

中學適用

今日數學 5B

教師手冊



梁貫成
黎文傑
黎鎮邦

中學適用

今日數學 5B

教師手冊

梁貫成

黎文傑

黎鎮邦



勤達出版有限公司



本書版權由勤達出版有限公司所有。本書的任何部份，如未獲得本公司的同意，不得以影印、錄音或其他任何方式，作全部或局部的抄襲、轉載、翻譯或翻印。

勤達出版有限公司

香港北角 屈臣道2號 海景大廈B座 B607室

電話：2578 0023

1998 年初版 *

© 勤達出版有限公司 1998

金冠印刷有限公司承印

ISBN 962-19-8623-0

序言

《今日數學》4A、4B、5A及5B每冊課本均具「教師手冊」，贈給老師作參考之用。

「教師手冊」包含的內容都經過細心設計及挑選，然後加以編排，務求為老師提供一些準確而又組織完善的額外教學資料。除5B冊外，「教師手冊」的內容有以下的特色：

- (1) **教學綱要：** 每年級的A冊均附全學年的「教學綱要」，列出教授每章各節的時間分配和教學目的等資料，幫助老師有效地備課。
- (2) **剪裁課程指引：** 列出課本各章中，有哪些課題和習題是剪裁課程所不需要的。
- (3) **額外例題：** 手冊中每章提供「額外例題」，讓老師在挑選例題向學生示範時更有彈性。
- (4) **選題指引：** 在手冊所載每個習題的題解於開始時均附有「選題指引」，它顯示了習題中每條題目的類型和程度。
- (5) **習題題解：** 對於各章內所有習題、補充練習、應用題及香港中學會考預習，均列出詳細題解。
- (6) **趣味數學題解：** 對於課本中的「趣味數學」問題，手冊都在各章最末處載有題解。
- (7) **課堂練習 / 課堂探討答案：** 手冊全書最末載有課本中各章課堂練習及課堂探討的答案。

除以上特色之外，手冊中又使用一些記號將剪裁課程所不需要的教材清楚地顯示出來，讓人容易分辨出屬於剪裁課程和不屬於剪裁課程的教材：



表示全章為剪裁課程所不需要的課題。



表示某「額外例題」所涉及的知識或技巧是剪裁課程所不需要的。

在「選題指引」中，屬於剪裁課程所不需要的題目其題號將用藍色顯示。

對於「教師手冊」5B，它只提供課本內所有「複習練習」的詳細題解（不包括香港中學會考題目的題解）。

我們深信「教師手冊」對各位老師會有很大的幫助；並且歡迎各位老師能不吝賜教，給與任何寶貴意見，以便再版時能改善。

梁貫成
黎文傑
黎鎮邦

除了「教師手冊」之外，於1999年9月前課本4A、4B及5A冊均另有「教師用書」（學生版課本的標註本）免費供老師參考，其內容特色包括：

- 表示「不屬於剪裁課程」的記號
- 提供教學要點的「老師篇」
- 题目的分類
- 習題答案
- 課堂練習 / 課堂探討答案
- 趣味數學答案

目錄

基於香港考試局的規定，本書不會提供有關習題中香港中學會考試題的題解。

海外考試組織並無提供有關試題的題解，而對於題解的準確性概由本書作者負責。

序言	iii
單元 1 公式	
複習練習 1A	1
複習練習 1B	4
單元 2 百分數	
複習練習 2A	8
複習練習 2B	11
單元 3 指數、對數和根式	
複習練習 3A	14
複習練習 3B	17
單元 4 方程	
複習練習 4A	22
複習練習 4B	27
單元 5 圖像	
複習練習 5A	33
複習練習 5B	35
單元 6 多項式和代數分式	
複習練習 6A	42
複習練習 6B	45

單元 7	比、比例及變數法	
	複習練習 7A	50
	複習練習 7B	56
單元 8	幾何 I：直綫圖形	
	複習練習 8A	61
	複習練習 8B	67
單元 9	幾何 II：圓	
	複習練習 9A	71
	複習練習 9B	77
單元 10	三角學 I：基本三角學	
	複習練習 10A	83
	複習練習 10B	86
單元 11	三角學 II：三角學的應用	
	複習練習 11A	92
	複習練習 11B	97
單元 12	求積法	
	複習練習 12A	106
	複習練習 12B	111
單元 13	等差序列和等比序列	
	複習練習 13A	117
	複習練習 13B	123
單元 14	坐標幾何	
	複習練習 14A	131
	複習練習 14B	135
單元 15	不等式及綫性規劃	
	複習練習 15A	144
	複習練習 15B	146

單元 16 概率

複習練習 16A	152
複習練習 16B	155

單元 17 統計學

複習練習 17A	160
複習練習 17B	164

單元 18 方程的近似解：分半方法

複習練習 18	172
---------------	-----

單元 1 公式

複習練習 1A (第 3 頁)

$$\begin{aligned}
 1. \quad & y = m(x + a) + b \\
 & y = mx + ma + b \\
 & y - ma - b = mx \\
 \therefore & \underline{x = \frac{y - ma - b}{m}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & zx + 2xy = yz \\
 & 2xy = yz - zx \\
 & 2xy = z(y - x) \\
 \therefore & \underline{z = \frac{2xy}{y - x}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & A = \frac{r + 2c}{r - 2c} \\
 & A(r - 2c) = r + 2c \\
 & Ar - 2Ac = r + 2c \\
 & Ar - r = 2Ac + 2c \\
 & r(A - 1) = 2c(A + 1) \\
 \therefore & \underline{c = \frac{r(A - 1)}{2(A + 1)}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad & s = \frac{2kH}{H + \cos \theta} \\
 & s(H + \cos \theta) = 2kH \\
 & sH + s \cos \theta = 2kH \\
 & s \cos \theta = (2k - s)H \\
 \therefore & \underline{H = \frac{s \cos \theta}{2k - s}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad & (2x + a)(b + 1) = (2x - a)(b - 1) \\
 & 2bx + 2x + ab + a = 2bx - 2x - ab + a \\
 & 4x = -2ab \\
 \therefore & \underline{x = -\frac{ab}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. (a) \quad & y = \frac{3x + 2}{5} - \frac{2 - x}{3} \\
 & y = \frac{3(3x + 2) - 5(2 - x)}{15} \\
 & 15y = 14x - 4 \\
 & 15y + 4 = 14x \\
 \therefore & \underline{x = \frac{15y + 4}{14}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad & \text{將 } y = 10 \text{ 代入 } x = \frac{15y + 4}{14}, \\
 & x = \frac{15(10) + 4}{14} \\
 & = \underline{\underline{11}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7. (a) \quad & s = c^2 \left(d + \frac{r}{100} \right) \\
 & \frac{s}{c^2} = d + \frac{r}{100} \\
 & \frac{s}{c^2} - d = \frac{r}{100} \\
 \therefore & \underline{r = 100 \left(\frac{s}{c^2} - d \right)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad & \text{將 } c = -2, d = 4 \text{ 和 } s = 17 \text{ 代入} \\
 & r = 100 \left(\frac{s}{c^2} - d \right), \\
 & r = 100 \left[\frac{17}{(-2)^2} - 4 \right] \\
 & = \underline{\underline{25}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8. (a) \quad & 5xy - 4 = 12x \\
 & 5xy = 12x + 4 \\
 \therefore & \underline{y = \frac{12x + 4}{5x}}
 \end{aligned}$$

2 單元一

複習練習 1A 題解 (續)

(b) 將 $x = 1 \times 10^{-4}$ 代入 $y = \frac{12x+4}{5x}$,

$$\begin{aligned} y &= \frac{12(1 \times 10^{-4}) + 4}{5(1 \times 10^{-4})} \\ &= \frac{12 + 40\,000}{5} \\ &= \underline{\underline{8\,002.4}} \end{aligned}$$

9. $\therefore h = 4c + cd$ 及 $h = 5d - 6cd$

$$\therefore 4c + cd = 5d - 6cd$$

$$4c + 7cd = 5d$$

$$c(4 + 7d) = 5d$$

$$c = \underline{\underline{\frac{5d}{4 + 7d}}}$$

10. $A = P + \frac{PR}{20}$

$$20A = P(20 + R) \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$B = P + \frac{PR}{25}$$

$$25B = P(25 + R) \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(i)} \div \text{(ii)} : \frac{20A}{25B} = \frac{20 + R}{25 + R}$$

$$\frac{4A}{5B} = \frac{20 + R}{25 + R}$$

$$100A + 4AR = 100B + 5BR$$

$$4AR - 5BR = 100B - 100A$$

$$R(4A - 5B) = 100(B - A)$$

$$\therefore R = \underline{\underline{\frac{100(B - A)}{4A - 5B}}}$$

11. (a) $w = x + y - yz^3$

$$w - x = y(1 - z^3)$$

$$\therefore y = \underline{\underline{\frac{w - x}{1 - z^3}}}$$

(b) 將 $w = -8$, $x = -6$ 及 $z = 4$ 代入

$$y = \frac{w - x}{1 - z^3},$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{-8 - (-6)}{1 - 4^3} \\ &= \underline{\underline{\frac{2}{63}}} \end{aligned}$$

香港中學會考試題 [第 12 - 13 題]

12. $y = \frac{6x - 3}{2x}$

13. $r = \frac{h - a}{1 + p^2}, \frac{2}{17}$

14. (a) 將 $f = 5a - 3$ 代入 $4f + 2b = 5$,

$$4(5a - 3) + 2b = 5$$

$$20a - 12 + 2b = 5$$

$$20a = 17 - 2b$$

$$\therefore a = \underline{\underline{\frac{17 - 2b}{20}}}$$

(b) (i) $c = 5a + 2b$

$$= 5\left(\frac{17 - 2b}{20}\right) + 2b \quad [\text{根據 (a)}]$$

$$= \frac{17 - 2b}{4} + 2b$$

$$\therefore c = \underline{\underline{\frac{17 + 6b}{4}}}$$

(ii) 將 $a = 2$ 代入 $a = \frac{17 - 2b}{20}$,

$$2 = \frac{17 - 2b}{20}$$

$$40 = 17 - 2b$$

$$2b = -23$$

$$b = \underline{\underline{-\frac{23}{2}}}$$

將 $b = -\frac{23}{2}$ 代入 $c = \frac{17 + 6b}{4}$,

$$c = \frac{17 + 6\left(-\frac{23}{2}\right)}{4}$$

$$= \underline{\underline{-13}}$$

複習練習 1A 題解 (續)

$$\begin{aligned}
 15. (a) \quad & r(2-3s) = s(2-3t) \\
 & 2r-3rs = 2s-3st \\
 & 2r = 2s-3st+3rs \\
 & 2r = s(2-3t+3r) \\
 \therefore \quad & s = \frac{2r}{2-3t+3r} \dots\dots\dots (i)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2s-3 &= s(2u-3) \\
 2s-3 &= 2su-3s \\
 5s-2su &= 3 \\
 s(5-2u) &= 3
 \end{aligned}$$

$$\therefore s = \frac{3}{5-2u} \dots\dots\dots (ii)$$

從 (i) 和 (ii) , 可得

$$\begin{aligned}
 \frac{2r}{2-3t+3r} &= \frac{3}{5-2u} \\
 2r(5-2u) &= 3(2-3t+3r) \\
 10r-4ru &= 6-9t+9r \\
 r+9t-6 &= 4ru
 \end{aligned}$$

$$\therefore u = \frac{r+9t-6}{4r}$$

(b) 將 $r = -5$ 和 $t = 9$ 代入 $u = \frac{r+9t-6}{4r}$,

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{-5+9(9)-6}{4(-5)} \\
 &= \underline{\underline{-\frac{7}{2}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16. (a) \quad & [(r+1)H-s]r = 3s-r(2H-s) \\
 & r(r+1)H-rs = 3s-2rH+rs \\
 & (r^2+r)H+2rH = 3s+2rs \\
 & (r^2+3r)H = 3s+2rs
 \end{aligned}$$

$$\therefore H = \frac{3s+2rs}{r^2+3r}$$

(b) 將 $H = s+1$ 代入 $H = \frac{3s+2rs}{r^2+3r}$,

$$s+1 = \frac{3s+2rs}{r^2+3r}$$

$$(s+1)(r^2+3r) = 3s+2rs$$

$$r^2s+3rs+r^2+3r = 3s+2rs$$

$$r^2+3r = 3s-rs-r^2s$$

$$r^2+3r = s(3-r-r^2)$$

$$\therefore s = \frac{r^2+3r}{3-r-r^2}$$

(c) 將 $r = -9$ 代入 $s = \frac{r^2+3r}{3-r-r^2}$,

$$\begin{aligned}
 s &= \frac{(-9)^2+3(-9)}{3-(-9)-(-9)^2} \\
 &= \underline{\underline{-\frac{18}{23}}}
 \end{aligned}$$

17. (a) (i) $E = \frac{3r}{R-r}$

$$E(R-r) = 3r$$

$$ER - Er = 3r$$

$$ER = Er + 3r$$

$$ER = r(E+3)$$

$$\therefore r = \frac{ER}{E+3}$$

(ii) $F = \frac{L(R-r)}{2R}$

$$2FR = LR - Lr$$

$$Lr = LR - 2FR$$

$$\therefore r = \frac{R(L-2F)}{L}$$

(b) 從 (a)(i) 和 (a)(ii) 的結果, 可得

$$\frac{ER}{E+3} = \frac{R(L-2F)}{L}$$

$$EL = (E+3)(L-2F)$$

$$EL = EL - 2EF + 3L - 6F$$

$$2EF + 6F = 3L$$

$$2F(E+3) = 3L$$

$$\therefore F = \frac{3L}{2(E+3)}$$

複習練習 1A 題解 (續)

(c) 將 $E = 33$ 和 $L = 24$ 代入

$$F = \frac{3L}{2(E+3)},$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{3(24)}{2(33+3)} \\ &= \frac{1}{=} \end{aligned}$$

18. (a) 設 A 城和 B 城之間的距離是 s km。
根據題意，可得

$$s = ut \dots\dots\dots \text{(i)}$$

$$\text{和 } s = (u+3)(t-2) \dots\dots \text{(ii)}$$

從 (i) 和 (ii)，可得

$$\underline{ut = (u+3)(t-2)}$$

(b) 從 (a)，

$$ut = (u+3)(t-2)$$

$$ut = ut - 2u + 3t - 6$$

$$2u + 6 = 3t$$

$$\therefore \underline{t = \frac{2u+6}{3}}$$

(c) 將 $u = 3$ 代入 $t = \frac{2u+6}{3}$ ，

$$t = \frac{2(3)+6}{3}$$

$$= 4$$

\therefore 該人由 A 城步行往 B 城所需的時間是 4 小時。

19. (a) \because 邊緣 相架 相片
的面積 = 的面積 - 的面積

$$\therefore A = (w+r+w)(w+2r+w) - r(2r)$$

$$= (r+2w)(2r+2w) - 2r^2$$

$$= 2r^2 + 2rw + 4rw + 4w^2 - 2r^2$$

$$= 6rw + 4w^2$$

$$\therefore \underline{A = 2w(3r+2w)}$$

(b) 從 (a)，

$$A = 6rw + 4w^2$$

$$A - 4w^2 = 6rw$$

$$\therefore \underline{r = \frac{A-4w^2}{6w}}$$

(c) 將 $w = 4$ 和 $A = 400$ 代入 $r = \frac{A-4w^2}{6w}$ ，

$$r = \frac{400-4(4)^2}{6(4)}$$

$$= 14$$

\therefore 相片的面積

$$= (r \times 2r) \text{ cm}^2$$

$$= (14 \times 2 \times 14) \text{ cm}^2$$

$$= \underline{\underline{392 \text{ cm}^2}}$$

香港中學會考試題 [第 20 - 24 題]

20. A 21. E 22. A
23. D 24. C

複習練習 1B (第 8 頁)

1. $h = \frac{v \sin^2 \theta}{2g}$

$$2gh = v \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = \frac{2gh}{v}$$

$$\therefore \underline{\sin \theta = \pm \sqrt{\frac{2gh}{v}}}$$

2. $\log pq = \log r - 4 \log s$

$$4 \log s = \log r - \log pq$$

$$\log s^4 = \log \frac{r}{pq}$$

複習練習 1B 題解 (續)

$$s^4 = \frac{r}{pq}$$

$$\therefore s = \sqrt[4]{\frac{r}{pq}} \quad \text{或} \quad -\sqrt[4]{\frac{r}{pq}} \quad (\text{捨去})$$

$$\begin{aligned} \text{3. (a)} \quad u &= t^2 - 6t - 5 \\ &= (t^2 - 6t + 9) - 5 - 9 \end{aligned}$$

$$\therefore u = (t-3)^2 - 14$$

(b) 從 (a),

$$(t-3)^2 = u + 14$$

$$t-3 = \pm \sqrt{u+14}$$

$$\therefore t = 3 \pm \sqrt{u+14}$$

$$\text{4.} \quad b = c + \frac{a}{4\pi(r^2 + \ell^2)^n}$$

$$b - c = \frac{a}{4\pi(r^2 + \ell^2)^n}$$

$$(r^2 + \ell^2)^n = \frac{a}{4\pi(b-c)}$$

$$r^2 + \ell^2 = \left[\frac{a}{4\pi(b-c)} \right]^{\frac{1}{n}}$$

$$r^2 = \left[\frac{a}{4\pi(b-c)} \right]^{\frac{1}{n}} - \ell^2$$

由於 $r > 0$, 所以

$$r = \sqrt{\left[\frac{a}{4\pi(b-c)} \right]^{\frac{1}{n}} - \ell^2}$$

$$\text{5. (a)} \quad cx = \sqrt{\frac{ax^2 - b}{d}}$$

$$c^2 x^2 = \frac{ax^2 - b}{d}$$

$$c^2 dx^2 = ax^2 - b$$

$$b = ax^2 - c^2 dx^2$$

$$b = x^2(a - c^2 d)$$

$$x^2 = \frac{b}{a - c^2 d}$$

由於 x 是正數, 所以

$$x = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a - c^2 d}}$$

(b) 將 $a = \frac{3}{8}$, $b = \frac{1}{6}$, $c = \frac{1}{2}$ 和 $d = \frac{4}{3}$ 代入

$$x = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a - c^2 d}},$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sqrt{\frac{1}{6}}}{\sqrt{\frac{3}{8} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{4}{3}\right)}} \\ &= \underline{\underline{\frac{2}{3}}} \end{aligned}$$

$$\text{6. (a)} \quad s = c \left(1 + \frac{r}{100}\right) \left(1 - \frac{r}{100}\right)$$

$$\frac{s}{c} = 1 - \frac{r^2}{10\,000}$$

$$\frac{r^2}{10\,000} = 1 - \frac{s}{c}$$

$$r^2 = 10\,000 \left(1 - \frac{s}{c}\right)$$

$$\therefore r = \pm 100 \sqrt{1 - \frac{s}{c}}$$

(b) 若 $c = 16$ 和 $s = 7$, 則

$$\begin{aligned} r \text{ 的正數值} &= 100 \sqrt{1 - \frac{7}{16}} \\ &= \underline{\underline{75}} \end{aligned}$$

$$\text{7.} \quad a = \sqrt{\frac{b+kc}{b-kc}}$$

$$a^2 = \frac{b+kc}{b-kc}$$

$$a^2 b - a^2 kc = b + kc$$

$$a^2 b - b = a^2 kc + kc$$

$$b(a^2 - 1) = kc(a^2 + 1)$$

$$\therefore b = \frac{kc(a^2 + 1)}{a^2 - 1} \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$ab = b + k$$

$$ab - b = k$$

$$b(a - 1) = k$$

$$\therefore b = \frac{k}{a - 1} \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

複習練習 1B 題解 (續)

從 (i) 和 (ii), 可得

$$\frac{kc(a^2+1)}{a^2-1} = \frac{k}{a-1}$$

$$c = \frac{a^2-1}{(a^2+1)(a-1)}$$

$$= \frac{(a+1)(a-1)}{(a^2+1)(a-1)}$$

$$\therefore c = \frac{a+1}{a^2+1}$$

8. (a) 圓錐體的高度 = $\sqrt{\ell^2 - r^2}$

立體 圓錐體 半球體
的體積 = 的體積 + 的體積

$$\therefore V = \frac{1}{3}\pi r^2 \sqrt{\ell^2 - r^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 (\sqrt{\ell^2 - r^2} + 2r)$$

(b) 從 (a),

$$\frac{3V}{\pi r^2} = \sqrt{\ell^2 - r^2} + 2r$$

$$\frac{3V}{\pi r^2} - 2r = \sqrt{\ell^2 - r^2}$$

$$\left(\frac{3V}{\pi r^2} - 2r\right)^2 = \ell^2 - r^2$$

$$\ell^2 = r^2 + \left(\frac{3V}{\pi r^2} - 2r\right)^2$$

由於 ℓ 一定是正數, 所以

$$\ell = \sqrt{r^2 + \left(\frac{3V}{\pi r^2} - 2r\right)^2}$$

(c) (i) 將 $V = \frac{550\pi}{3}$ 和 $r = 5$ 代入

$$\ell = \sqrt{r^2 + \left(\frac{3V}{\pi r^2} - 2r\right)^2},$$

$$\ell = \sqrt{5^2 + \left[\frac{3\left(\frac{550\pi}{3}\right)}{\pi(5)^2} - 2(5)\right]^2}$$

$$= \underline{\underline{13}}$$

$$(ii) \frac{\text{圓錐體的體積}}{\text{半球體的體積}} = \frac{\frac{1}{3}\pi r^2 \sqrt{\ell^2 - r^2}}{\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{\ell^2 - r^2}}{2r}$$

$$= \frac{\sqrt{13^2 - 5^2}}{2(5)}$$

$$= \frac{6}{5}$$

\therefore 所求的比是 $6:5$ 。

9. (a) 每一個在中間的正方形都連接著兩個三角形, 而在兩端正方形是連接著三個三角形。

$$m = 2[2(n-2) + 3(2)]$$

$$\therefore m = 4(n+1)$$

(b) 被用來砌成正方形, 長度是 x cm 的短桿的數目

$$= 4n - (n-1)$$

$$= 3n + 1$$

被用來砌成三角形, 長度是 y cm 的短桿的數目

$$= m$$

$$= 4(n+1)$$

$$\therefore L = (3n+1)x + 4(n+1)y$$

(c) 從 (b),

$$L = 3nx + x + 4ny + 4y$$

$$L - x - 4y = n(3x + 4y)$$

$$\therefore n = \frac{L - x - 4y}{3x + 4y}$$

將 $L = 356$, $x = 12$ 和 $y = 10$ 代入

$$n = \frac{L - x - 4y}{3x + 4y},$$

$$n = \frac{356 - 12 - 4(10)}{3(12) + 4(10)}$$

$$= \underline{\underline{4}}$$

複習練習 1B 題解 (續)

(d) 將 $L = 192$ 和 $n = 5$ 代入 (b) 的結果,

$$192 = [3(5) + 1]x + 4(5 + 1)y$$

即 $2x + 3y = 24$ (i)

將 $L = 56$ 和 $n = 1$ 代入 (b) 的結果,

$$56 = [3(1) + 1]x + 4(1 + 1)y$$

即 $2x + 4y = 28$ (ii)

(ii) - (i) : $y = 4$

將 $y = 4$ 代入 (i),

$$2x + 3(4) = 24$$

$$x = 6$$

10. (a) 半年的利率 = $\frac{r}{200}$

在 n 年內以半年為一期的期數 = $2n$

$$\therefore A = P \left(1 + \frac{r}{200}\right)^{2n}$$

(b) (i) $A = P \left(1 + \frac{r}{200}\right)^{2n}$

$$= P \left(\frac{200 + r}{200}\right)^{2n}$$

$$\therefore P = A \left(\frac{200}{200 + r}\right)^{2n}$$

(ii) 將 $A = 14\ 641$, $r = 20$ 和 $n = 2$ 代

$$\text{入 } P = A \left(\frac{200}{200 + r}\right)^{2n},$$

$$P = 14\ 641 \left(\frac{200}{200 + 20}\right)^{2(2)}$$

$$= \underline{\underline{10\ 000}}$$

(c) (i) $A = P \left(1 + \frac{r}{200}\right)^{2n}$

$$A = P \left(\frac{200 + r}{200}\right)^{2n}$$

$$\log A = \log P + 2n \log \frac{200 + r}{200}$$

$$2n \log \frac{200 + r}{200} = \log A - \log P$$

$$n = \frac{\log A - \log P}{2 \log \frac{200 + r}{200}}$$

$$\therefore n = \frac{\log A - \log P}{2[\log(200 + r) - \log 200]}$$

(ii) 將 $r = 8$ 和 $A = 2P$ 代入 (c)(i) 的結果,

$$n = \frac{\log 2P - \log P}{2[\log(200 + 8) - \log 200]}$$

$$= \frac{\log 2 + \log P - \log P}{2(\log 208 - \log 200)}$$

$$= \frac{\log 2}{2(\log 208 - \log 200)}$$

$$= 8.836\ 5$$

$\therefore n$ 是 $\frac{1}{2}$ 的倍數。

\therefore 最少的 n 值 = $\underline{\underline{9}}$

香港中學會考試題 [第 11 題]

11. E

單元 2 百分數

複習練習 2A (第 15 頁)

$$1. I = \frac{100\,000 \times 5 \times \frac{18}{12}}{100}$$

$$= 7\,500$$

∴ 所得的單利息是 \$7 500。

2. 設子明原來的月薪是 \$P。

$$P(1 + 8\%) = 21\,600$$

$$1.08P = 21\,600$$

$$P = 20\,000$$

∴ 子明原來的月薪是 \$20 000。

$$3. \therefore a = \left(1 + 33\frac{1}{3}\%\right)b$$

$$\therefore a = \frac{4}{3}b$$

$$\therefore \frac{a+b}{a-b} = \frac{\frac{4}{3}b+b}{\frac{4}{3}b-b}$$

$$= \frac{\frac{7}{3}b}{\frac{1}{3}b}$$

$$= \underline{\underline{7}}$$

4. (a) 售價 = \$250(1 + 12%)

$$= \underline{\underline{\$280}}$$

(b) 售價 = \$250(1 - 35%)

$$= \underline{\underline{\$162.5}}$$

5. 設 A 購入該物件時的價錢是 \$x。

B 購入該物件時的價錢

$$= \$x(1 + 15\%)$$

$$= \$1.15x$$

C 購入該物件時的價錢

$$= \$1.15x(1 - 20\%)$$

$$= \$0.92x$$

∴ C 付出 \$1 196，

$$\therefore 0.92x = 1\,196$$

$$x = 1\,300$$

∴ A 購入該物件時的價錢是 \$1 300。

6. 設一枝蠟燭的成本價和售價分別是 \$x 和 \$y，

$$\text{則 } 5y = 8x$$

$$y = \frac{8}{5}x$$

$$\therefore \text{盈利 \%} = \frac{y-x}{x} \times 100\%$$

$$= \frac{\frac{8}{5}x - x}{x} \times 100\%$$

$$= \left(\frac{8}{5} - 1\right) \times 100\%$$

$$= \underline{\underline{60\%}}$$

7. 設該音樂盒的標價是 \$x。

$$x(1 - 20\%)(1 - 5\%) = 342$$

$$0.76x = 342$$

$$x = 450$$

∴ 該音樂盒的標價是 \$450。

8. 設該自來水筆的成本價是 \$x。

$$x(1 + 15\%)(1 - 10\%) = 621$$

$$1.035x = 621$$

$$x = 600$$

∴ 該自來水筆的成本價是 \$600。

複習練習 2A 題解 (續)

$$9. \text{ 半年的利率} = \frac{10\%}{2} = 5\%$$

在 2 年內以半年為一期的期數

$$= 2 \times 2$$

$$= 4$$

∴ 複利息

$$= \$50\,000 \left[\left(1 + \frac{5}{100} \right)^4 - 1 \right]$$

$$= \underline{\underline{\$10\,800}} \text{ (準確至三位有效數字)}$$

10. 設原來的物料成本和人工成本分別是 $5k$ 和 $7k$ ，其中 $k \neq 0$ 。

$$\text{原來的總建築成本} = 5k + 7k$$

$$= 12k$$

在變更後，

$$\text{物料新的成本} = 5k(1 + 20\%)$$

$$= 6k$$

$$\text{人工新的成本} = 7k(1 - 4\%)$$

$$= 6.72k$$

$$\text{總建築成本} = 6k + 6.72k$$

$$= 12.72k$$

∴ 總建築成本的百分增減

$$= \frac{12.72k - 12k}{12k} \times 100\%$$

$$= \frac{0.72k}{12k} \times 100\%$$

$$= 6\%$$

∴ 總建築成本增加 6%。

$$11. \text{ 複利息} = \$20\,000 \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^2 - 1 \right]$$

$$= \$4\,200$$

$$\text{單利息} = \$ \frac{10\,000 \times r \times 10}{100}$$

$$= \$1\,000r$$

$$\therefore 4\,200 = 1\,000r$$

$$r = \underline{\underline{4.2}}$$

$$12. \text{ 單利息} = \$ \frac{6\,000 \times 4 \times 3}{100}$$

$$= \$720$$

$$\text{複利息} = \$6\,000 \left[\left(1 + \frac{2}{100} \right)^6 - 1 \right]$$

$$= \$756.974\,5$$

$$\therefore \text{ 相差} = \$ (756.974\,5 - 720)$$

$$= \underline{\underline{\$37}} \text{ (準確至最接近的元)}$$

13. 設以 6% 年利率和 7% 年利率收取利息的該項投資的兩部份分別是 $\$x$ 和 $\$(16\,000 - x)$ 。

$$\frac{x \times 6 \times 1}{100} + \frac{(16\,000 - x) \times 7 \times 1}{100} = 1\,010$$

$$6x + 7(16\,000 - x) = 101\,000$$

$$x = 11\,000$$

$$\therefore 16\,000 - x = 16\,000 - 11\,000$$

$$= 5\,000$$

∴ 以 6% 年利率和 7% 年利率收取利息的該項投資的兩部份分別是 $\$11\,000$ 和 $\$5\,000$ 。

14. 3 小時後細菌的數目

$$= 5\,000 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^3$$

$$= \underline{\underline{6\,655}}$$

15. (a) 該城市在 1996 年的 n 年後的人口

$$= \underline{\underline{6\,500\,000 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n}}$$

- (b) 在 2001 年時該城市的人口

$$= 6\,500\,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^{2\,001 - 1\,996}$$

$$= \underline{\underline{7\,180\,000}} \text{ (準確至三位有效數字)}$$

16. 設該影印機原來的價值是 $\$x$ 。

4 年後該影印機的價值

$$= \$ \left[x \left(1 - \frac{15}{100} \right)^4 \right]$$