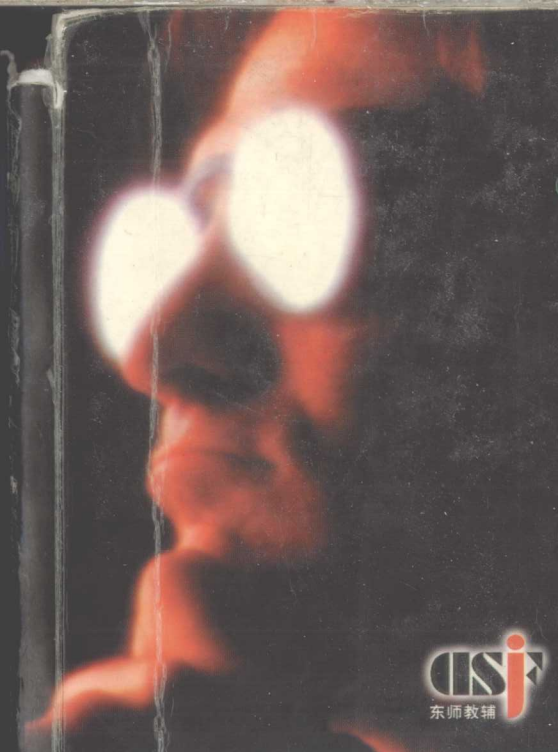




海淀名题

联通 训练



东师教辅

Liantong

高中数学

北京市海淀区重点中学特级高级教师 编写

总主编 邓 均 蒋大凤

东北师范大学出版社

海淀名题
联通
训练

第一部分 代数

第一章 幂函数、指数函数和对数函数

选择题

1

在解答下列各题时,如果你有任何疑问,请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解》代数部分第一章选择题第1题。

集合 $M = \{\alpha | \alpha = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$, 集合 $N = \{\beta | \beta = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, 集合 $P = \{\gamma | \gamma = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$, 那么

A. $M \subseteq N \subseteq P$ B. $M \supseteq N \supseteq P$ C. $M \cap N \supseteq P$ D. $M \supseteq N \supseteq P$

2

在解答下列各题时,如果你有任何疑问,请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解》代数部分第一章选择题第2题。

设集合 $M = \{x | x = 2n, n \in \mathbb{Z}\}$, 集合 $N = \{y | y = 14m + 36n, m, n \in \mathbb{Z}\}$, 给出下列命题:(1) $2 \in M$, (2) $2 \in N$, (3) $M \subseteq N$, (4) $2 \in M \cap N$, 其中正确命题的个数有

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

3

在解答下列各题时,如果你有任何疑问,请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解》代数部分第一章选择题第3题。

设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5\}$, 则

A. $I = A \cup B$ B. $I = \bar{A} \cup B$ C. $I = A \cup \bar{B}$ D. $\bar{A} \cup B$

4

在解答下列各题时,如果你有任何疑问,请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解》代数部分第一章选择题第4题。

设集合 $A = \{a | 4a + P < 0\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$, $a \in B$, 则实数 P 的取值范围是

A. $P > 4$

B. $P < 4$

C. $P \geq 4$

D. $P \leq 4$

- () 2 已知 $I = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid |x - a| \leq 2\}$, $B = \{x \mid |x - 1| \geq 3\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为

A. $0 \leq a \leq 2$

B. $0 < a < 2$

C. $0 \leq a \leq 1$

D. $0 < a < 1$

5

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章选择题第 5 题。

- () 1 已知集合 $M = \{x, xy, \lg(xy)\}$, $N = \{0, |x|, y\}$, 且 M, N 均含有三个元素, 又有集合 $C = \{x + y \mid M = N\}$, 那么集合 C 所含元素为

A. $-1, 0, 2$

B. $-1, 0$

C. $0, 2$

D. 2

6

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章选择题第 6 题。

- () 1 满足 $\{1, 2\} \cup M = \{1, 2, 3, 4\}$ 的所有集合 M 的个数是

A. 5

B. 4

C. 7

D. 6

7

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章选择题第 7 题。

- () 1 将 3 名医生分配给 4 个学校, 每个学校至多接受一名医生, 则分配方案为

A. C_4^3

B. P_4^3

C. 3^4

D. 4^3

- () 2 将 4 名医生分配给 3 个学校, 每个学校至多接受一名医生, 则分配方案为

A. C_4^3

B. P_4^3

C. 3^4

D. 4^3

8

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章选择题第 8 题。

- () 1 f 是集合 $M = \{a, b, c, d\}$ 到集合 $N = \{0, 1, 2\}$ 的映射, 且 $f(a) + f(b) + f(c) + f(d) = 4$, 则不同的映射个数应为

A. 19

B. 18

C. 17

D. 16

9

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章选择题第 9 题。

- () 1 若非空集合 A, B 满足: $A \subset B$, I 为全集, 则下列集合中为空集的是

A. $A \cap B$

B. $A \cap \bar{B}$

C. $A \cup \bar{B}$

D. $\bar{A} \cup B$

10

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章选择题第 10 题。

- () 1 二次函数 $ax^2 + bx + 6 < 0$ 的解集是全体实数的条件是

A. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

- () 2 若函数 $y = mx^2 + mx - 2$ 的值恒为负, 则 m 的取值范围是

A. $m < -8$ 或 $m > 0$

B. $-8 < m < 0$

C. $-8 \leq m < 0$

D. $-8 < m \leq 0$

- () 3 已知函数 $y = \log_2(x^2 + ax - a)$ 的值域为 $\mathbf{R}$, 那么实数 a 的取值范围是

A. $-4 < a < 0$

B. $-4 \leq a \leq 0$

C. $a \leq -4$ 或 $a \geq 0$

D. $a < -4$ 或 $a > 0$

4 已知函数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2-4x}{x-2}}$, 则它的值域为 $\frac{2-4x}{x-2} = -4 - \frac{4}{x-2}$

A. $(0, 16) \cup (16, +\infty)$

B. $(0, 16)$

C. $(16, +\infty)$

D. $(0, +\infty)$

5 已知函数 $y = \log_2(4x - x^2)$, 那么函数的值域为

A. $(0, 4)$

B. $(-\infty, 2]$

C. $[2, +\infty)$

D. $(0, 4]$

6 已知函数 $y = \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$, 那么此函数的值域为

A. $\mathbb{R}$

B. $(-1, 1)$

C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

D. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

11

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章选择题第 11 题。

1 已知函数 $f(x) = \frac{1}{1-x^2} (x < 1)$, 则 $f^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$ 的值是

A. -2

B. -3

C. 1

D. 3

2 已知函数 $f(x)$ 的反函数为减函数, 且 $f(x) > 0$, 下列函数为增函数的是

A. $y = \sqrt{f(x)}$

B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)}$

C. $y = -\frac{1}{f(x)}$

D. $y = \log_2 f(x)$

3 已知函数 $y = f(x)$ 有反函数, 且 $f(x+1)$ 的图像经过点 $(0, 2)$, 则下列函数中可能是 $f(x)$ 的反函数的是

A. $y = \sqrt{4-x^2} (0 \leq x \leq 2)$

B. $y = 1 + \sqrt{4-x^2} (0 \leq x \leq 2)$

C. $y = 2 - \sqrt{4-x^2} (0 \leq x \leq 2)$

D. $y = 1 - \sqrt{4-x^2} (-2 \leq x \leq 2)$

12

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章选择题第 12 题。

1 已知函数 $f_1(x) = x^{-2} + 1$, $f_2(x) = 2x^{-\frac{1}{3}}$, $f_3(x) = 4x^{\frac{1}{2}}$, $f_4(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{2}{3}}$, 则

A. $f_1(x), f_4(x)$ 是偶函数, $f_2(x), f_3(x)$ 是奇函数

B. $f_1(x), f_4(x)$ 是偶函数, $f_2(x)$ 是奇函数, $f_3(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数

C. $f_1(x)$ 是偶函数, $f_2(x), f_3(x), f_4(x)$ 是奇函数

D. $f_1(x), f_3(x)$ 是偶函数, $f_2(x), f_4(x)$ 是奇函数

2 已知 $f(x^2 - 3) = \lg \frac{x^2}{x^2 - 6}$, 则 $f(x)$

- A. 是奇函数 B. 是偶函数
C. 既是奇函数又是偶函数 D. 非奇非偶函数

13

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第 13 题。

- (B) 1 若函数 $y=f(x)$ 是奇函数, 则下列坐标表示的点一定在 $y=f(x)$ 的图像上是
A. $(a, -f(a))$ B. $(-a, -f(a))$
C. $(-a, -f(-a))$ D. $(a, f(-a))$

14

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第 14 题。

- (A) 1 若奇函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ ($0 < a < b$) 上是增函数, 且最大值为 M , 则 $f(x)$ 在 $[-b, -a]$ 上是
A. 增函数, 且最小值为 $-M$ B. 增函数, 且最大值为 $-M$
C. 减函数, 且最小值为 $-M$ D. 减函数, 且最大值为 $-M$
- (-) 2 已知 $f(x) = ax^2 + bx - 8$, 且 $f(-2) = 10$, 那么 $f(2) =$
A. -26 B. -18 C. -10 D. 10
- (-) 3 已知 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数, 又在 $(0, +\infty)$ 上 $f(x)$ 是增函数, 且 $f(x) > 0$, 记 $F(x) = 1 - [f(x)]^2$, 那么 $F(x)$ 是
A. 偶函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数
B. 偶函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数
C. 奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数
D. 奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数

15

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第 15 题。

- (-) 1 定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 那么 $f(x)$ 是
A. 奇函数 B. 偶函数
C. 既是奇函数又是偶函数 D. 非奇非偶函数
- (-) 2 已知对任意 $x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) + f(y) = 2f\left(\frac{x+y}{2}\right)f\left(\frac{x-y}{2}\right)$ 且 $f(0) \neq 0$, 那么 $f(x)$ 是
A. 既是奇函数, 又是偶函数 B. 是奇函数, 但不是偶函数
C. 是偶函数, 不是奇函数 D. 既不是奇函数, 又不是偶函数

16

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第 16 题。

- (-) 1 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 3 & x < 0, \\ 0 & x = 0, \\ -x^2 + 2x - 3 & x > 0, \end{cases}$ 那么 $f(x)$ 是

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 既是奇函数又是偶函数

D. 非奇非偶函数

17

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第 17 题。

 () 1 已知函数 $f(x)$ 为奇函数, 当 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x) = \lg(x+1)$, 那么 $x \in (-1, 0)$ 时, $f(x)$ 的表达式为

 A. $-\lg(x+1)$

 B. $-\lg(1-x)$

 C. $\lg(1-x)$

 D. $\frac{1}{2}\lg(x+1)^2$

 () 2 已知函数 $y = f(x)$ 为偶函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x(1-x)$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 的解析式为

 A. $x(1+x)$

 B. $-x(1+x)$

 C. $-x(1-x)$

 D. $-x(x-1)$

 () 3 若 $f(x), g(x)$ 都是奇函数, $F(x) = af(x) + bg(x) + 2$ 在 $(0, +\infty)$ 上有最大值 5, 则 $F(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上有

A. 最小值 5

B. 最大值 -5

C. 最小值 -1

D. 最大值 -3

18

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第 18 题。

 () 1 已知函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 单调, 且 $f(a)f(b) < 0$, 则方程 $f(x) = 0$ 在区间 $[a, b]$ 内

A. 至少有一实根

B. 至多有一实根

C. 没有实根

D. 必有惟一的实根

 () 2 二次函数 $y = f(x)$ 满足 $f(3+x) = f(3-x)$ 且 $f(x) = 0$ 有两个实根 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2$ 等于

A. 0

B. 3

C. 6

D. 不能确定

 () 3 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数, $y = f(x)$ 的一个单调区间是 $(2, 6)$, 则函数 $y = f(2-x)$ 的

 A. 对称轴为 $x = -2$, 且一个单调递减区间是 $(4, 8)$

 B. 对称轴为 $x = -2$, 且一个单调递减区间为 $(0, 4)$

 C. 对称轴为 $x = 2$, 且一个单调递增区间为 $(4, 8)$

 D. 对称轴为 $x = 2$, 且一个单调递增区间为 $(0, 4)$

19

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第 19 题。

 () 1 已知函数 $y = x^2 + 2mx + m^2 - \frac{1}{2}m - \frac{3}{2}$, 当 $x \in (0, +\infty)$, 恒有 $f(x) > 0$, 则 m 的取值范围是

 A. $m < -3$

 B. $m > \frac{3}{2}$

C. $-3 < m < \frac{3}{2}$

D. $m < -3$ 或 $m > \frac{3}{2}$

(2) 已知函数 $f(x) = x^2 - bx + c$ 满足 $f(1+x) = f(1-x)$ 且 $f(0) = 3$, 那么 $f(b^x)$ 与 $f(c^x)$ 的大小关系是

A. $f(b^x) > f(c^x)$

B. $f(b^x) < f(c^x)$

C. $f(b^x) = f(c^x)$

D. 无法确定

(3) 设集合 $M = \{(x, y) | y = x^2 + ax + 2\}$, $N = \{(x, y) | y = x + 1, 0 \leq x \leq 2\}$, 若 $M \cap N = \emptyset$, 实数 a 的取值范围是

A. $a \leq -\frac{3}{2}$

B. $a > -\frac{3}{2}$

C. $-\frac{3}{2} \leq a \leq -1$

D. $a \leq -1$

20

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第 20 题。

(1) 与函数 $y = 0.1^{\lg(2x-1)}$ 的图像相同的函数解析式是

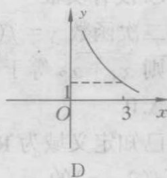
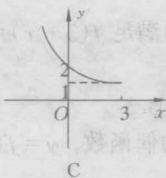
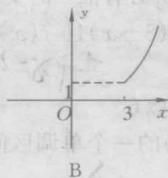
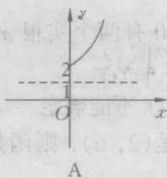
A. $y = 2x - 1 \left(x > \frac{1}{2}\right)$

B. $y = \frac{1}{2x-1}$

C. $y = \frac{1}{2x-1} \left(x > \frac{1}{2}\right)$

D. $y = \left|\frac{1}{2x-1}\right|$

(2) 下列四个图形中, 与函数 $y = 3 + \log_2 x \ (x \geq 1)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称的图形是



(3) 已知 $f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, 则 $f(x+1) =$

A. $(x+1)^2 + \frac{1}{(x+1)^2}$

B. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \frac{1}{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$

C. $(x+1)^2 + 2$

D. $(x+1)^2 + 1$

21

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第 21 题。

(1) 已知函数 $y = f(x)$ 是偶函数 ($x \in \mathbf{R}$), 在 $x < 0$ 时, y 是增函数, 对于 $x_1 < 0$, $x_2 > 0$ 有 $|x_1| < |x_2|$, 则

- A. $f(-x_1) > f(-x_2)$ B. $f(-x_1) < f(-x_2)$
 C. $f(-x_1) = f(-x_2)$ D. $f(-x_1) \leq f(-x_2)$

() 2 定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数 $f(x)$ 不恒为 0, 且对于任意实数 t , 都有 $f(1+t) = -f(1-t)$, 那么函数 $f(x)$

A. 是周期函数且最小正周期是 1

B. 是周期函数且最小正周期是 2

C. 是周期函数且最小周期为 4

D. 不一定是周期函数

() 3 设 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上以 2 为周期的奇函数, 已知当 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x) = \log_2 \frac{1}{1-x}$, 则 $f(x)$ 在 $(1, 2)$ 上是

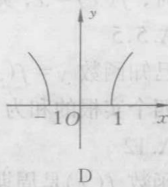
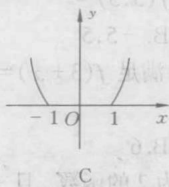
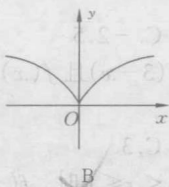
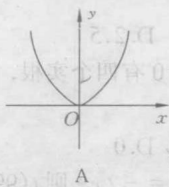
A. 增函数且 $f(x) > 0$

B. 增函数且 $f(x) < 0$

C. 减函数且 $f(x) > 0$

D. 减函数且 $f(x) < 0$

() 4 函数 $y = \log_a(|x| + 1)$ ($a > 1$) 的图像大致是



22

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅北京师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章选择题第 22 题。

() 1 设函数 $f(x) = \frac{1-2x}{1+x}$, 若函数 $g(x)$ 的图像与 $y = f^{-1}(x+1)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 则 $g(2)$ 等于

A. $-\frac{4}{5}$

B. $-\frac{5}{4}$

C. -1

D. -2

() 2 若函数 $f(x) = (x+a)^3$ 对任意的 $t \in \mathbf{R}$, 总有 $f(1+t) = -f(1-t)$, 则 $f(2) + f(-2)$ 的值是

A. 0

B. 26

C. -26

D. 28

() 3 设函数 $f(x)$ 定义在整数集上, 并且 $f(x) = \begin{cases} x-3 & (x \geq 1000), \\ f[f(x+5)] & (x < 1000), \end{cases}$ 则 $f(999) =$

A. 996

B. 997

C. 998

D. 999

() 4 设 $f(x) = 1-2x$, $F[f(x)] = \frac{1-x^2}{x^2}$ ($x \neq 0$), 则 $F\left(\frac{1}{2}\right) =$

A. 30

B. 15

C. 3

D. 1

23

在解答下列各题时,如果你有疑问,请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第23题。

- () 1 函数 $f(x) = \frac{1}{ax^2 + 2(a-3)x + 4}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是
 A. (1, 9) B. (2, 8) C. $(-\infty, 1) \cup (9, +\infty)$ D. $\mathbf{R}$
- () 2 已知 $M = \{x | x^2 + (P+2)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ 且 $M \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$, 则实数 P 的取值范围是
 A. $(-2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2)$ C. $(-4, 0)$ D. $(-4, +\infty)$
- () 3 函数 $y = (x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x + 3)$ 的图像与 x 轴交点的个数为
 A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

24

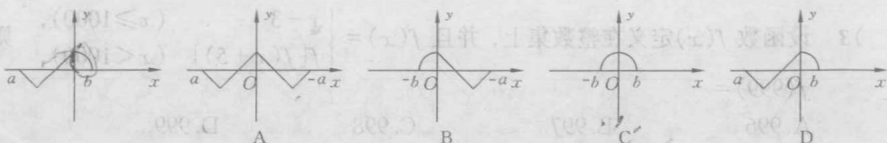
在解答下列各题时,如果你有疑问,请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第24题。

- () 1 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 并满足 $f(x+2) = -\frac{1}{f(x)}$, 当 $2 \leq x \leq 3$ 时, $f(x) = x$, 则 $f(5.5) =$
 A. 5.5 B. -5.5 C. -2.5 D. 2.5
- () 2 已知函数 $y = f(x)$ 满足 $f(3+x) = f(3-x)$ 且 $f(x) = 0$ 有四个实根, 那么这四个实根的和为
 A. 12 B. 6 C. 3 D. 0
- () 3 函数 $f(x)$ 是周期为 2 的函数, 且 $-1 < x \leq 1$ 时, $f(x) = -2x$, 则 $f(99.1) =$
 A. 2×0.9 B. $-2 \times (-$ C. -2×0.1 D. -2×99.1
 0.1)
- () 4 已知奇函数 $f(x)$ 的定义域 $\mathbf{R}$, $f(x)$ 是周期为 4 的函数, 且 $f(-1) = 2$, 那么 $f(-1) + f(1) + f(3) + f(4) + f(5)$ 的值为
 A. 2 B. -2 C. 4 D. 0

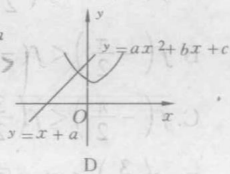
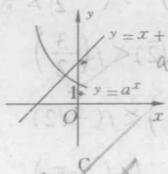
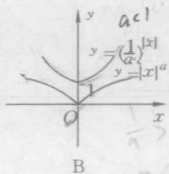
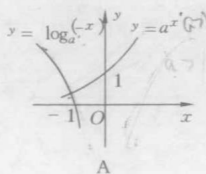
25

在解答下列各题时,如果你有疑问,请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第25题。

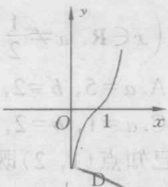
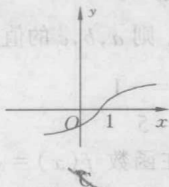
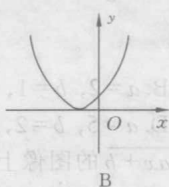
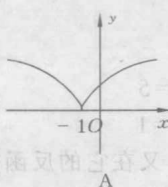
- () 1 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[a, b]$ ($a < 0, b > 0$), $f(x)$ 的图像如下, 那么 $f(|x|)$ 的图像为



()2 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 下列函数图像不正确的是



()3 设函数 $y = (x+1)^{\frac{m}{n}}$ (m, n 均大于 0 且 m, n 互质), 若 $\frac{n}{m}$ 是分子 n 为偶数的真分数, 则函数图像为



26

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅北京师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章选择题第 26 题。

()1 已知函数 $y = \log_a(ax^2 - x)$ 在区间 $[2, 4]$ 上是增函数, 那么 a 的取值范围是

A. $(\frac{1}{2}, 1) \cup (1, +\infty)$

B. $(1, +\infty)$

C. $(\frac{1}{4}, 1)$

D. $(0, \frac{1}{8})$

()2 函数 $f(x) = x^{m^2+m-2}$ 在第一象限内为增函数, 则 m 的取值范围是

A. $-2 < m < 1$

B. $m \in \mathbf{R}$

C. $m < -2$ 或 $m > 1$

D. m 不存在

()3 已知函数 $f(x), g(x)$ 定义在同一区间上, $f(x)$ 是增函数, $g(x)$ 是减函数, 且 $g(x) \neq 0$, 那么在这个区间上

A. $F(x) = f(x) + g(x)$ 一定是减函数

B. $F(x) = f(x) - g(x)$ 一定是增函数

C. $F(x) = f(x) \cdot g(x)$ 一定是减函数

D. $F(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ 一定是增函数

()4 已知 $f(x)$ 是偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则 $f(-\sqrt{2}), f(-\frac{\pi}{2}), f(\frac{3}{2})$ 的大小关系是

- A. $f(-\sqrt{2}) < f\left(\frac{3}{2}\right) < f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$
- B. $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) < f(-\sqrt{2}) < f\left(\frac{3}{2}\right)$
- C. $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) < f\left(\frac{3}{2}\right) < f(-\sqrt{2})$
- D. $f\left(\frac{3}{2}\right) < f(-\sqrt{2}) < f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

27

在解答下列各题时,如果你有疑问,请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章选择题第27题。

- () 1 若函数 $f(x) = \frac{x+a}{bx+c}$ ($x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq -\frac{c}{b}$) 的反函数是 $f^{-1}(x) = \frac{-x+5}{2x-1}$ ($x \in \mathbf{R}, x \neq \frac{1}{2}$), 则 a, b, c 的值是
- A. $a=5, b=2, c=-1$ B. $a=2, b=1, c=5$
C. $a=1, b=2, c=5$ D. $a=5, b=2, c=1$
- () 2 已知点 $(1, 2)$ 既在函数 $f(x) = \sqrt{ax+b}$ 的图像上, 又在它的反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图像上, 则 a, b 的值为
- A. -3, 7 B. 3, 1 C. -1, 1 D. -3, 5
- () 3 下列五个命题中, 正确的命题个数是
- ① 函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像若有交点, 交点一定在直线 $y=x$ 上.
② $y=f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.
③ $f(x)$ 的单调递增区间即是 $f(-x)$ 的单调递减区间.
④ $f(x)$ 的单调递增区间即是 $-f(x)$ 的单调递减区间.
⑤ 若两个幂函数的图像有三个交点, 则这两个幂函数同为奇函数或同为偶函数.
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- () 4 对于 $x \in [0, 1]$ 所有 x 值, 函数 $f(x) = x^2$ 与其反函数 $f^{-1}(x)$ 的相应函数值内一定会有
- A. $f(x) \geq f^{-1}(x)$ B. $f(x) \leq f^{-1}(x)$
C. $f(x) < f^{-1}(x)$ D. $f(x) = f^{-1}(x)$

28

在解答下列各题时,如果你有疑问,请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章选择题第28题。

- () 1 函数 $y = \frac{3x+1}{x-2}$ 的图像
- A. 关于点 $(-2, -3)$ 对称 B. 关于点 $(2, 3)$ 对称
C. 关于直线 $x=2$ 对称 D. 关于直线 $y=3$ 对称

- () 2 设指数函数 $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$, $y = b^x (b > 0 \text{ 且 } b \neq 1)$ 的反函数分别为 $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$. 若 $\log_2 a \neq \log_2 b = 0$, 则 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的图像的位置关系应该是
- A. 关于直线 $y = x$ 对称 B. 关于 x 轴对称
C. 关于 y 轴对称 D. 关于原点对称
- () 3 指数函数 $f(x) = (2 - m)^x$ 和对数函数 $g(x) = \log_{\frac{1}{m-1}} x$ 的图像只能是
- A. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 是增函数, $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 是增函数
B. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 是减函数, $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 是减函数
C. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 是减函数, $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 是增函数
D. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 是增函数, $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 是减函数
- () 4 函数 $f(x)$ 的反函数是 $f^{-1}(x)$, 当 $a \in \mathbf{R}$ 时, $f^{-1}(x) = a$
- A. 至少有一个实数解 B. 至少有两个实数解
C. 必有无穷多解 D. 至多有一个实数解

填空题

1

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 1 题.

- () 1 已知 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, 那么 $f(x+1) = \underline{x^2 + 1}$, 它的定义域是 $\underline{x \neq 0}$.
- () 2 已知 $f(\log_3 x - 1) = \frac{1}{3}x + 2 (x > 0)$, 那么 $f(x) = \underline{\frac{1}{3}x + 2}$, 其定义域为 $\underline{x \geq -1}$.
- () 3 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 10]$, 那么 $f(x+3) - f(x-3)$ 的定义域为 $\underline{[3, 13]}$.

2

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 2 题.

- () 1 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+1 & (x > 0), \\ t & (x = 0), \\ 0 & (x < 0), \end{cases}$ 那么 $f(2) = \underline{3}$, $f[f[f(-1)]] = \underline{1}$.
- () 2 设函数 $f(x)$ 的定义域是自然数集且具有性质 $f(x+y) = f(x) + f(y) + xy$. 又知 $f(1) = 1$, 那么 $f(5) = \underline{15}$.
- () 3 设函数 $f(x)$ 的定义域为整数集, 且 $f(x) = \begin{cases} x-2 & (x \geq 100), \\ f[f(x+5)] & (x < 100), \end{cases}$ 则 $f(99) = \underline{100}$.

3

在解答下列各题时,如果你有疑问,请参阅东北师范大学出版社(海淀名题·高中数学完全解题)代数部分第一章填空题第3题。

- () 1 已知 $y_1 = f(x)$ 表示过 $(0, -2)$ 点的一条直线, $y_2 = g(x)$ 表示过原点的一条直线, 并且 $f[g(x)] = g[f(x)] = 3x - 2$, 那么这两条直线的交点坐标为_____.
- () 2 已知偶函数 $f(x)$ 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 且在 $[0, +\infty)$ 上是减函数, 那么 $f(-\frac{3}{4})$ 与 $f(m^2 + m + 1)$ ($m \in \mathbf{R}$) 的大小关系应为_____.
- () 3 已知函数 $f(x) = 2 + \log_3 x$ ($1 \leq x \leq 9$), 则函数 $g(x) = f^2(x) + f(x^2)$ 的最大值与最小值的和为_____.

4

在解答下列各题时,如果你有疑问,请参阅东北师范大学出版社(海淀名题·高中数学完全解题)代数部分第一章填空题第4题。

- () 1 方程 $\frac{1}{3}x^2 - \lg x = 2$ 的实根个数是_____.
- () 2 如果函数 $f(x) = 4 - a^{x-2}$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$), 那么 $y = f^{-1}(x)$ 的图像必过定点_____.
- () 3 关于 x 的不等式 $\sqrt{x} > mx$ 的解集为 $\{x | 0 < x < 2\}$, 那么实数 m 的值是_____.
- () 4 集合 $A = \{(x, y) | x^2 + mx - y + 2 = 0\}$, 集合 $B = \{(x, y) | x - y + 1 = 0, \text{ 且 } 0 \leq x \leq 2\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 那么实数 m 的取值范围 $m \leq 1$.

5

在解答下列各题时,如果你有疑问,请参阅东北师范大学出版社(海淀名题·高中数学完全解题)代数部分第一章填空题第5题。

- () 1 设 $x < 0$, $f(x) = x \cdot \lg|x| + 1$.
 (1) 若 $f(x)$ 为奇函数, 那么 $x > 0$ 时, $f(x) =$ _____.
 (2) 若 $f(x)$ 为偶函数, 那么 $x > 0$ 时, $f(x) =$ _____.
- () 2 已知函数 $f(x) = m \lg(x + \sqrt{1+x^2}) - x^2$, 其中 m 为实常数, 如果 $f(2) = 5$, 那么 $f(-2)$ 的值为_____.
- () 3 已知函数 $f(x), g(x)$ 都是奇函数, 设 $\varphi(x) = 3f(x) + 2g(x) + 1$ 在 $[0, +\infty)$ 上最大值为 4, 那么 $\varphi(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上最小值是_____.

6

在解答下列各题时,如果你有疑问,请参阅东北师范大学出版社(海淀名题·高中数学完全解题)代数部分第一章填空题第6题。

- () 1 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 0 & x \text{ 为无理数,} \\ 1 & x \text{ 为有理数,} \end{cases}$ 那么 $f(-x) =$ _____.
- () 2 判断下列函数的奇偶性
 (1) $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{2-x}$ 是_____函数.
 (2) $f(x) = \lg \frac{1-x}{1+x}$ 是_____函数.

() 3 如果 $f(x) = \frac{1}{3^x - 1} + m$ 是奇函数, 那么 $m =$ _____.

() 4 设函数 $f(x)$ 的最小正周期为 10, 并且 $f(5+x) = f(5-x)$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 都成立, 那么函数 $f(x)$ 一定为 _____ 函数. (奇偶性)

7

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 7 题。

() 1 已知函数 $f(x) = x^5 + ax^3 + bx - 8$, 且 $f(3) = 9$, 那么 $f(-3) =$ _____.

() 2 已知 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 并且 $f(x) - g(x) = x^2 + 2x + 3$, 那么 $f(x) + g(x) =$ _____.

8

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 8 题。

() 1 若函数 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 的定义域为 A , $f[f(x)]$ 的定义域为 B , 那么 $A =$ _____, $B =$ _____.

() 2 $f(x) = a - \frac{4}{2^x + 1}$ 是实数 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 则关于 x 的不等式 $f^{-1}(x) < 1$ 的解集为 _____.

() 3 已知奇函数 $y = f(x)$ 的定义域 $(-1, 1)$, 且在 $[0, 1)$ 内单调递减, 又 $f(1-a) + f(1-a^2) < 0$, 那么 a 的取值范围是 _____.

9

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 9 题。

() 1 方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x + y = 6 \end{cases}$ 有实数解, 那么实数 b 的取值范围是 _____.

() 2 若对于一切 $x \in \mathbf{R}$, 函数 $y = ax^2 + 3ax + a - 2$ 的值恒为负数, 那么实数 a 的取值范围是 _____.

10

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 10 题。

() 1 如果 $\log_{\frac{1}{a}} \frac{4}{3} < 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 那么 a 的取值范围是 _____.

() 2 已知不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\left\{x \mid -\frac{1}{3} < x < 2\right\}$, 那么不等式 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集为 _____.

() 3 已知 $a = \log_2 3 + \log_3 2$, $b = \log_{\frac{1}{2}} 9$, $c = \log_{\frac{1}{3}} 4$, 将 a, b, c 从大到小的排列是 _____.

11

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 11 题。

() 1 有五组函数

① $f(x) = x + 1$

$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

② $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

$g(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$

③ $f(x) = x - 1$

$g(x) = 2^{\lg_2(x-1)}$

④ $f(x) = 1$

$g(x) = \tan x \cdot \cot x$

⑤ $f(x) = \sqrt{x^2}$

$g(x) = |x|$

其中为同一函数的是第_____组。

- () 2 某人用 50 元去买杂志, 已知每本 6 元, 那么所剩钱数 y (元) 与买下杂志的本数 x ($x \geq 0$) 之间的函数关系式 (需写出函数的定义域) 为_____。

- () 3 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\lg(x+|x|)}$ 的定义域为_____. 函数 $y = \log_{(x+2)}(x^2 - 4x + 3)$ 的定义域为_____。

12

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章填空题第 12 题。

- () 1 已知函数 $f(x) = x^2 - 4x - (m-1)$ 与函数 $g(x) = x^2 + mx - 3$ 在 x 轴上只有一个交点, 那么实数 $m =$ _____。
- () 2 对于函数 $f(x) = ax^2 + 2ax + 1$ 的图象在 $x \in [-1, 1]$ 内与 x 轴必有交点, 则实数 a 的取值范围_____。

13

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章填空题第 13 题。

- () 1 函数 $y = (1 - |x|)(1 + x)$, 若 $y > 0$, 那么实数 x 的取值范围是_____。

14

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章填空题第 14 题。

- () 1 方程 $|x^2 - 6x + 8| = a$ ($x, a \in \mathbf{R}$) 是关于 x 的方程。
当 a _____ 时, 方程无解; 当 a _____ 时, 方程有二解;
当 a _____ 时, 方程有三解; 当 a _____ 时, 方程有四解。
- () 2 方程 $3x^2 + 6x - \frac{1}{x} = 0$ 的实根的个数是_____个。
- () 3 已知 m, n 均为大于零的实数, 并且满足方程组 $\begin{cases} m + \lg m = 10, \\ n + \lg n = 10, \end{cases}$ 则 $m + n =$ _____。

15

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解題》代数部分第一章填空题第 15 题。

- () 1 函数 $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ 的反函数在 $(-\infty, +\infty)$ 上为单调递_____函数。
- () 2 已知函数 $f(x) = e^{\lg x}$, 那么 $f^{-1}[f(10)] =$ _____。

$$() 3 \text{ 已知函数 } f(x) = \begin{cases} x, & x \in (-\infty, 1], \\ \sqrt{x}, & x \in (1, 16], \\ \log_2 x, & x \in (16, +\infty), \end{cases} \text{ 那么 } f^{-1}(2) = \underline{4}.$$

16 在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 16 题。

- () 1 函数 $f(x) = -\frac{x+a}{x+a-1}$ 的反函数的对称中心是 $(-1, 3)$, 那么 a 的值是 .
- () 2 如果 $f(x) = (m-1)x^2 + mx + 3 (x \in \mathbf{R})$ 是偶函数, 那么 $f(x)$ 的单调递增区间为 .
- () 3 已知函数 $y = f(x)$ 是偶函数, 且在 $[0, +\infty)$ 上是减函数, 那么 $f(1-x^2)$ 的单调递增区间为 .

17 在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 17 题。

- () 1 对于任意实数 x , 不等式 $|x+3| \geq a+1$ 恒成立, 则 $a \in$.
- () 2 函数 $f(x) = \sqrt{1+2^x+3^x}$ 在 $(-\infty, 1]$ 上有意义, 那么实数 a 的取值范围是 .

18 在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 18 题。

- () 1 方程组 $\begin{cases} \log_3 x + \log_5 y = 4, \\ \log_3 x \cdot \log_5 y = 3 \end{cases}$ 的解为 .
- () 2 方程 $\log_4(3-x) + \log_{0.25}(3+x) = \log_4(1-x) + \log_{0.25}(2x+1)$ 的解为 .
- () 3 方程 $2^{3\lg x} \cdot 5^{\lg x} = 1600$ 的解为 .

19 在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 19 题。

- () 1 已知 $f(x^2+1) = x^{-4} - x^2 - 6$, 那么 $f(x^2+1)$ 的最小值是 .
- () 2 已知变量 x, y 满足等式 $\log_{\frac{1}{2}} y \cdot \log_x 2 + 1 = \log_x 2 (\log_2^2 x + 1)$, 当 $x \in (1, 2)$ 时, 变量 y 的最大值为 .

20 在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 20 题。

- () 1 已知函数 $f(x) = |x-a| + |x-b| (a < b)$, 那么 $f(x)$ 的值域为 .
- () 2 已知函数 $f(x) = |x-3| - |x+1|$, 那么此函数的值域 .
- () 3 函数 $f(x) = x + \sqrt{2x-1}$ 的值域为 , 函数 $y = a^{\sqrt{x}} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 的值域为 .

21 在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 21 题。

- () 1 已知三个函数 $y_1 = \frac{x+1}{1-x}, y_2 = \frac{x-1}{x+1}, y_3 = \frac{x-1}{3-x}$, 图像 C_1 向左平移 2 个单位

得到图像 C_2 , 图像 C_2 关于原点对称的图像为 C_3 , 则 C_1, C_2, C_3 对应的上述解析式分别为 _____, _____, _____.

() 2 对于给定的函数 $f(x) = 2^x - 2^{-x}$, 有下列四个结论:

① $f(x)$ 的图像关于原点对称;

② $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数;

③ $f^{-1}(2) = \log_2 3$;

④ $f(|x|)$ 有最小值 0.

其中正确结论的序号是 _____.

22

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 22 题。

() 1 已知函数 $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - 5x - 6}$, 那么这个函数的值域为 _____.

() 2 函数 $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x+3}} + 3$ 的值域是 _____.

() 3 已知集合 $A = \{x | 2 \leq x \leq \pi\}$, 定义在集合 A 上的函数 $y = \log_a x$ 的最大值比最小值大 1, 则底数 a 的值是 _____.

23

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 23 题。

() 1 设集合 $A = \{x | (x-1)(x+1)(x+2) > 0\}$, $B = \{x | x^2 + px + q \leq 0\}$, $A \cup B = \{x | x > -2\}$, $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 3\}$, 那么 $p =$ _____, $q =$ _____.

() 2 若 x, y 是方程 $t^2 - 2at + a + 6 = 0$ 的两个实根, 则 $(x-1)^2 + (y-1)^2$ 的最小值为 _____.

() 3 若函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$ 在区间 $(-\infty, 4]$ 上是减函数, 则实数 a 的取值范围是 _____.

24

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 24 题。

() 1 将下列各组数从小到大排列:

(1) $2^{300}, 3^{200}, 6^{100}$ _____

(2) $0.8^{-0.1}, 8^{-0.1}, \log_3 0.8$ _____

(3) 设 $f(x) = 1 + \log_x 3$, $g(x) = 2 \log_x 2$. 其中 $x > 0$ 且 $x \neq 1$. 那么, _____.

25

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 25 题。

() 1 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上为增函数, 且 $f\left(\frac{1}{3}\right) = 0$, 则满足不等式 $f(\log_{\frac{1}{8}} x) > 0$ 的 x 的取值范围是 _____.

26

在解答下列各题时, 如果你有疑问, 请参阅东北师范大学出版社《海淀名题·高中数学完全解题》代数部分第一章填空题第 26 题。

() 1 方程 $(4^x + 4^{-x}) - 2(2^x + 2^{-x}) + 2 = 0$ 的解集是 _____.