现代数学基础

# 39 实分析中的反例

汪 林

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

现代数学基础

39

# 实分析中的反例



汪 林

SHIFENXI ZHONG DE FANLI

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

本书汇集了实分析中的大量反例，主要内容有集合、函数、微分、Riemann 积分、无穷级数、一致收敛、Lebesgue 测度和 Lebesgue 积分、有界变差函数和绝对连续函数。对平面点集、二元函数和二重积分方面的反例也做了介绍。

本书可供高等学校数学类各专业的本科生、研究生以及教师参考。

**图书在版编目（CIP）数据**

实分析中的反例 / 汪林编著 . -- 北京 : 高等教育出版社 , 2014.1

ISBN 978-7-04-038651-6

Ⅰ. ①实… Ⅱ. ①汪… Ⅲ. ①实分析—研究 Ⅳ. ① O174.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 246556 号

策划编辑 赵天夫　责任编辑 赵天夫　封面设计 赵阳
版式设计 杜微言　责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社
社　址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印　刷 北京中科印刷有限公司
开　本 787mm × 1092mm 1/16
印　张 25.25
字　数 530 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网　址 http://www.hep.edu.cn
http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.landraco.com
http://www.landraco.com.cn
版　次 2014 年 1 月第 1 版
印　次 2014 年 1 月第 1 次印刷
定　价 49.00 元


物 料 号 38651-00

# 序言

在数学的教学和研究中, 经常需要用反例来说明某个命题不真. 而绝大多数的数学书籍, 主要是致力于证明在某些条件下某一结论是真, 很少谈到在另一些条件下某一结论是真还是错误的. 即用来说明某些命题不真的反例则较少, 这不利于学习的深入. 因此, 比较系统地汇集某个数学分支的反例, 以弥补这方面的不足, 无疑是很有益的. 基于这一想法, 作者把多年来在教学实践中积累的实分析方面的反例, 重新加以整理、补充而编成了本书.

为了适合不同程度的读者的需要, 本书编入了不同难易程度的各种例子. 因而, 即便是刚学完初等微积分的读者, 也能从书中有所得益; 而某些较难的例子 (在本书的题号上加 $*$ 号), 甚至对专家来说, 也不失其参考价值. 本书所指的反例, 它的含义比较广泛, 譬如, "无处单调的绝对连续函数" 就是 "每个绝对连续函数必在某个非空子区间上单调" 这一命题不成立的一个反例.

本书的取材, 主要是从各种有关的书籍以及散见在各种数学杂志上的反例中挑选出来的; 也有一些例子是作者在教学实践中提出并构造出来的; 另外, 也有部分例子取自 B. R. Gelbaum 和 J. M. H. Olmsted 合著的 *Counterexamples in Analysis* 一书 (有中译本, 高枚译). 阅读本书所需的预备知识, 编者假定读者已经掌握, 因此, 书中只准备了很少的说明. 每一章都以引言开始, 用来明确所用的记号、术语和定义, 也陈述了一些有关的定理, 这些定理或者是构造某些反例时要用到, 或者是为了衬托某个反例. 此外, 在许多例子的后面, 以 "注" 的形式把这个反例与某个正面的命题相比较, 以便读者更好地了解到这个命题的条件所起的作用和所举反例的意义.

中国科学院学部委员、业师程民德教授仔细地审阅了书稿并提出了许多具体而又十分宝贵的意见; A. C. Thompson 教授[①] 给作者以很大的鼓励, 并提供了一些例子; 云南大学卫念祖教授、陶锟教授始终关怀本书的编写和支持; 杨华康、杨富

[①] A. C. Thompson 系加拿大数学教授, 1979 年 9 月至 1980 年 7 月曾在我国讲学, 并在南京大学主持了一个泛函分析讨论班.

春、丁彦恒、李小娥、刘正荣等同志阅读了本书的部分书稿, 并提出了许多有益的建议; 本书的责任编辑同志仔细地审读了书稿全文, 并且对本书各个部分作了核对, 对他提出的意见, 作者也作了考虑.

对上面提到的所有的人, 作者表示深深的谢意.

由于作者水平有限, 加之定稿时间匆促, 一定存在不少缺点, 殷切期望专家和读者予以批评指教.

汪林
初稿 1983 年 3 月
定稿 1985 年 7 月于云南大学

在学习和研究数学的过程中, 经常需要从正面肯定某个命题的成立, 或从反面否定某个命题不成立, 从而更有利于学习的深入. 因此本书自出版发行后, 就受到读者的欢迎和好评, 经有关专家推荐再版. 出版社对书中的部分疏漏进行了修正. 由于作者的水平有限, 书中仍有可能存在不妥之处, 敬请专家和读者予以批评和指正.

汪林
2013 年 10 月于昆明

# 现代数学基础 图书清单

注：书号前缀为 978-7-04-0xxxxx-x

| | 书号 | 书名 | 著译者 |
|---|---|---|---|
| 1 | 21717-9 | 代数和编码（第三版） | 万哲先 编著 |
| 2 | 22174-9 | 应用偏微分方程讲义 | 姜礼尚、孔德兴、陈志浩 |
| 3 | 23597-5 | 实分析（第二版） | 程民德、邓东皋、龙瑞麟 编著 |
| 4 | 22617-1 | 高等概率论及其应用 | 胡迪鹤 著 |
| 5 | 24307-9 | 线性代数与矩阵论（第二版） | 许以超 编著 |
| 6 | 24465-6 | 矩阵论 | 詹兴致 |
| 7 | 24461-8 | 可靠性统计 | 茆诗松、汤银才、王玲玲 编著 |
| 8 | 24750-3 | 泛函分析第二教程（第二版） | 夏道行 等编著 |
| 9 | 25317-7 | 无限维空间上的测度和积分<br>—— 抽象调和分析（第二版） | 夏道行 著 |
| 10 | 25772-4 | 奇异摄动问题中的渐近理论 | 倪明康、林武忠 |
| 11 | 27261-1 | 整体微分几何初步（第三版） | 沈一兵 编著 |
| 12 | 26360-2 | 数论 I —— Fermat 的梦想和类域论 | [日] 加藤和也、黒川信重、斎藤毅 著 |
| 13 | 26361-9 | 数论 II —— 岩泽理论和自守形式 | [日] 黒川信重、栗原将人、斎藤毅 著 |
| 14 | 38040-8 | 微分方程与数学物理问题（中文校订版） | [瑞典] 纳伊尔·伊布拉基莫夫 著 |
| 15 | 27486-8 | 有限群表示论（第二版） | 曹锡华、时俭益 |
| 16 | 27431-8 | 实变函数论与泛函分析<br>(上册, 第二版修订本) | 夏道行 等编著 |
| 17 | 27248-2 | 实变函数论与泛函分析<br>(下册, 第二版修订本) | 夏道行 等编著 |
| 18 | 28707-3 | 现代极限理论及其在随机结构中的应用 | 苏淳、冯群强、刘杰 著 |
| 19 | 30448-0 | 偏微分方程 | 孔德兴 |
| 20 | 31069-6 | 几何与拓扑的概念导引 | 古志鸣 编著 |
| 21 | 31611-7 | 控制论中的矩阵计算 | 徐树方 著 |
| 22 | 31698-8 | 多项式代数 | 王东明 等编著 |
| 23 | 31966-8 | 矩阵计算六讲 | 徐树方、钱江 著 |
| 24 | 31958-3 | 变分学讲义 | 张恭庆 编著 |
| 25 | 32281-1 | 现代极小曲面讲义 | [巴西] F. Xavier、潮小李 编著 |

续表

| | 书号 | 书名 | 著译者 |
|---|---|---|---|
| 26 | 32711-3 | 群表示论 | 丘维声 编著 |
| 27 | 34675-6 | 可靠性数学引论 (修订版) | 曹晋华、程侃 著 |
| 28 | 34311-3 | 复变函数专题选讲 | 余家荣、路见可 主编 |
| 29 | 35738-7 | 次正常算子解析理论 | 夏道行 |
| 30 | 34834-7 | 数论——从同余的观点出发 | 蔡天新 |
| 31 | 36268-8 | 多复变函数论 | 萧荫堂、陈志华、钟家庆 |
| 32 | 36168-1 | 工程数学的新方法 | 蒋耀林 |
| 33 | 34525-4 | 现代芬斯勒几何初步 | 沈一兵、沈忠民 |
| 34 | 36472-9 | 数论基础 | 潘承洞 著 |
| 35 | 36950-2 | Toeplitz 系统预处理方法 | 金小庆 著 |
| 36 | 37037-9 | 索伯列夫空间 | 王明新 |
| 37 | 37252-6 | 伽罗瓦理论——天才的激情 | 章璞 著 |
| 38 | 37266-3 | 李代数 (第二版) | 万哲先 编著 |
| 39 | 38651-6 | 实分析中的反例 | 汪林 |

# 目　录