of  $\mathbf{H}$  is the *current density*  $\mathbf{J}$ . Eq. 1.2, frequently referred to as *Gauss' Law for magnetic fields*, states that *magnetic flux density*  $\mathbf{B}$  is conserved, i.e., that no net flux enters or leaves a closed surface (this is equivalent to saying that there exist no monopolar sources of magnetic fields). From these equations we see that the magnetic field quantities can be determined solely from the instantaneous values of the source currents and hence that time variations of the magnetic fields follow directly from time variations of the sources.

A second simplifying assumption involves the concept of a *magnetic circuit*. It is extremely difficult to obtain the general solution for the magnetic field intensity  $\mathbf{H}$  and the magnetic flux density  $\mathbf{B}$  in a structure of complex geometry. However, in many practical applications, including the analysis of many types of electric machines, a three-dimensional field problem can often be approximated by what is essentially

<sup>1</sup> Computer-based numerical solutions based upon the finite-element method form the basis for a number of commercial programs and have become indispensable tools for analysis and design. Such tools are typically best used to refine initial analyses based upon analytical techniques such as are found in this book. Because such techniques contribute little to a fundamental understanding of the principles and basic performance of electric machines, they are not discussed in this book.



**Figure 1.1** Simple magnetic circuit.  $\lambda$  is the winding flux linkage as defined in Section 1.2.

a one-dimensional circuit equivalent, yielding solutions of acceptable engineering accuracy.

A magnetic circuit consists of a structure composed for the most part of high-permeability magnetic material.<sup>2</sup> The presence of high-permeability material tends to cause magnetic flux to be confined to the paths defined by the structure, much as currents are confined to the conductors of an electric circuit. Use of this concept of the magnetic circuit is illustrated in this section and will be seen to apply quite well to many situations in this book.<sup>3</sup>

A simple example of a magnetic circuit is shown in Fig. 1.1. The core is assumed to be composed of magnetic material whose *magnetic permeability*  $\mu$  is much greater than that of the surrounding air ( $\mu \gg \mu_0$ ) where  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m is the magnetic permeability of free space. The core is of uniform cross section and is excited by a winding of  $N$  turns carrying a current of  $i$  amperes. This winding produces a magnetic field in the core, as shown in the figure.

Because of the high permeability of the magnetic core, an exact solution would show that the magnetic flux is confined almost entirely to the core, with the field lines following the path defined by the core, and that the flux density is essentially uniform over a cross section because the cross-sectional area is uniform. The magnetic field can be visualized in terms of flux lines which form closed loops interlinked with the winding.

As applied to the magnetic circuit of Fig. 1.1, the source of the magnetic field in the core is the ampere-turn product  $Ni$ . In magnetic circuit terminology  $Ni$  is the *magnetomotive force* (mmf)  $\mathcal{F}$  acting on the magnetic circuit. Although Fig. 1.1 shows only a single winding, transformers and most rotating machines typically have at least two windings, and  $Ni$  must be replaced by the algebraic sum of the ampere-turns of all the windings.

<sup>2</sup> In its simplest definition, magnetic permeability can be thought of as the ratio of the magnitude of the magnetic flux density  $B$  to the magnetic field intensity  $H$ .

<sup>3</sup> For a more extensive treatment of magnetic circuits see A.E. Fitzgerald, D.E. Higgenbotham, and A. Grabel, *Basic Electrical Engineering*, 5th ed., McGraw-Hill, 1981, chap. 13; also E.E. Staff, M.I.T., *Magnetic Circuits and Transformers*, M.I.T. Press, 1965, chaps. 1 to 3.



The net *magnetic flux*  $\phi$  crossing a surface  $S$  is the surface integral of the normal component of  $\mathbf{B}$ ; thus

$$\phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} \quad (1.3)$$

In SI units, the unit of  $\phi$  is the *weber* (Wb).

Equation 1.2 states that the net magnetic flux entering or leaving a closed surface (equal to the surface integral of  $\mathbf{B}$  over that closed surface) is zero. This is equivalent to saying that all the flux which enters the surface enclosing a volume must leave that volume over some other portion of that surface because magnetic flux lines form closed loops. Because little flux “leaks” out the sides of the magnetic circuit of Fig. 1.1, this result shows that the net flux is the same through each cross section of the core.

For a magnetic circuit of this type, it is common to assume that the magnetic flux density (and correspondingly the magnetic field intensity) is uniform across the cross section and throughout the core. In this case Eq. 1.3 reduces to the simple scalar equation

$$\phi_c = B_c A_c \quad (1.4)$$

where

$\phi_c$  = core flux

$B_c$  = core flux density

$A_c$  = core cross-sectional area

From Eq. 1.1, the relationship between the mmf acting on a magnetic circuit and the magnetic field intensity in that circuit is.<sup>4</sup>

$$\mathcal{F} = Ni = \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} \quad (1.5)$$

The core dimensions are such that the path length of any flux line is close to the mean core length  $l_c$ . As a result, the line integral of Eq. 1.5 becomes simply the scalar product  $H_c l_c$  of the magnitude of  $\mathbf{H}$  and the mean flux path length  $l_c$ . Thus, the relationship between the mmf and the magnetic field intensity can be written in magnetic circuit terminology as

$$\mathcal{F} = Ni = H_c l_c \quad (1.6)$$

where  $H_c$  is average magnitude of  $\mathbf{H}$  in the core.

The direction of  $H_c$  in the core can be found from the *right-hand rule*, which can be stated in two equivalent ways. (1) Imagine a current-carrying conductor held in the right hand with the thumb pointing in the direction of current flow; the fingers then point in the direction of the magnetic field created by that current. (2) Equivalently, if the coil in Fig. 1.1 is grasped in the right hand (figuratively speaking) with the fingers

<sup>4</sup> In general, the mmf drop across any segment of a magnetic circuit can be calculated as  $\int \mathbf{H} d\mathbf{l}$  over that portion of the magnetic circuit.