

希尔伯特—黄变换理论 及其在重大工程变形监测中的应用

徐 佳 麻凤海 著



煤炭工业出版社

更 换 容 内

希尔伯特—黄变换理论及其在 重大工程变形监测中的应用

徐 佳 麻凤海 著

随着人们对重大工程安全性的关注，对这些结构的状态进行监测，及时为结构的变形状况给出评估，进而在家坏来临之前进行预警，将大大减少这类事故的损失。



随着地震监测研究工作的持续开展，监测到的地震数据的安全和正常工作要以科学的理论方法、从本世纪九十年代以来，更形监测到的数据的分析与处理是关键环节。传统的信号分析技术如 Fourier 变换，它为检测信号提供了条件非常有效。Fourier 变换在工程结构中产生的数据是线性的，并且产生数据的系统必须是线性的。然而，在土木工程结构中，大部分测量的数据是非线性的，或者是非线性的。因此，Fourier 分析法不能捕捉非线性物理过程中固有的非线性和非平稳特性。以 Fourier 变换为基础的方法如小波分析、Wigner-Ville 等都尝试以 Fourier 变换为基础并试图对其进行修正。这些方法在识别振动信号所包含的固有的非线性和非平稳特性上仍存在局限性。正是在这样的背景下，Hilber-Huang 经过潜心研究和认真总结提出了 Hilber-Huang 变换方法（简称 EMD）。这种方法的基本思想是先使用经验模态分解 (EMD) 将复杂信号（非线性和非平稳）分解成有限个固有模态函数 (IMF)，然后对所有的 IMF 进行 Hilber 变换，构造信号的时频奇解图，即 Hilber 变换谱。简而言之，EMD 方法为非线性和非平稳信号提供了一种新的分析方法。

煤 炭 工 业 出 版 社

· 北 京 ·

0177.1

09



北航

C1700408

图书在版编目 (CIP) 数据

希尔伯特—黄变换理论及其在重大工程变形监测中的应用/
徐佳, 麻凤海著. --北京: 煤炭工业出版社, 2013

ISBN 978 - 7 - 5020 - 4266 - 0

I. ①希… II. ①徐… ②麻… III. ①希尔伯特变换—
应用—建筑工程—变形观测 IV. ①O177. 1 ②TU196

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 159251 号

煤炭工业出版社 出版
(北京市朝阳区芍药居 35 号 100029)

网址: www.cciph.com.cn

北京房山宏伟印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*

开本 787mm × 1092mm¹/₁₆ 印张 8¹/₄
字数 189 千字

2013 年 7 月第 1 版 2013 年 7 月第 1 次印刷
社内编号 7094 定价 27.00 元

版权所有 违者必究

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 本社负责调换

内 容 提 要

变形监测数据处理是结构健康监测的一个重要内容。大型结构变形监测的数据往往表现出非线性、非平稳、含有强噪声及多种频率成分叠加的多尺度特征等特点。作者基于理论分析、数值仿真、实验及现场监测等方法，对希尔伯特—黄（HHT）理论进行了系统研究，对基于 EEMD 滤波去噪特性及其在结构动态特性分析的模型建立等问题进行了分析；之后结合 GPS 动态监测数据处理、阜新海州露天矿边坡监测数据处理、GPS 桥梁动态监测特性分析，以及基于地面微波雷达桥梁动态监测数据处理等实例，介绍了 HHT 在重大工程变形监测中的分析方法。

本书可供工程测量、土木工程、结构监测等领域的研究人员、工程技术人员和高等院校相关专业师生参考。

著 奉 风 林 书 翰



基础工业出版社

· 京 ·

前 言

随着工程技术的迅猛发展，土木工程领域出现了许多大跨桥梁、超高层建筑、规模巨大的体育馆和剧院、大型水坝等，这类重大工程使用期限长达几十年甚至上百年，在环境侵蚀，材料老化，荷载长期效应、疲劳效应及突变效应等灾害因素共同作用下，将不可避免地出现系统的损伤积累和抗力衰减，极端情况下可能会发生灾难性事故。目前，我国土木工程事故频发，如桥梁的突然折断、房屋骤然倒塌等，造成了重大的人员伤亡和财产损失，已经引起人们对重大工程安全性的关注。对这些结构的状态进行监测，及时对结构的变形状况给出评估，进而在灾难来临之前进行预测，将大大减少这类惨剧的发生。

结构健康监测研究工作的持续开展将为重大重点工程的结构安全和正常工作提供科学的理论依据、技术导引和监控措施。在这个过程中，变形监测数据的分析与处理是关键环节。近几十年来，动态信号分析技术获得了迅速的发展。传统的数据分析技术是用 Fourier 变换生成 Fourier 谱，它为检验信号的总体能量 - 频率分布提供了一个常用方法，在通常条件下非常有效。Fourier 变换的局限性在于要求数据必须是平稳的，足够长，并且产生数据的系统必须是线性的。然而，在土木工程结构中，大部分测量的振动数据是非平稳的，或者是非线性的。因此，Fourier 谱分析法不能捕捉振动物理过程中固有的非线性和非平稳特性。以 Fourier 变换为基础的方法如小波分析、Wigner – Ville 分布等都是以 Fourier 变换为基础并试图对其加以修正，这些方法在识别振动信号所包含的固有的非线性和非平稳特性上仍存在局限性。正是在这样的背景下，N. E. Huang 经过潜心研究和认真总结提出了 Hilbert – Huang 变换方法（简称 HHT）。这种方法的基本思想是先使用经验模态分解（EMD）将复杂信号（非线性或非平稳）分解成有限个固有模态函数（IMF），然后对所有的 IMF 进行 Hilbert 变换，构造信号的时频分解图，即 Hilbert 幅值谱，简称 Hilbert 谱。EMD 方法为非平稳信号进行 Hilbert 变换奠定了基础。EMD 分解及与之相关的 Hilbert 变换的最大优点是能够客观地处理非线性问题。

基于此，作者在 Hilbert – Huang 变换（HHT）理论及其在结构变形监测数据分析等方面进行了深入系统的研究。本书分析了当今国内外变形分析与预报理论方法，对这些方法的特点及应用进行分析，提出建立变形分析与预

报应考虑的因素；研究了希尔伯特—黄变换理论及其改进；构造一种新型的时空滤波方式并与小波去噪方法进行了比较，并将之应用在大型工程变形信号特征提取中；研究了 HHT 在 GPS 动态监测数据处理中的应用；研究了环境激励下基于分层引入随机减量技术（RDT）的 HHT 多自由度模态识别模型的建立，并将此模型用于桥梁工程的变形监测预报；将 HHT 与神经网络相结合用于边坡预测模型，开发了 EEMD-神经网络模型边坡变形分析预报系统，对非平稳、非线性动态系统时间序列进行预测。

徐佳对全书进行了组织和统稿，并撰写了第 2~7 章，第 1 章和第 8 章由麻凤海撰写。武汉大学黄声享教授对书中内容的研究和撰写出版提供了大力支持和重要帮助，辽宁工程技术大学杨帆教授为本书的撰写提供了宝贵的意见和建议，在此表示衷心感谢。本书撰写中参阅了大量的文献资料，在此谨向相关作者表示衷心的感谢。本书的主要内容是在国家自然科学基金（41274020）支持下完成的，在此表示感谢。

限于作者水平，书中不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

作 者

2013 年 5 月

目 录

1 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.2 变形分析的内涵	2
1.3 变形监测数据处理方法	4
1.4 希尔伯特—黄变换方法研究现状	12
2 希尔伯特—黄变换 (HHT) 基本原理与仿真研究	14
2.1 引言	14
2.2 Hilbert 变换与解析信号	15
2.3 本征模态函数 (IMF)	19
2.4 经验模态分解 (EMD)	20
2.5 Hilbert 谱和边际谱	25
2.6 集成经验模态分解 (EEMD) 法的理论研究	26
2.7 EEMD 消除模态混叠	36
2.8 EEMD 分解后处理	37
2.9 本章小结	39
3 EEMD 在监测信号去噪中的应用研究	40
3.1 引言	40
3.2 小波去噪法	41
3.3 EEMD 滤波特性	42
3.4 EEMD 滤波去噪法与小波去噪法的比较分析	44
3.5 EEMD 滤波在模态提取中的应用	48
3.6 本章小结	50
4 HHT 在环境激励下的结构模态识别中的应用	51
4.1 引言	51
4.2 环境激励下结构模态识别方法	52
4.3 基于 Hilbert 变换的模态参数识别	56
4.4 平稳随机激励下单自由度系统模态参数识别	58

4.5 平稳随机激励下多自由度系统模态参数识别	64
4.6 非平稳随机激励下的模态识别	70
4.7 本章小结	74
5 HHT 在桥梁动态变形监测中的应用	76
5.1 引言	76
5.2 桥梁健康监测发展	76
5.3 基于 HHT 的桥梁动态特性分析	78
5.4 基于地面微波干涉雷达桥梁挠度监测分析	88
5.5 本章小结	92
6 HHT 在 GPS 动态变形监测中的应用	93
6.1 引言	93
6.2 GPS 动态变形监测数据分析	95
6.3 基于集成经验模态分解 (EEMD) 的多路径效应消除方法研究	98
6.4 本章小结	108
7 HHT 在露天矿边坡变形监测中的应用	109
7.1 海州露天矿概况	109
7.2 基于 TCA2003 露天矿边坡自动监测系统	113
7.3 基于 HHT 的边坡变形分析与预测方法研究	115
7.4 本章小结	118
8 结束语	119
8.1 主要结论	119
8.2 创新点	120
8.3 今后工作的展望	120
参考文献	121

1 绪 论

1.1 研究背景

变形在自然界随处可见，它是指变形体在各种致变因素的作用下，其形状、大小及位置在时间域和空间域中的变化。变形发生过程实际上是由变形体渐变性位移形变到突然发生宏观移动的非线性过程。变形体可以看成是不确定的、动态开放性的复杂系统，其稳定性受地质因素、环境因素、气候因素和工程因素的综合影响，这些影响中有的是不确定的，具有随机性、模糊性、可变性等特点，且影响权重大小不一，同时这些致变因素之间又具有复杂的非线性关系。

变形在一定范围内是允许的，但如果超出允许值，则变形将会演变成灾害，引发生命财产损失。变形监测就是利用测量及其他专用仪器和方法对变形体的变形现象进行监测、观测的工作。其任务是确定变形体在各种载荷和外力的作用下形状、大小及位置变化的空间状态和时间特征。根据变形监测区域的大小，可将变形体分为三大类：全球性的、区域性的、工程与局部性的。本书主要研究第三类变形监测。变形监测涉及测量学、工程地质、结构力学、地球物理、计算机科学等诸多学科，因此它是一项跨学科的研究，正在向边缘学科、交叉学科发展，已成为测量工作者与其他学科专家合作研究的领域。

众所周知，工程结构在施工和运营期间，由于受到多种因素的影响，会产生变形，如果形变超出了规定限度，就会影响工程的正常运行，严重时还会危及工程结构的安全，给人民生命财产带来巨大的损失。尽管在设计时对工程结构采用了一定的安全系数，使其能承受所考虑到的多重外荷载的影响，但是设计不可能对工程的工作条件及承载能力作出完全准确的估计，施工质量也不可能完美无缺，工程结构在运行过程中还可能发生某些不利的变化，因此，国内外仍有一些工程出现事故，造成工程本身的重大损失，严重威胁人民的生命财产安全。例如，1963年意大利266 m高的Vajaut拱坝，库岸发生大滑坡，由于没有监测系统，短短7 min内就毁灭了1座城市和几个小镇，死亡3000余人。1967年12月，美国俄亥俄河上的银桥在交通高峰期因桥梁螺栓连接处的螺杆断裂而坍塌，导致46人死亡。美国的提堂土坝（Teton earthfill Dam）是一座不透水心墙坝，坝高93 m，坝顶长900 m，工程费用约8600万美元；大坝于1975年建成后由于监管不善，于1976年溃决，淹没良田超过40000 hm²，总计损失4亿美元左右。我国文峪河水库大坝，在施工时坝坡形变，由于人们没有基本的监测和检查概念，对严重的形变视而不见，从而导致了土坝大滑坡，造成严重事故。还有板桥、石漫滩大坝等的失事，都使人民群众蒙受了严重的损失。总造价达4亿元的宁波招宝山大桥全长2482 m，其单臂主梁跨度仅次于美国东亨顿大桥，被称为“亚洲第一、世界第二”，然而1998年大桥即将合龙之前，在建的招宝山

大桥突然发生中国建桥史上罕见的主梁断裂事故，十六号块接缝面出现破坏性裂崩，引发国内外广泛关注。2003 年发生在上海地铁 4 号线的重大施工事故，就是由于没有智能化的自动形变监测与管理系统，在险情征兆出现的情况下，不能自动向各有关部门实时报警，结果导致了事故的发生，直接经济损失达 1.5 亿元。1999 年 1 月，重庆市綦江人行彩虹桥突然整体垮塌，导致 40 人遇难。2000 年 8 月，台湾高屏大桥突然拦腰断裂，交通中断，16 辆汽车坠入河中，22 人受伤。2001 年 11 月，四川宜宾南门大桥桥面突然断裂。2004 年 6 月，辽宁盘锦市境内辽河大桥中孔突然垮塌，经确认是因为超限车辆长期作用，造成预应力系统内部损伤，导致桥板断裂。此外，还有许多大型桥梁在远未到使用年限时，被迫提早更换构件。如广州海印桥的部分斜拉索因锈蚀而断裂，武汉市江汉三桥的预应力系杆因突然断裂而被迫更换。

事实上，绝大多数工程建筑物的破坏，并非突然发生，而是有一个从量变到质变的过程。所以，即使建筑物存在一定的缺陷，设计理论、地质判断和施工质量等方面有不妥因素，若通过科学地监测、检查与分析，还是可以及时发现隐患并防患于未然的。目前各国都很重视变形监测工作，其已成为工程建设和管理工作中极其重要的组成部分。长期的经验与教训，使人们认识到对重大工程实施变形监测的重要意义。为此，国际测量师协会（FIG）先后设立了变形监测及自动化委员会和变形测量分析委员会，专门从事变形监测及数据处理的研究。

1.2 变形分析的内涵

变形分析的研究内容涉及变形数据处理与分析、变形物理解释和变形预报的各个方面，通常可将其分为变形的几何分析和变形的物理解释两部分。变形的几何分析是对变形体的形状和大小的变形作几何描述，其任务是描述变形体变形的空间状态和时间特性。变形物理解释的任务是确定变形体的变形和变形原因之间的关系，解释变形的原因。

1.2.1 变形的时空特征分析

传统的变形几何分析主要包括参考点的稳定性分析、观测值的误差处理和质量评定以及变形模型参数估计等内容。

监测点的变形信息是相对于参考点或一定基准的，如果所选基准本身不稳定或不统一，则由此获得的变形值就不能反映真正意义上的变形，因此，变形的基准问题是变形监测数据处理首先必须考虑的问题。过去对参考点的稳定性分析研究主要局限于周期性的监测网，其方法有很多。如 A. chrzanowski (1981) 论述了这样的 5 种方法：①以方差分析为基础进行整体检验的 Hannover 法 (H. Pelzer, 1971)，即通常所采用的“平均间隙法”；②以 B 检验法为基础的 Delft 法，即单点位移分量法；③以方差分析和点的位移向量为基础的 Karlsruhe 法；④考虑大地基准的 Munich 法；⑤以位移的不变函数分析为基础的 Fredericton 法。后来又发展了稳健—S 变换法，也称逐次定权迭代法。

实质上，自 20 世纪 70 年代末至 90 年代初，对几何变形分析研究得较为完善的是用常规地面测量技术进行周期性监测的静态模型，但它考虑的仅仅是变形体在不同观测时刻的空间状态，并没有很好地建立各个状态间的联系，更谈不上对变形监测自动化系统的研

究。事实上，变形体在不同状态之间是具有时间关联性的。为此，后来许多学者转向了对时序观测数据的动态模型研究，如变形的时间序列分析方法建模，基于数字信号处理的数字滤波技术分离时效分量，变形的卡尔曼滤波模型，用 FIR (Finite Impulse Response) 滤波器抑制 GPS 多路径效应等。

动态变形分析既可以在时间域进行，也可以在频率域进行。频谱分析方法是将时域内的数据序列通过傅里叶 (Fourier) 级数转换到频域内进行分析，它有利于确定时间序列的准确周期并判别具有隐蔽性和复杂性的周期数据。有些学者应用频谱分析法研究了时序观测资料的干扰因素，以便获得真正的变形信息，并取得了一定效果。频谱分析法用于确定动态变形特征（频率和幅值），是一种常用的方法，尤其在建筑物结构振动监测方面被广为采用。但是，频谱分析法对数据序列有等时间间隔的苛刻要求，这为一些工程变形监测分析增加了难度，因为对于非等间隔时间序列进行插补和平滑处理必然会带入人为因素的影响。

多年来，对变形数据分析方法研究极为活跃，除传统的多元回归分析法及上述时间序列分析法、频谱分析法和滤波技术之外，灰色系统理论、神经网络等非线性时间序列预测方法也得到了一定程度的应用。比如，应用灰关联分析方法研究多个因变量和多个自变量的变形问题，应用灰色理论建模预测深基坑事故隐患，应用人工神经网络建模进行短期的变形预测。

1.2.2 变形物理解释

变形物理解释的方法可分为统计分析法、确定函数法和混合模型法 3 类，分别确立统计模型、确定性模型及混合模型。

统计模型是通过数理统计分析建立的定量描述变形体监测值变化规律的。它利用变形和变形原因的相关性，建立变形与变形原因的关系模型，本质上属于物理解释的经验模型。由于建模简单，使用方便，又有成熟的应用经验，所以在变形分析和预报中被广泛应用。统计模型具有“后验”的性质，是目前应用比较广泛的变形成因分析法，效果较好的是时间系列和灰色系统。但是，这类模型不具备普遍性，通常只对单个边坡变形适用。统计模型对数据间隔的等时性、数据的平稳性等方面有特殊要求，建模前通常要确定假设和估计相关参数，这必然对模型的精度产生影响。此外，由于随机因素影响，统计模型虽然拟合精度较好，但应用在边坡这种复杂系统的地表变形预测时，外延的预测精度较差。统计模型的发展包括时间序列分析模型、灰关联分析模型、模糊聚类分析模型及动态响应分析模型等。

确定性模型是在一定的假设条件下，利用变形体的物理、力学性质以及应力应变关系来建立荷载与变形之间函数模型，然后利用确定的函数模型预报在载荷作用下变形体的可能变形。确定性模型以内因分析为主，具有“先验”的性质，因此不需要大量观测资料，比统计模型有更明确的物理概念。对于边坡变形体的变形分析，确定性模型的研究较多，但效果不理想。其特点是将研究重心放在内因的研究上：通常先进行详细的现场工程地质调查，建立地质模型；再取样在实验室或在现场进行力学试验，进一步建立力学模型；然后，进行各种力学分析（包括极限平衡分析和数值分析）；有条件时还建立相关监测系统。

进行监测等。虽然，在以内因研究为主的分析预报中不乏成功者，但总的看来，分析预报的精度较差，成功率也并不高。确定性模型需要解大型方程组，计算量大，对用作计算的基本资料有一定的要求，并且网格划分的疏密等主观因素影响分析预测的结果，因此精度较差。

混合模型是确定性模型和统计模型的进一步发展，对那些与效应量关系比较明确的原因量用有限元法计算，而对另一些与效应量关系不很明确或采用相应的物理理论计算成果很难确定它们之间的函数关系的原因量（如温度、时效），则仍用统计模式，然后与实际值进行拟合。

1.3 变形监测数据处理方法

对于大型结构变形监测的数据往往表现为非线性、非平稳、含有强噪声及多种频率成分叠加的多尺度特征等特点。传统的数据处理技术在处理非平稳且含有非线性信息的时间序列时，面临着很大的困难，从而阻碍了我们深入认识结构体系的某些动力学特性。

数据分析的目的，一是确定能描述客观现象的数学模型，或者说用数据来反映客观现象，二是得到建立此模型所需要的参数。传统信号分析技术的基础是 Fourier 变换。这一有力工具将在时域中采集的时间序列数据变换为频域中的谱，以傅里叶谱反应振幅或能量的随频分布。许多在时域中看不清楚的问题，可以通过频域里的谱予以分辨，为数据分析提供了一个有效的方法。但傅里叶变换只是一种纯频域的分析方法，而在时域无任何定位性（或分辨能力），即傅里叶变换所反映的是整个信号全部时间内的整体频域特征，而不能提供任何局部时间段上的频率信息。而且傅里叶变换对所分析的数据有严格要求，它要求数据具有严格意义上的周期性和平稳性，这也是大部分数据分析方法的普遍要求；它还要求系统具有线性特征。但是，无论从测量中，还是从模型的计算中得到的数据，常常有以下问题：整个数据序列太短，或是数据反映的是非平稳的过程，或结构系统是非线性的。损伤发生或其他因素造成刚度变化的土木结构，其振动信号都会表现出非平稳性，其故障的某些特征也往往能通过这些非平稳性被表征出来。在这种条件下，傅里叶谱分析的应用受到限制，但由于缺少可替代的方法，在做某些假定后，它仍然被用来处理这样的数据。由于采用平稳的线性系统假定、不很严格地使用傅里叶谱分析，分析结果可能与实际情况有所差异。为了分析和处理非平稳信号，人们对傅里叶分析进行了改进，提出并发展了一系列新的信号分析理论，其中一种是小波分析方法。小波分析是一种信号的时间尺度或时间—频率的分析方法，即在时域对信号进行离散变换，在频域进行谱分析的方法。它具有高分辨率的特点，而且在时、频两域都具有表征信号局部特征的能力。它在低频部分具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率，在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率，很适合探测正常信号中夹带的瞬态反常现象，所以被誉为分析信号的显微镜和望远镜。但是，小波分析中所用到的小波函数是不唯一的，即小波函数具有多样性。小波分析在工程应用中的一个重要问题就是小波基（母波）的选择，用不同的小波基分析同一个问题会产生不同的结果。因此小波分析的结果受到所选小波基的限制，通过小波分析得到的小波分量和小波谱只相对于所选择的小波基有意义。尽管小波分析存在上述问

题，但它仍是非平稳数据分析较为有效的一种方法。

1.3.1 回归分析法

回归分析模型通过分析所观测的变形（效应量）和影响因子（原因量）之间的相关性，来建立荷载与变形之间关系的数学模型。回归分析的主要内容：①从一组数据出发，确定这些变量（参数）间的定量关系（回归模型）；②对模型的可信度进行统计检验；③从有关的许多变量中，判断变量的显著性（即哪些是显著的，哪些不是，显著的保留，不显著的忽略）；④应用结果是对实际问题作出的判断。回归分析的第一步，是要建立模型，即函数关系，其自变量称为回归变量，因变量称为应变量。如果模型中只含一个回归变量，称为一元回归模型，否则称为多元回归模型。回归分析模型中包括多元回归分析模型、逐步回归分析模型、主成分回归分析模型和岭回归分析模型等。变形影响因子的多样性和不确定性，以及观测资料本身的有限性，很大程度上制约着回归分析建模的准确性。

1. 曲线拟合

曲线拟合是趋势分析法中的一种，又称曲线回归、趋势外推或趋势曲线分析。它是迄今为止研究最多也最为流行的定量预测方法。

人们常用各种光滑曲线来近似描述事物发展的基本趋势，即

$$Y_t = f(t, \theta) + \varepsilon_t \quad (1-1)$$

式中， Y_t 为预测对象； ε_t 为预测误差； $f(t, \theta)$ 根据不同情况和假设，可取不同的形式，而其中的 θ 代表某些待定的参数。

2. 多元线性回归分析

经典的多元线性回归分析法广泛应用于变形观测数据处理中的数理统计。它是研究一个变量（因变量）与多个因子（自变量）之间非确定关系（相关关系）的最基本方法。该方法通过分析所观测的变形（效应量）和外因（原因）之间的相关性，来建立荷载—变形关系的数学模型。其数学模型是

$$\begin{aligned} y_t &= \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \cdots + \beta_p x_{pt} + \varepsilon_t \\ (t &= 1, 2, \dots, n) \\ \varepsilon_t &\sim N(0, \sigma^2) \end{aligned} \quad (1-2)$$

式中，下标 t 表示观测值变量，共有 n 组观测数据； p 表示因子个数。

3. 逐步回归计算

逐步回归计算是建立在 F 检验的基础上逐个接纳显著因子进入回归方程。当回归方程接纳一个因子后，由于因子之间的相关性，可使原先已在回归方程中的其他因子变成不显著，这需要从回归方程中剔除。所以在接纳一个因子后，必须对已在回归方程中的所有因子的显著性进行 F 检验，剔除不显著的因子，直到没有不显著因子，再对未选入回归方程的其他因子用 F 检验来考虑是否接纳进入回归方程（一次只接纳一个）。反复运用 F 检验，进行剔除和接纳，直到获得所需的最佳回归方程。

1.3.2 时间序列分析模型

无论是按时间顺序排列的还是按空间位置顺序排列的观测数据，数据之间都或多或少地存在统计自相关现象，对具有这种特性的变形观测数据分析与处理，时间序列分析是典

型的建模方法。

时间序列分析是一种动态数据处理的统计方法。该方法基于随机过程理论和数理统计学方法，研究随机数据序列所遵从的统计规律，以解决实际问题。它包括一般统计分析（如自相关分析、谱分析等），统计模型的建立与推断，以及关于时间序列的最优预测、控制与滤波等内容。经典的统计分析都假定数据序列具有独立性，而时间序列分析则侧重研究数据序列的互相依赖关系。后者实际上是对离散指标的随机过程的统计分析，所以又可看作是随机过程统计的一个组成部分。例如，记录了某地区第 $1, 2, \dots, N$ 个月的降雨量，利用时间序列分析方法，可以对未来各月的雨量进行预报。

时间序列分析的基本思想：对于平稳、正态、零均值的时间序列 $\{x_t\}$ ，若 x_t 的取值不仅与其前 n 步的各个取值 $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-n}$ 有关，而且还与前 m 步的各个干扰序列 $\alpha_{t-1}, \alpha_{t-2}, \dots, \alpha_{t-m}$ ($n=1, 2, \dots; m=1, 2, \dots$) 有关，则按多元线性回归的思想，可得到最一般的 ARMA 模型：

$$\begin{aligned} x_t &= \varphi_1 x_{t-1} + \varphi_2 x_{t-2} + \cdots + \varphi_n x_{t-n} - \theta_1 \alpha_{t-1} - \theta_2 \alpha_{t-2} - \cdots - \theta_m \alpha_{t-m} + \alpha_t \\ \alpha_t &\sim N(0, \sigma_0^2) \end{aligned} \quad (1-3)$$

式中， φ_i ($i=1, 2, \dots, n$) 为自回归 (Auto-Regressive) 参数； θ_j ($j=1, 2, \dots, m$) 为滑动平均 (Moving Average) 参数； $\{\alpha_t\}$ 这一序列为白噪声序列。式 (1-3) 称为 x_t 的自回归滑动平均模型 (Auto-Regressive Moving Average Model, ARMA)，记为 ARMA (n, m) 模型。

ARMA (n, m) 模型是时间序列分析中最具代表性的一类线性模型。它与回归模型的根本区别就在于回归模型可以描述随机变量与其他变量之间的相关关系。但是，对于一组随机观测数据 x_1, x_2, \dots ，同属于时间序列 $\{x_t\}$ ，是序列中不同时刻的随机变量，彼此相互关联，带有记忆性和延续性，是一种动态数据模型。

1.3.3 灰色系统分析模型

灰色系统理论是原华中理工大学邓聚龙教授在 20 世纪 80 年代提出的，用来解决信息不完备系统的数学方法，它把控制论的观点和方法延伸到复杂的大系统中，将自动控制与运筹学的数学方法相结合，用独树一帜的方法和手段，研究了广泛存在于客观世界中具有灰色性的问题。

灰色系统理论研究的是贫信息建模，它提供了贫信息情况下研究系统问题的新途径。它把一切随机过程看作是在一定范围内变化的、与时间有关的灰色过程，对灰色量不是从寻找统计规律的角度，通过大样本进行研究，而是用数据生成的方法，将杂乱无章的原始数据整理成规律性较强的数列后再做研究。灰色理论认为系统的行为尽管现象是朦胧的，数据是杂乱无章的，但它毕竟是有序的，有整体功能的，在杂乱无章的数据后面必然潜藏着某种规律，灰数的生成显示着杂乱无章的原始数据的内在规律。

由灰色系统理论提出的灰关联度分析方法，是基于行为因子序列的微观或宏观几何接近，以分析和确定因子间的影响程度或因子对主行为的贡献测度而进行的一种分析方法。灰关联是指事物之间的不确定性关联，或系统因子与主行为因子之间的不确定性关联。它根据因素之间发展态势的相似或相异程度来衡量因素间的关联程度。由于关联度分析是按

发展趋势作分析，因而对样本量的大小没有太高的要求，分析时也不需要典型的分布规律，而且分析的结果一般与定性分析相吻合，具有广泛的实用价值。

设 $x_0 = \{x_0(k) | k=1, 2, \dots, n\}$ 为参考序列， $x_i = \{x_i(k) | k=1, 2, \dots, n\}$ ($i=1, 2, \dots, m$) 为比较序列，则有如下定义：

$x_i(k)$ 与 $x_0(k)$ 的关联系数为

$$\varepsilon_i(k) = \frac{\min_{i=k} \min_{k=1} |x_0(k) - x_i(k)| + \rho \min_{i=k} \min_{k=1} |x_0(k) - x_i(k)|}{|x_0(k) - x_i(k)| + \rho \min_{i=k} \min_{k=1} |x_0(k) - x_i(k)|} \quad (1-4)$$

式中， ρ 为分辨率系数， ρ 越小分辨率越大，一般 ρ 的取值区间为 $[0, 1]$ ，通常取 $\rho = 0.5$ 。于是，可求出 $x_i(k)$ 与 $x_0(k)$ 的关联系数 $\varepsilon_i = \{\varepsilon_i(k) | k=1, 2, \dots, n\}$ 。则灰关联度定义为

$$\gamma_i = \gamma(x_0, x_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_i(k) \quad (1-5)$$

1.3.4 Kalman 滤波模型

Kalman 滤波技术是 20 世纪 60 年代初由卡尔曼 (Kalman) 等人提出的一种递推式滤波算法，它是一种对动态系统进行实时数据处理的有效方法。测量界开展了多方面的 Kalman 滤波应用研究工作，尤其是在变形监测中应用较为广泛。

对于动态系统，Kalman 滤波采用递推的方式，借助于系统本身的状态转移矩阵和观测资料，实时最优估计系统的状态，并且能对未来时刻系统的状态进行预报，因此，这种方法可用于动态系统的实时控制和快速预报。

Kalman 滤波的数学模型包括状态方程（也称动态方程）和观测方程两部分，其离散化形式为

$$X_k = \phi_{k/k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k-1} W_{k-1} \quad (1-6)$$

$$L_k = H_k X_k + V_k \quad (1-7)$$

式中， X_k 为 t_k 时刻系统的状态向量 (n 维)； L_k 为 t_k 时刻系统的观测向量 (m 维)； $\phi_{k/k-1}$ 为时间 t_{k-1} 至 t_k 的系统状态转移矩阵 ($n \times n$)； W_{k-1} 为 t_{k-1} 时刻的动力噪声 (r 维)； Γ_{k-1} 为动态噪声矩阵 ($n \times r$)； H_k 为 t_k 时刻的观测矩阵 ($m \times n$)； V_k 为 t_k 时刻的观测噪声 (m 维)。

如果 W 和 V 满足如下统计特性：

$$E(W_k) = 0, E(V_k) = 0 \quad (1-8)$$

$$\text{Cov}(W_k, W_j) = Q_k \delta_{kj}, \text{Cov}(V_k, V_j) = R_k \delta_{kj}, \text{Cov}(W_k, V_j) = 0 \quad (1-9)$$

式中， Q_k 和 R_k 分别为动态噪声和观测噪声的方差阵； δ_{kj} 是 Kronecker 函数，即

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 1, & k=j \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (1-10)$$

那么，可推得 Kalman 滤波递推公式为

状态预报： $\hat{X}_{k/k-1} = \phi_{k/k-1} \hat{X}_{k-1} \quad (1-11)$

状态协方差阵预报： $P_{k/k-1} = \phi_{k/k-1} P_{k-1} \phi_{k/k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (1-12)$

1.3.5 人工神经网络

自 20 世纪 60 年代以来，人工神经网络发展迅速，应用领域极为广泛，其具有以下显著特点：

- (1) 以分布方式存储知识，知识不是存储在特定的存储单元中，而是分布在整个系统中。
- (2) 以并行方式进行处理，即神经网络的计算功能分布在多个处理单元中，大大提高了信息处理和运算的速度。
- (3) 有很强的容错能力，它可以从不完善的数据和图形中通过学习作出判断。
- (4) 可以用来逼近任意复杂的非线性系统。
- (5) 有良好的自学习、自适应、联想等智能，能适应系统复杂多变的动态特性。

人工神经网络正是由于具有上述特点，在变形监测数据处理与分析预报方面有着广泛的应用前景。

1. 神经细胞的结构

人工神经网络采用物理可实现的系统来模仿人脑神经细胞的结构和功能。从结构来看，人脑由大量的神经细胞（约 10^{10} 个）组合而成。这些细胞相互联结，每个细胞完成某种基本功能，如兴奋和抑制。它们并行工作，整体上完成复杂的信息处理和思维活动。

一个神经细胞或神经元的结构主要包括细胞体、树突、轴突和突触（图 1-1）。

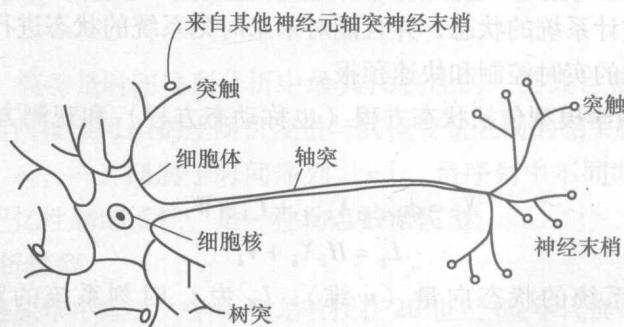


图 1-1 神经元结构

- (1) 细胞体由细胞核、细胞质和细胞膜等组成。
- (2) 轴突是细胞体向外伸出的最长的一条分支，即神经纤维。它的功能是传出由细胞体来的信息，相当于细胞的“输出”。
- (3) 树突是细胞体向外伸出的许多较短的分支，它们的作用是接受来自四面八方的神经冲击信息，相当于细胞的“输入端”。信息流从树突出发，经过细胞体，然后由轴突传出。
- (4) 突触是两个神经元之间连接的接口，每个细胞约有 100 ~ 1000 个突触，突触有兴奋型和抑制型两种。一个细胞内传送的冲击，通过突触将在第二个细胞内引起冲击响应，这种冲击信号只能沿一个方向传送。

2. 神经网络的处理单元

人工神经网络的处理单元就是人工神经元，也称为节点（图 1-2）。处理单元用来模拟生物的神经元，但只模拟了其中 3 个功能：①对每个输入信号进行处理，以确定其强度（权值）；②确定所有输入信号组合的效果（加权和）；③确定其输出（转移特性）。

输入信号来自外部或其他处理单元的输出，分别为

$$x_1, x_2, \dots, x_n (n \text{ 为输入的数目}) \quad (1-13)$$

连接到节点 j 的权值相应为

$$\omega_{1j}, \omega_{2j}, \dots, \omega_{nj} \quad (1-14)$$

其中， ω_{ij} 表示从节点 i （输入 i ）到节点 j 的权值，即 i 和 j 节点间的连接强度。 ω_{ij} 可以为正，也可以为负，分别表示兴奋型突触或抑制型突触。

处理单元的内部门限为 Q_j ，若用 $x_0 = -1$ 的固定偏量输入表示，其连接强度取 $\omega_{0j} = Q_j$ ，于是，输入的加权总和可表示为

$$S_j = \sum_{i=1}^n \omega_{ij} \cdot x_i + \omega_{0j} \cdot x_0 = \sum_{i=0}^n \omega_{ij} \cdot x_i \quad (1-15)$$

如果用向量表示，则有

$$\begin{aligned} \Xi &= (\xi_0, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_v)^T \\ \Omega_j &= (\omega_{0j}, \omega_{1j}, \omega_{2j}, \dots, \omega_{nj})^T \\ \sum_j &= \Omega_j^T \cdot \Xi \end{aligned} \quad (1-16)$$

S_j 通过转移函数 $f(0)$ 的处理，得到处理单元的输出：

$$\psi_j = \phi(\sum_j) = \phi(\sum_{i=0}^v \omega_{ij} \cdot \xi_i) = \phi(\Omega_j^T \cdot \Xi) \quad (1-17)$$

转移函数又称为激励函数，它描述了生物神经元的转移特性。在神经网络中，处理单元最常用的转移函数有两类（图 1-3）。

① 符号函数，即

$$y = f(s) = \begin{cases} 1 & (s \geq 0) \\ -1 & (s < 0) \end{cases} \quad (1-18)$$

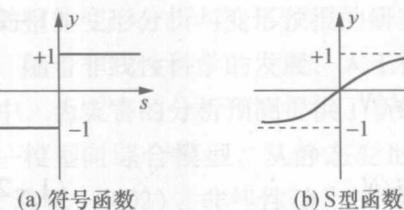


图 1-3 处理单元的转移函数

② S 型函数，常表示为对数函数：

$$y = f(s) = \frac{1}{1 + e^{-s}} \quad (-\infty < s < \infty) \quad (1-19)$$

1.3.6 频谱分析法

变形时间特性可分为静态模式、运动模式和动态模式 3 种。动态模式变形的显著特点是周期性，例如高层建筑物在风力、温度作用下的摆动，桥梁在动荷载作用下的振动，地表在引潮力、温度、气压作用下的变形等。监测这类变形一般采用连续、自动的记录装

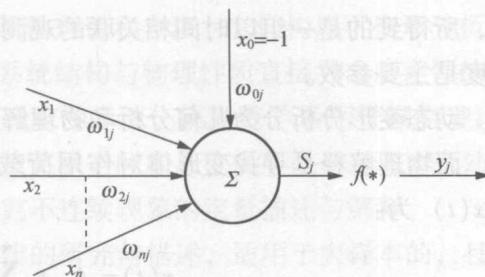


图 1-2 处理单元示意图