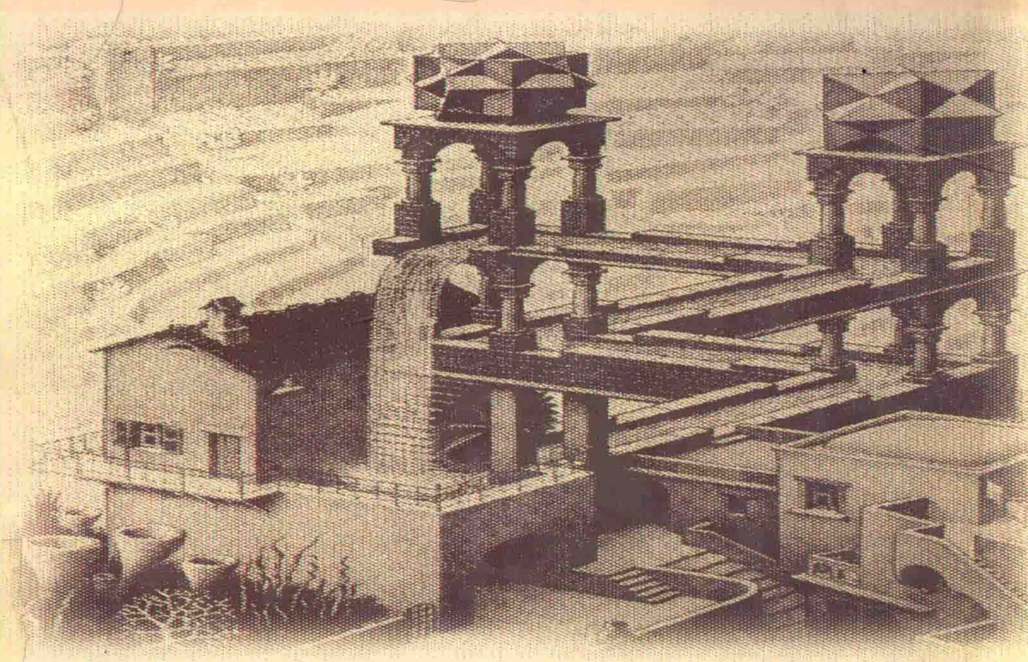
全日制高级中学课本（选修Ⅱ）

数学 第三册（理）

教育部《中学数学实验教材》研究组 编著

教学参考书

JIAOXUECANKAOSHU



北京师范大学出版社

全日制高级中学课本

数 学 第三册(理)

教学参考书

教育部《中学数学实验教材》研究组编著

北京师范大学出版社

·北 京·

图书在版编目(CIP)数据

全日制高级中学课本数学第二册数学参考书/教育部《中学数学实验教材》研究组编．—北京:北京师范大学出版社，2002
ISBN 7-303-06681-0

Ⅰ.全…　Ⅱ.教…　Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料　Ⅳ.G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 007362 号

北京师范大学出版社出版发行
(北京新街口外大街 19 号　邮政编码:100875)
出版人:赖德胜
北京东方圣雅印刷有限公司印刷　全国新华书店经销
开本:787mm×1 092 mm　1/16　印张:5.25　字数:226 千字
2005 年 2 月第 2 版　2005 年 2 月第 1 次印刷
印数:1～3 000 册　定价:6.50 元

前　言

本书是根据北京师范大学出版社2003年3月出版的由教育部《中学数学实验教材》研究组编著的《全日制高级中学课本·数学(选修Ⅱ)》第三册(理)编写的，其内容是介绍本册教科书各章的教学目的、教学要求、教学内容编排、重点难点、课时建议，以及详细的教材分析、教学建议和教学问题研究，同时给出了本册教科书各章节练习、习题、复习题、研究题的参考答案或提示，供执教教师在教学中参考使用。

本书是在多年实验教学的基础上，根据本教材的编写意图，整理和收集了许多教师的教学经验，参阅了一些同类内容的教学资料编著的。全书由罗声雄编写，李建才审定。希望各执教教师、教研员能在教学实践中继续不断总结，不断创新，用自己的勤奋和智慧来充实、完善这本教学参考书，为我国基础教育高中阶段的数学教育事业的发展而共同努力奋斗。

2003年7月20日

目 录

第一章　概率与统计

Ⅰ. 教学要求

1. 使学生了解离散型随机变量的意义，会求简单的离散型随机变量的分布列. 知道分布列之和等于1. 离散型随机变量作为一个总体，其分布列反映了它的概率分布.

2. 使学生了解离散型随机变量的数学期望与方差的意义，并会求一些典型(随机变量)分布的数学期望与方差.

3. 使学生会用常用的三种抽样方法从总体中抽取样本. 了解这些抽样方法的合理性，并会实际操作；会用样本频率分布的直方图估计总体的分布；了解现实世界大量的随机变量(总体)的分布服从正态分布及正态分布的意义与特征，会用正态分布处理一些简单的实际问题.

4. 使学生了解线性回归方法，会用此法解决一些简单的实际问题.

Ⅱ. 教材内容编排、重点与难点、课时分配

1. 本章包括两个基本内容：随机变量与统计方法.

以古典概率为基础，随机变量是概率与统计的接合部，统计是根据样本来估计总体(随机变量)概率分布的数学方法.

(1)随机变量的概念，只要求对离散型随机变量有所了解，会算分布列、数学期望与方差，明了数学期望是总体(随机变量)的均值，方差反映了总体(随机变量)与均值的偏离程度. 数学期望与方差是总体的两个重要的特征数.

为了教学的顺利进行，在讲特征数之前，专门有一小节复习初中的统计知识，并在此基础上引出新的概念：数学期望与方差.

(2)统计方法从复习初中已学过的统计量入手，重点介绍了抽样方法与线性回归.

正态分布本来应在随机变量中讲授，但正态分布是连续型随机变量，比较难以理解. 本书只是将它作为直方图的细化，从方法的角度予以介绍，重点是用此分布处理一些实际问题.

(3)实习作业是学生亲自实践数据的测得、抽取、处理等过程，体会统计方法.

2. 重点与难点.

(1)本章重点是随机变量的数学期望与方差、用样本估计总体的均值及抽样方法.

(2)本章难点是：随机变量的概念、对数学期望与方差意义的理解、有关正态分布的实际问题.

3. 课时分配建议.

本章总课时为16.

§1	随机变量	(6)
1.1	随机变量	2
1.2	离散型随机变量的分布列	2

Ⅲ. 教材分析与教学建议

§1 随机变量

1.1 随机变量

(1)对随机变量的理解.

随机变量是试验结果(基本事件)的实值函数.由于实验结果是随机的,随机变量的取值也是随机的,并有确定的取值概率.

本小节例2是随机变量的典型例子,应仔细讲解.

$$X(\omega)=\text{“掷三枚硬币正面向上的个数”},$$

基本空间是$\Omega\{\omega_0,\omega_1,\cdots,\omega_7\}$,$\omega$的取值范围是$\Omega$(类似于函数的定义域),$X(\omega)$的取值范围(类似于函数的值域)是$\{0,1,2,3\}$.

$X(\omega)$取0,1,2或3都有确定的概率.$X(\omega)=0$的概率是$\frac{1}{8}$,$X(\omega)=1$的概率是$\frac{3}{8}$,$X(\omega)=2$的概率是$\frac{3}{8}$,$X(\omega)=3$的概率是$\frac{1}{8}$,$X(\omega)=4$的概率是0.随机变量取某值的概率p:$0\leqslant p\leqslant 1$.

对随机变量$X(\omega)$,更多地考虑在某一范围内的取值概率.例如,本例中,

$$P(1\leqslant X(\omega)\leqslant 2)=\frac{6}{8},\quad P(0\leqslant X(\omega)\leqslant 1)=\frac{4}{8},$$

$$P(0\leqslant X(\omega)\leqslant 2)=\frac{7}{8},\quad P(0\leqslant X(\omega)\leqslant 3)=1,P(X(\omega)>3)=0.$$

随机变量与普通函数有所不同,例如函数$y=x^2$,y取值1或其他某个值的概率几乎都是0.因为在整个抛物线上,取某一点的机会几乎等于0.

(2)随机变量与随机事件的关系.

随机变量$X(\omega)$取某个值,或取某些值,或取某个范围的值都是一个随机事件.

例如,某射手每次射中目标的概率为p,现连续射击同一个目标,直到头一次击中为止,则

$$X(\omega)=\{\text{子弹的消耗量}\}$$

是一个随机变量.X的取值范围是$\{1,2,3,4,\cdots\}$.

$X(\omega)=1$是随机事件“第1枪便击中”,$P[X(\omega)=1]=p$;

$X(\omega)=2$是随机事件“第1枪未中,第2枪中”,$P[X(\omega)=2]=(1-p)p$;

$X(\omega)=k$是随机事件“前$k-1$枪未中,第k枪中”,$P[X(\omega)=k]=(1-p)^{k-1}p$.

$3\leqslant X(\omega)\leqslant 5$是随机事件“第3,4或5枪头一次击中”,

$$P[3\leqslant X(\omega)\leqslant 5]=(1-p)^2p+(1-p)^3p+(1-p)^4p;$$

$1\leqslant X(\omega)<+\infty$是必然事件,

$$1=P[1\leqslant X(\omega)<+\infty]=\sum_{k=0}^{+\infty}(1-p)^k p.$$

由此可以得到

$$\frac{1}{p}=\sum_{k=0}^{+\infty}(1-p)^k.$$

令$1-p=q$,则有$\frac{1}{1-q}=\sum_{k=0}^{+\infty}q^k$.这就是等比级数的求和公式.

(3)对于连续型随机变量,只需用例6一带而过,让学生知道有连续型随机变量就够了.对于随机变量的定义,不必抠字眼,用例说的方式更容易理解.

1.2 离散型随机变量的分布列

1. 把随机变量$X(\omega)$所有可能的取值概率排成一个数列,这个数列就是$X(\omega)$的分布列,分布列有几种写法:

(1)$\{p_1,p_2,\cdots,p_n,\cdots\}$

(2)$P(X=x_i)=p_i,i=1,2,3,\cdots,n,\cdots$

(3)$\begin{pmatrix}x_1,x_2,\cdots,x_n,\cdots\\ p_1,p_2,\cdots,p_n,\cdots\end{pmatrix}$

(4)

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	$\cdots$
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	

分布列是离散型随机变量$X(\omega)$的概率分布.分布列各项之和为1,即$X(\omega)$取遍所有的值的概率为1.

2. 几种重要的概率分布.

(1)0—1分布

$X(\omega)$只取0,1两个值,分布列为:$P[X(\omega)=1]=p,P[X(\omega)=0]=1-p,0<p<1$.

例如:抛一枚硬币,$X(\omega)$是"正面向上的个数",其分布列为

$$P[X(\omega)=0]=\frac{1}{2},P[X(\omega)=1]=\frac{1}{2}.$$

又如,$X(\omega)$是"从含有5件次品的100件产品中任取一件,得到次品的件数",其分布列为

$$P[X(\omega)=0]=\frac{95}{100},P[X(\omega)=1]=\frac{5}{100}.$$

(2)几何分布,分布列为

$p,qp,q^2p,q^3p,\cdots,q^np,\cdots$ 其中$q=1-p$.

例如,某射手击中目标的概率为p,$X(\omega)$="头一次击中目标为止所消耗的子弹量",$X(\omega)$的分布列如上.

(3)超几何分布

设N件同类产品中有M件次品,现从中任取n件,设X="所取n件中所含次品的数",其分布列为

$$P(x=m)=\frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n},m=1,2,\cdots,l;l=\min(M,n).$$

(4)二次分布：n 次独立重复试验 A 发生的次数 $X(\omega)$ 的分布列为

$$C_n^k p(1-p)^{n-k}, k=0,1,2,\cdots,n; P(A)=p.$$

1.3 离散型随机变量的数学期望与方差

(深刻) 1. 数学期望是平均值概念的推广，是一种更加合理的、更反映实际水平的平均值.

个例 △ 例如，某射手击中10,9,8,7,6 环的概率分别为0.4,0.3,0.2,0.05,0.05，问他射击的平均

很好 环数是多少？如果用 $\frac{10+9+8+7+6}{5}=8$ 作为他射击的平均环数就太委屈他了，不能反映他的实际水平. 这五个环数不能一视同仁，10 环占的比重大，6 环占的比重小，应将它们作加权平均：

$$10\times0.4+9\times0.3+8\times0.2+7\times0.05+6\times0.05\approx9.$$

平均 9 环更能反映他的实际水平. 这种平均值叫做数学期望.

又如，掷三枚硬币，正面向上的个数 X 取值0,1,2,3 的概率分别为 $\frac{1}{8},\frac{3}{8},\frac{3}{8},\frac{1}{8}$. X 的数学期望就是正面向上个数的“平均值”：

$$0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{4}{3},$$

而不是 $\frac{0+1+2+3}{4}=\frac{3}{2}$.

2. 从数学期望的定义容易看出：

(1)设 c 为常数，则 $E(c)=c$. 这就是随机变量 X 只取一个常数值 c，X 的“平均值”(数学期望)当然是 c.

(2)$E(cX)=cE(X)$. 把 X 扩大 c 倍的平均值当然等于 X 的均值扩大 c 倍.

(3)$E(X+Y)=E(X)+E(Y)$. 两个随机变量和的均值当然等于两个均值的和.

(4)设 X,Y 独立，则 $E(XY)=E(X)E(Y)$，此性质可不证. 学生知道公式就可以了.

3. 0－1 分布的数学期望是 p，例如，X＝“掷一枚硬币正面向上的个数”，X 的“平均值”(数学期望)是 $\frac{1}{2}$，正好等于“正面向上”的概率 $\frac{1}{2}$.

二项分布的数学期望是 np. X＝“n 次独立重复试验中事件 A 发生的次数”. X 的“平均值”(数学期望)可以想象是 np. 比如 X＝“掷一枚硬币 10 次，正面向上的次数”，“平均”起来应是 $10\times\frac{1}{2}=5$ 次.

几何分布的数学期望是 $\frac{1}{p}$. 例如，X＝“头一次击中为止所消耗的子弹数”，若射手的命中率 $p=0.2$，“平均”起来，需要消耗 $\frac{1}{0.2}=5$ 粒子弹. 如果射手的命中率 $p=0.5$，“平均”起来需要消耗 $\frac{1}{0.5}=2$ 粒子弹.

从这几个典型的分布，可以更进一步领会数学期望的意义.

4. 为了反映总体 X 与总体的均值(数学期望)的偏离程度，用它们差的平方再作“平均”——方差来刻画是比较科学的. 于是，定义方差

$$D(X)=E[X-E(X)]^2,$$

其中 E 表示数学期望.

例如，X＝“掷三枚硬币正面向上的个数”，

$$E(X)=\frac{4}{3},$$

$$D(X)=E\left(X-\frac{4}{3}\right)^2$$

$$=\left(0-\frac{4}{3}\right)^2\times\frac{1}{8}+\left(1-\frac{4}{3}\right)^2\times\frac{3}{8}+\left(2-\frac{4}{3}\right)^2\times\frac{3}{8}+\left(3-\frac{4}{3}\right)^2\times\frac{1}{8}$$

$$=\frac{1}{2}.$$

如果把$\frac{0+1+2+3}{4}=\frac{3}{2}$作为平均值，代入计算，方差$=\frac{15}{16}$，可见$E(X)=\frac{4}{3}$更能反映总体的“平均值”.

5. 方差的性质不必作为重点，更不必证明. 让学生了解就够了. 要会计算比较简单的随机变量的方差.

6. 记住以下结论：

(1)样本均值是一个随机变量，它的数学期望等于总体的均值μ：$E(\overline{X})=\mu$，

(2)样本方差是一个随机变量，它的数学期望等于总体的方差σ^2，

$$E(S^2)=\sigma^2.$$

这是用样本特征数来估计总体特征数的理论依据.

(3)样本均值$\overline{X}$作为一个随机变量，其方差为$\sigma_{\overline{X}}^2=\frac{\sigma^2}{n}$，其中$n$是样本容量.

§2 统计方法

2.1 统计量

在初中已学习过的平均数、中位数、众数的基础上，进一步明确统计量的概念以及一些常见常用的统计量：样本均值、方差、标准差、极差等.

2.2 抽样方法

从总体中抽取样本，用样本的频率分布来估计总体的概率分布是统计的基本内容. 因此抽取样本(简称抽样)是统计的基础性工作.

1. 基本抽样单元.

总体中的个体数量一般比较大. 可以将其分成若干个单元，每一个单元又可分成较小的单元. 最小一级的单元叫基本抽样单元. 基本抽样单元可以是集体，也可以是个体，抽样就是从总体中抽取单元.

2. 简单随机抽样.

简单随机抽样是最基本的抽样方法. 简单地说就是用抓阄的方法从总体中抽取n个基本单元作为样本.

抽取的方式有两种：无放回地逐个抽取，直至得到n个单元；一次任取n个单元. 这两种方式，都保证每个单元被抽取的概率都等于$1/N$(N是总体所含的单元数)，从而保证了这种抽样方法的合理性.

我们不太可能把真正的总体所有单元放在一起来实施抽样. 一个行之有效的方法是给每一个单元用$1,2,3,\cdots,N$编号，抽取单元就是抽号. 如何抽这些号呢？

简单随机抽样主要操作方式有如下几种：

(1)抽签法：把所有的号码混合在一起，从中随意抽出n个号码. 如电视节目中经常出现的用名人之手随意抽取获奖号码，或用机器摇出获奖号码等等.

(2)用随机数骰子.

(3)用现存的随机数表.

(4)用电脑随机取号.

最常用最方便的方法是第1种. 但单元数量巨大时，很难保证每个单元被抽取的概率相同. 第4种方法最科学，最有前途.

3. 分层抽样.

将总体按一定的原则分成若干个子总体，子总体称为层，在每一层独立进行抽样. 为了从总体中抽取容量为n的样本，可按比例决定各层应抽取的单元数$n_1, n_2, \cdots, n_k$，使$n_1+n_2+\cdots+n_k=n$.

在各层的抽样，仍用简单随机抽样方法.

分层抽样的优越性有：实施方便、分布均匀、数据处理简便、精确度较高.

4. 系统抽样.

从总体中随机地抽取一个单元的号码，其余$n-1$个入样的单元号码随之确定. 一般用等距的方法确定. 例如，总体有1 000个单元，从中抽出样本容量为20的一个样本. 先随机抽取一个号码r，然后按$r\pm 50k$，$k=1,2,3,\cdots$，确定其余19个号码.

这种抽样方法实施简单方便，也能保证每个单元被抽取的等可能性.

5. 实例.

为了考察全校高三学生高考前的准备情况，作一次摸底考试，以对平均分数作出估计.

全校高三6个班，各班人数分别为65，60，55，50，45，40. 拟定抽出35个人的成绩作样本.

(1)分层抽样

样本35人，总体为315人. 平均每9人抽取一个. 各班分配如下：7，7，6，6，5，4.

每一个班为一层，用简单随机抽样方法，各班分别给每一个同学编号，用抽签的方法分别抽取7，7，6，6，5，4个号码.

这两个步骤实施完毕，就得到了容量为35的一个样本. 再用样本的平均成绩作为总体平均成绩的近似值.

(2)系统抽样

用1，2，…，315给每个同学编号. 先从1，2，3，4，…，9九个号码中，用抽签法随机抽取一个号码，比如抽得的号码是4. 那么

$$4+9k,\ k=0,1,2,\cdots,34,$$

共35个号码入样，再计算平均成绩.

或者从1～315中任取一号码，比如抽得的号码是224，那么

$$224+9k,\ k=-24,-23,\cdots,0,1,2,\cdots,10,$$

共35个号码入样. 再计算样本的平均成绩，作为对总体均值的估计.

2.3　总体分布的估计

1. 直方图与密度函数.

在初中已经学过样本的直方图. 直方图是样本值落入各区间的频率的直观表示. 横轴代表样本值，纵轴表示频率密度即频率/组距，各小长方形面积表示各组频率，高就是该组的频率密度. 所有小长方形面积之和为1. 这与样本落入$[m,M]$为必然事件是一致的，其中m表示样本

值的最小值，M 表示最大值.

直方图中，前 k 个小长方形面积之和就是累计频率，它近似地表示总体 X 的分布函数.

在直方图中，小长方形的上端是一条平行 x 轴的直线段，直线段的高度（即到 x 轴之距离）表示该区间的频率密度. 所有这些线段所构成的阶梯形图形便是样本的频率密度分布图，它是一个阶梯函数.

如果将区间细化，（样本容量变大，组距变小）小线段会越来越短，直至变成一个点，阶段形图形随之变成一条曲线. 这条曲线所表示的函数称为总体 X 的密度函数，记为 $f(x)$. 这样，$f(x)$ 与 x 轴在 $(-\infty,x]$ 之上所夹的面积就是分布函数

$$\Phi(x)=P(-\infty<X\leqslant x).$$

有如下相应的关系：

样本值落入某区间的频率近似于总体 X 的值落入该区间的概率；

样本频率密度近似于总体 X 的概率密度；

样本频率密度的阶梯函数近似于总体 X 的密度函数；

样本的累计频率近似于总体的分布函数.

2. 概率分布.

总体（随机变量）X 的概率分布是指其所有可能取值概率分布状况. 对离散型随机变量 X，其概率分布就是分布列.

连续型随机变量 X 没有分布列. X 在 $(-\infty,+\infty)$ 取值. 考虑 X 取某一个值的概率是没有意义的，只考虑 X 取某区间的取值概率. 记号 $P(-\infty<X\leqslant x)$ 表示 X 的值落在区间 $(-\infty,x]$ 的概率，若令

$$F(x)=P(-\infty<X\leqslant x),$$

则称 $F(x)$ 为 X 的概率分布函数. 式中 $\leqslant x$ 也可以写成 $<x$，因为对 x 一个值而言，X 取 x 的概率等于 0.

概率分布函数相当于离散型分布列前若干项的和. 当总体 X 的分布函数未知时，可以取 X 的一组观察值作为样本，来近似地描述其概率分布. 即用样本值落入各区间的频率作为 X 的值落入各区间概率的近似值. 累计频率（前 n 个区间频率之和）就是分布函数 $F(x)$ 的近似.

3. 正态分布.

以上关于总体 X 的诸多概念，可以通过正态分布进一步具体化.

正态分布是最常见的一种概率分布，它的密度函数图像最显著的特点是中间高，两头低，并且对称. 这表明，总体 X 的值绝大部分分布在它的均值附近. 换言之，X 取均值附近的值概率比取其他值概率大得多. 例如，全校高三学生平均身高 170 cm，多数同学的身高会在 170 cm 左右，身高与 170 cm 的差越大的人数会越来越少. 这表明：同龄人的身高服从正态分布.

描绘这类曲线的函数（密度函数）是

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)}{\sigma^2}},-\infty<x<+\infty.$$

其中 μ 是总体均值，σ^2 是总体方差，e 是自然对数之底. 这是一个复杂的指数函数. 不必深究，知道这个事实就可以了.

由于标准正态分布的分布函数 $\Phi(x)$ 有现存的数字表，可以将一般的正态分布化成标准的，然后查表.

设$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，令$Y=\frac{x-\mu}{\sigma}$，则$Y\sim N(0,1)$. 求$P(x_1\leqslant X\leqslant x_2)$可以化为查表并求差：

$$\Phi\left(\frac{x_2-\mu}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{x_1-\mu}{\sigma}\right).$$

课本中几道简单的例题可以让学生学会用表来解有关的问题.

注意样本均值$\overline{X}$（容量为n）是一个随机变量. $\overline{X}$的数学期望为总体的均值，$E(\overline{X})=\mu$. 方差为$\frac{\sigma^2}{n}$. $\overline{X}$服从正态分布$N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$.

4. 质量控制图是正态分布性质的简单应用.

由于$P(|X-\mu|<3\sigma)\approx 0.997\ 3$，所以可以认为：如果样本的均值落在区间$(-3\sigma,3\sigma)$之外，则小概率事件发生了. 这是不可能的，说明总体均值是μ的假设不成立. 即生产的整批产品不合格. 须及时停产检查. 其中μ和σ是事先制订的产品质量标准.

2.4　线性回归

用具体事例来解释线性回归容易理解.

现将书中例子作更详细的解释.

某企业职工月工资与企业的月赢利有关. 很显然，工资和利润具有随机性，但总的来说，利润越大，工资越高，可以认为这两个随机变量有线性关系，但到底是什么线性关系，一般难以确定，只好通过许多个月的数据来推断. 设利润为X，月工资为Y，它们的线性关系表示为

$$Y=a+bX+\varepsilon,$$

其中ε表示各种干扰对工资的影响，其数学期望$E(\varepsilon)=0$，ε可以忽略不计. a,b是要用多个观察值才能确定的实数. 既然Y与X是线性关系，那么观察值$(x_i,y_i)i=1,2,\cdots,n$中大部分（大部分点）应在一条直线附近. 但究竟是哪一条直线，要通过这组数据来确定. 线性回归就是找一条直线，使其与这些点最"贴近". 最"贴近"的一个重要标准是使这些点与所求直线距离的平方和最小. 用这个标准找直线方程系数a,b的方法叫最小二乘法. 书中给出了求a,b近似值的具体公式. 学生了解线性回归的来由及会用公式计算a,b的近似值就足够了.

再举一例.

福利彩票：设投入钱数X与获奖钱数Y是线性关系.

可令

$$Y=a+bX,$$

可以想象，a可能是0，也可能是别的数；b大约在$\frac{1}{2}$附近（因为福利彩票将把50%的钱用于福利事业，把50%的钱作为奖金），那么a,b的近似值到底是多少？可用一批人的投入和奖金作为样本，比如100人，记下每人一次投入的钱数和获奖钱数$(x_i,y_i)i=1,2,\cdots,100$. 在坐标平面上描点，这些点大体在一直线附近. 然后用最小二乘法所得到的计算公式，可算出a,b的近似值. 但你并不能有把握地说用已求出关系式$Y=\hat{a}+\hat{b}X$可以算出你下一次投入X_0便能得到奖金$Y_0=\hat{a}+\hat{b}X_0$. 因为Y是随机变量. 它的取值是有概率的. 只能从宏观的角度用这个公式.

2.5　实习作业

注意组织好学生的实践活动，充分发挥学生的自主能力.

Ⅳ. 本章练习与习题参考答案

P5　1.1　练习

1. 把正面向上记为1,向下记为0.

$\Omega=\{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\}$

$$X(\omega)=\begin{cases}0, & 当\omega=(0,0),\\ 1, & 当\omega=(0,1),(1,0),\\ 2, & 当\omega=(1,1).\end{cases}$$

2. 解:(1)用M_1,M_2,M_3代表三男生,W_1,W_2代表二女生

$$X(\omega)=\begin{cases}0, & \omega=(M_1,M_2),(M_1,M_3),(M_2,M_3),\\ 1, & \omega=(W_1,M_1),(W_1,M_2),(W_1,M_3),(W_2,M_1),(W_2,M_2),(W_2,M_3),\\ 2, & \omega=(W_1,W_2).\end{cases}$$

(2)$P(X=0)=\frac{3}{10},P(X=1)=\frac{6}{10},P(X=2)=\frac{1}{10}.$

3. 解:(1)用(a,b,c)表示事件"取得三个数是a,b,c".

$$X(\omega)=\begin{cases}3, & \omega=(1,2,3),\\ 4, & \omega=(1,2,4),(1,3,4),(2,3,4),\\ 5, & \omega=(1,2,5),(1,3,5),(1,4,5),(2,3,5),(2,4,5),(3,4,5).\end{cases}$$

(2)$P(X=3)=\frac{1}{10},P(X=4)=\frac{3}{10},P(X=5)=\frac{6}{10}.$

P8　1.2　练习

1. $C_5^2 0.4^2(1-0.4)^3\approx 0.35.$　**2.** $C_n^k\left(\frac{M}{N}\right)^k\cdot\left(1-\frac{M}{N}\right)^{n-k},k=0,1,2,\cdots,n.$

3. $\frac{C_M^kC_{N-M}^{n-k}}{C_N^n},k=0,1,2,\cdots,\min(M,n).$

4. $a=1.$　　**5.** $P(4\leqslant X\leqslant 6)=0.7.$

P13　1.3　练习1

1. 解:X的分布列为

X	0	1	2	3	4	5
P	$\left(\frac{2}{5}\right)^5$	$\frac{3}{5}\left(\frac{2}{5}\right)^4$	$\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)^3$	$\left(\frac{3}{5}\right)^3\left(\frac{2}{5}\right)^2$	$\left(\frac{3}{5}\right)^4\frac{2}{5}$	$\left(\frac{3}{5}\right)^5$

$$E(X)=C_5^1\frac{3}{5}\left(\frac{2}{5}\right)^4+C_5^2 2\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)^3+C_5^3 3\left(\frac{3}{5}\right)^3\left(\frac{2}{5}\right)^2+C_5^4 4\left(\frac{3}{5}\right)^4\frac{2}{5}+5\left(\frac{3}{5}\right)^5=3.$$

或者直接运用二项分布的数学期望公式$E(X)=np=5\cdot\frac{3}{5}=3.$

2. 解:$E(X)=\frac{C_{15}^1C_{30}^2}{C_{45}^3}+2\cdot\frac{C_{15}^2C_{30}^1}{C_{45}^3}+3\cdot\frac{C_{15}^3C_{30}^0}{C_{45}^3}=1.$

3. $E(X)=5\times 0.4=2.$

4. 二项分布的数学期望等于np,说明某事件在若干个n次独立重复试验中发生的次数,平

均起来约为 np 次(其中 p 是在一次试验中该事件发生的概率).

几何分布的数学期望等于 $\frac{1}{p}$,说明若某事件在一次试验中发生的概率为 p,则该事件头一次发生为止的试验平均起来需要进行 $\frac{1}{p}$ 次试验.

P17　1.3　练习2

1. 解:$D(X)=npq=5\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$.

2. 解:$E(X)=1$,

$$D(X)=E[X-E(X)]=\sum_{k=0}^{3}(k-1)^2\frac{C_{15}^{k}C_{30}^{3-k}}{C_{45}^{3}}=\frac{C_{15}^{0}C_{30}^{3}}{C_{45}^{3}}+\frac{C_{15}^{2}C_{30}^{1}}{C_{45}^{3}}+4\frac{C_{15}^{3}C_{30}^{0}}{C_{45}^{3}}=\frac{7}{11}.$$

P17　习题1—1

1. (1)0.7;(2)0.8;(3)0.9.

2. $C_5^3 0.6^3\times0.4^2+C_5^4 0.6^4\times0.4+0.6^5\approx0.68$.

3. 解:X 取值为0,1,2,3.

"$X=0$"即事件"第一次取得好灯泡",$P(X=0)=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$;

"$X=1$"即事件"第一次取得坏的且第二次取得好的",

$$P(X=1)=\frac{3}{12}\cdot\frac{9}{11}=\frac{9}{44};$$

"$X=2$"即事件"前两次取得坏的,且第三次取得好的",

$$P(X=2)=\frac{3}{12}\cdot\frac{2}{11}\cdot\frac{9}{10}=\frac{9}{220};$$

"$X=3$"即事件"前三次取得坏的,且第四次取得好的",

$$P(X=3)=\frac{3}{12}\cdot\frac{2}{11}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{9}{9}=\frac{1}{220}.$$

X 的分布列为

$$\begin{bmatrix}0 & 1 & 2 & 3\\ \frac{3}{4} & \frac{9}{44} & \frac{9}{220} & \frac{1}{220}\end{bmatrix}$$

4. 解:用1表示正面向上,用0表示正面向下. Ω 由0,1组成的五位数构成,共有 2^5 个元素.

X 可取0,1,2,3,4,5六个值.

"$X=k$"即事件"5位数中有 k 个1";

"$X=0$"包含1个元素,$P(X=0)=\frac{1}{32}$;

"$X=1$"包含5个元素,$P(X=1)=\frac{5}{32}$;

"$X=k$"包含 C_5^k 个元素(从5个位置任取 k 个写上1,其余写上0),$P(X=k)=\frac{C_5^k}{32}$.

X 的分布列为

$$\frac{C_5^k}{32}\ (k=0,1,2,3,4,5).$$

5. 解：0,1,2,…,15 都表成二进制四位数.

$$P(X=k)=\frac{C_4^k}{16},\quad k=0,1,2,3,4.$$

X 的分布列具体表示为

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{16} & \frac{1}{4} & \frac{3}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{16} \end{bmatrix}$$

6. (1)$P(X=k)=C_{30}^k 0.8^k\times(0.2)^{30-k}, k=0,1,2,\cdots,30.$

(2)$P(X=k)=0.8\times 0.2^{k-1}, k=1,2,\cdots,29,30.$

7. $P(X=k)=\frac{C_3^k C_{17}^{4-k}}{C_{20}^4}, k=0,1,2,3.$

8. 解：事件“$X=k$”是事件“前 $k-1$ 次击中一次，且第 k 次击中”，

$P(X=k)=C_{k-1}^1 pq^{k-2}\cdot p=(k-1)p^2q^{k-2}$，其中 $q=1-p$.

9. 证明：由分布列之和等于 1 得到二项分布的分布列满足

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k p^k q^{n-k}=1, q=1-p, 0<p<1.$$

设 x,y 为正数，可令 $p=\frac{y}{x+y}, q=\frac{x}{x+y}$，$p,q$ 满足条件 $q=1-p, 0<p<1$. 代入上式得

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k\left(\frac{y}{x+y}\right)^k\left(\frac{x}{x+y}\right)^{n-k}=1\Rightarrow\sum_{k=0}^{n} C_n^k\frac{x^{n-k}y^k}{(x+y)^n}=1$$

$$\Rightarrow\sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k}y^k=(x+y)^n.$$

10. (1)$\left(\frac{1}{2}\right)^k, k=1,2,3,\cdots$

(2)$\frac{C_{13}^k C_{39}^{5-k}}{C_{52}^5}, k=0,1,2,3,4,5.$

11. 解：用 (i,j,k) 表示第一、二、三个信封分别装进 i,j,k 封信. 基本空间

$\Omega=\{(1,2,3),(1,3,2),(2,1,3)(2,3,1),(3,1,2),(3,2,1)\}$，共 6 个元素.

都装错了的是 $(2,3,1),(3,1,2),(3,2,1)$，$P(X=0)=\frac{1}{3}$，

装对一封的是 $(1,3,2),(2,1,3)$，　　$P(X=1)=\frac{1}{2}$，

装对两封的没有，　　$P(X=2)=0$，

装对三封的是 $(1,2,3)$　　$P(X=3)=\frac{1}{6}$.

$$E(X)=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{2}+2\times 0+3\times\frac{1}{6}=1.$$

12. 解：$E(X)=-2\times 0.4+0\times 0.3+2\times 0.3=-0.2$，

$E(X^2)=(-2)^2\times 0.4+0^2\times 0.3+2^2\times 0.3=2.8$，

$E(3X^2+5)=3E(X^2)+E(5)=3\times 2.8+5=13.4.$

13. 解：用 (i,j) 表示第 1,2 颗骰子的点数组成的一个基本元素，则 $X=i+j, 1\leqslant i,j\leqslant 6$，$i,j\in\mathbf{N}$.

基本空间有 $6^2=36$ 个元素.

X 所有可能的值是 2,4,…,12.

事件“$X=2$”含1个元素；

事件“$X=3$”含2个元素；

当$k\leqslant 7$时，

事件“$X=k$”$=\{(1,k-1),(2,k-2),\cdots,(k-1,1)\}$共$k-1$个元素.

$P(x=k)=\dfrac{k-1}{36}, k=2,3,\cdots,7.$

当$8\leqslant k\leqslant 12$时，

事件“$X=k$”$(k=8,9,10,11,12)$分别包含5,4,3,2,1个元素.

$$E(X)=2\times\frac{1}{36}+3\times\frac{2}{36}+4\times\frac{3}{36}+5\times\frac{4}{36}+6\times\frac{5}{36}+7\times\frac{6}{36}+$$
$$8\times\frac{5}{36}+9\times\frac{4}{36}+10\times\frac{3}{36}+11\times\frac{2}{36}+12\times\frac{1}{36}=7.$$

14. 由书中3.2小节结论，

$E(X)=np, D(X)=np(1-p).$

$np=2.4, np(1-p)=1.44\Rightarrow 1-p=0.6, p=0.4, n=6.$

15. 解：$X\sim B(n,p)=B(10,\dfrac{5}{100})$，

$$E(X)=np=10\times\frac{5}{100}=\frac{1}{2}.$$

$$D(X)=np(1-p)=10\times\frac{5}{100}\times\frac{95}{100}=\frac{19}{40}.$$

P24　2.1　练习

1.（略）　**2.**（略）　**3.**（略）

4. 解：(1)$\overline{X}_{甲}=\dfrac{1}{100}(10\times18+9\times16+8\times18+7\times12+6\times10+5\times10+$

$4\times9+3\times5+2\times1+1\times1)$

$=7.16$

$\overline{X}_{乙}=\dfrac{1}{100}(10\times17+9\times18+8\times20+7\times11+6\times9+5\times8+4\times7+3\times6+2\times2+1\times2)$

$=7.15$

(2)由$S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2=\dfrac{1}{n-1}\left[\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-a)^2-n(\overline{X}-a)^2\right]$，其中$a$为任意常数. 取$a=7$，这里$(X_i-a)^2$各有若干个项相同. 于是，

$$S_{甲}^2=\frac{1}{99}[(3^2\times18+2^2\times16+1^2\times18+0^2\times12+1^2\times10+2^2\times10+3^2\times9+$$
$$4^2\times5+5^2\times1+6^2\times1)-100\times0.16^2]\approx5.2.$$

$$S_{乙}^2=\frac{1}{99}[(3^2\times17+2^2\times18+1^2\times20+0^2\times11+1^2\times9+2^2\times8+3^2\times7+$$
$$4^2\times6+5^2\times2+6^2\times2)-100\times0.15^2]\approx5.6.$$

甲比乙稳定.

P28　2.2　练习

1.（略）