

北京市海淀区重点中学特级高级教师编写

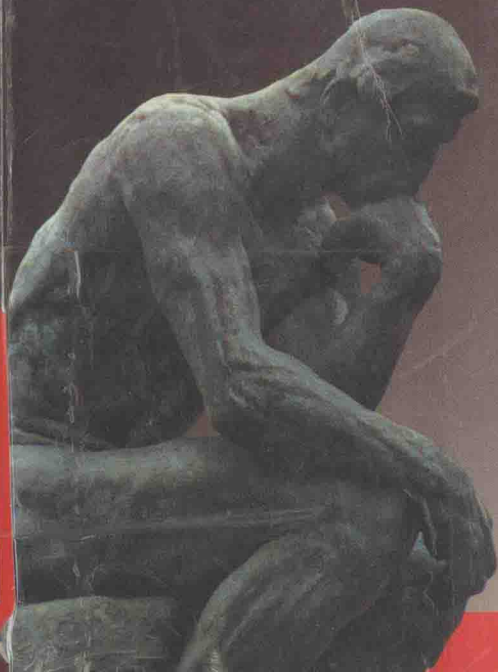
# 海淀题链

*Haidian tilian*

解题思维能力发散训练

初一数学

主编 / 邓均 蒋大风



CSJ  
东师教辅

东北师范大学出版社

北京市海淀区重点中学特级高级教师编写

# 海淀题链

*Haidian tilian*

解题思维能力发散训练

初一数学

主编 / 邓均 蒋大风

东北师范大学出版社·长春

## 图书在版编目 (CIP) 数据

海淀题链——解题思维能力发散训练. 初一数学/邓 均  
蒋大风主编. —长春: 东北师范大学出版社, 2001. 6

ISBN 7 - 5602 - 2771 - 6

I. 海… II. ①邓…②蒋… III. 数学课—初中—解题  
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 24235 号

出版人: 贾国祥  
 责任编辑: 历杏梅  封面设计: 李金锋  
 责任校对: 余 粟  责任印制: 张文霞

东北师范大学出版社出版发行  
长春市人民大街 138 号 (130024)  
销售热线: 0431—5695744 5688470  
传真: 0431—5695734

网址: <http://www.nnup.com>

电子函件: [sdcbcs@mail.jl.cn](mailto:sdcbcs@mail.jl.cn)  
东北师范大学出版社激光照排中心制版  
沈阳新华印刷厂印刷

沈阳市铁西区建设中路 30 号 (110021)  
2001 年 6 月第 1 版 2001 年 6 月第 1 次印刷  
开本: 880 mm×1230 mm 1/32 印张: 7.25 字数: 273 千  
印数: 00 001 — 10 000 册

定价: 8.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 可直接与承印厂联系调换

# 在题的链接中寻求一种解题的大智慧

## 《海淀题链——解题思维能力发散训练》前言

《海淀题链——解题思维能力发散训练》丛书是以发散思维为主线而编写的一套重在揭示初高中数学、物理、化学等学科内在联系和规律的新书,目的在于通过对原型题及其变型题之间的无穷变化的解剖和训练,使得中学生能够掌握一种用联系的眼光去看待一个个看似孤单零散的题,从而学会用一种凌厉的思维去击穿每一个无从下手的难题,学会用灵活多变的方法优化解决每一个问题的方式。

一些高水平的教师在课堂教学过程中经常使用的有效方法是:充分利用发散思维,探索数、理、化学科内部规律的相互关联,在两个和两个以上的题目之间,寻求其中的内在的变化和发展,挖掘其间隐藏着的看不见的联系和规律。同时,这更是一些尖子生接受速度快、解题能力强的核心因素。实际上,这种做法的关键就在于把一个个看上去相对封闭的题目放到一个相对宽泛的视野中,目的在于寻求一种解题的质量,寻求一种在掌握学科内在规律之上的解题大智慧,从而摒弃了那种见题就解,就题论题,全然不顾题目之间的相互联系和变化的机械式做法。教学效果自然漂亮,学生的学习水平和解题能力也得到了大幅度的提高。

所谓“条条大路通罗马”，是说通往罗马的道路是完全不同的。但如果你只知道一条路，你又如何知道你走的这条路就是最佳的路径呢？所谓“知己知彼，百战不殆”，是在告诉你常胜将军的秘诀是：不仅仅要了解你自己，更要了解你的对手。对于学习数、理、化而言，如果你不了解它，你又如何能“百战不殆”呢？从这一点来说，《海淀题链——解题思维能力发散训练》丛书不仅仅能够帮助你快速提高自己的学习水平，更多地掌握解题技巧和方法，更重要的是能够真正提高你自己的素质和能力，也就是说《海淀题链——解题思维能力发散训练》丛书中所蕴涵着的思维可以使你受益一生，因为那是一种大智慧！

创造能力的形成有两个必要条件：一是扎实的基础；二是创造性思维。其中创造性思维的一个核心思维就是发散思维。

发散思维是一种以某一问题为发散源，从横向和纵向多方位地进行辐射状态的积极思考和联想，广泛地搜集与发散源有关的知识和方法，从而使问题得以解决、升华的思维方式。发散思维是一种不依赖常规寻找变异的思维，它具有三个互相联系的特征，即流畅性、变通性和独特性。

流畅性是指思维畅通，一个表面看似一般但内涵十分丰富的问题，一个可以发展的问题，只要深入地思考就能将其向纵深拓展得到更多、更巧妙的结果，得到新的发现，即达到一题多变的效果。

变通性是指思维灵活多变，从不同的角度去探索、开拓思路，打破消极思维定势的束缚，不拘泥于已有的范例和模式，使一题多解。

独特性是指思维超乎寻常，标新立异，对于一些构思巧妙、条件隐蔽的问题，在熟练掌握常规思维方法的同时，探索一些不同寻常的非常规解法，使解题过程简捷、明了。以数学为例，如“数形结合法”、“赋值法”、“代换法”、“构造法”等。

为了培养学生的发散思维能力和创新能力，我们组织了一批具有丰富教学经验和创新精神，具有较高编写水平的老师编写了这套《海淀题链——解题思维能力发散训练》丛书。丛书以国家初中、高中（数学、

物理、化学)新教学大纲的教学必修章节、篇目为依据,具体地说以数学、物理、化学教学大纲规定的知识点为统辖,选择了能够代表数、理、化学科知识网络中重要的知识点作为例题,以[核心知识大盘点]、[典型例题大剖析]、[巩固练习大提高]、[参考答案大揭底]四大栏目构筑丛书编写体例,指导学生通过纵横发散思维深入探索数、理、化概念的内涵和外延,认识不同概念、定理、定律的发展与联系;学会运用数、理、化公式、概念、定理、定律,用不同的观点、方法归纳出解决问题的一般途径、方法及技巧。

希望同学们通过阅读这套丛书,学会用新角度、新观点、多层次地思考问题,从而达到掌握知识、创新知识、提高能力的目的。

参加本书编写的有:于静、邓均、邓兰萍、王建民、王晓萍、王爱莲、付仑、田玉凤、卢青青、乐进军、刘鸿、刘天华、刘汉昭、刘志诚、刘建业、刘桂兰、刘宏军、刘爱军、刘树桐、刘继群、刘淑贤、闫达伟、闫梦醒、朱志勇、朱万森、孙家麟、李里、李公月、李若松、李新黔、何小泊、吴琼、吴建兵、张立雄、张兆然、张宝云、张绍田、张振来、张淑芬、陆剑鸣、陈恒华、陈继蟾、金仲鸣、庞长海、庞炳北、姜杉、姚桂珠、赵汝兴、赵茹芳、柯育璧、高书贤、贾秋荣、徐淑琴、黄万端、韩乐琴、蒋大风、蒋金利、程秋安、谭翠江、管建新、樊福、霍永生、魏新华。

由于时间仓促,书中难免有一些差错和不足之处,望读者朋友不吝赐教。

编者

2001年6月于北京

# 《海淀题链——解题思维能力发散训练》

## 编委会

- |     |                  |
|-----|------------------|
| 邓 均 | 北京大学附属中学高级教师     |
| 王建民 | 中国科技大学附属中学特级教师   |
| 付 仑 | 北京市八一中学高级教师      |
| 刘 鸿 | 北京航空航天大学附属中学高级教师 |
| 刘建业 | 北京大学附属中学高级教师     |
| 闫梦醒 | 清华大学附属中学高级教师     |
| 李 里 | 北京市101中学高级教师     |
| 吴 琼 | 北京市海淀区教师进修学校高级教师 |
| 何小泊 | 中国科技大学附属中学高级教师   |
| 张绍田 | 北京大学附属中学高级教师     |
| 张淑芬 | 北京市海淀区教师进修学校高级教师 |
| 陆剑鸣 | 北京大学附属中学高级教师     |
| 金仲鸣 | 北京大学附属中学特级教师     |
| 庞长海 | 中国人民大学附属中学高级教师   |
| 赵汝兴 | 北京市兴华中学特级教师      |
| 柯育璧 | 北京十一学校特级教师       |
| 蒋大风 | 北京大学附属中学高级教师     |
| 韩乐琴 | 北京师范大学附属实验中学高级教师 |
| 樊 福 | 北京市101中学高级教师     |
| 霍永生 | 北京理工大学附属中学高级教师   |

# 目 录

## 代数部分

第一章	代数初步知识 .....	1
第二章	有理数 .....	17
第三章	整式的加减 .....	59
第四章	一元一次方程 .....	75
第五章	二元一次方程组 .....	101
第六章	一元一次不等式和一元一次 不等式组 .....	127
第七章	整式乘除 .....	149

## 几何部分

第一章	线段、角 .....	181
第二章	相交线 平行线 .....	200



# 第一章 代数初步知识

## 核心知识大盘点 ● ● ●

### 1. 基本目标要求

- (1) 了解代数式的概念, 会列代数式并能理解代数式所表示的数量关系;
- (2) 会把已知字母的值代入代数式, 准确地求出代数式的值;
- (3) 能用公式解决简单的实际问题;
- (4) 能解简易方程, 并能用简易方程解简单的应用题.

### 2. 公式的正用、逆用、变用

表示一些常用的、基本的数量关系的等式叫做公式. 常用的公式有:

- (1) 速度公式  $v = \frac{s}{t}$  ( $s$  表示路程,  $t$  表示时间,  $v$  表示速度);
- (2) 正方形的周长公式  
 $l = 4a$  ( $l$  表示正方形的周长,  $a$  表示其边长);
- (3) 正方形的面积公式  
 $S = a^2$  ( $S$  表示正方形的面积,  $a$  表示其边长);
- (4) 长方形的周长公式  
 $l = 2(a+b)$  ( $a$  表示长方形的长,  $b$  表示其宽);
- (5) 长方形的面积公式  
 $S = ab$  ( $a$  表示长方形的长,  $b$  表示其宽);
- (6) 梯形的面积公式  
 $S = \frac{1}{2}(a+b)h$  ( $a$  表示梯形的下底,  $b$  表示其上底,  $h$  表示其高);
- (7) 正方体的体积公式  
 $V = a^3$  ( $V$  表示正方体的体积,  $a$  表示其边长);

## (8)长方体的体积公式

$$V=abc \quad (a, b, c \text{ 分别表示长方体的长、宽、高});$$

## (9)圆的周长公式

$$C=2\pi R \quad (C \text{ 表示圆的周长}, R \text{ 表示其半径}, \pi=3.14, \text{是圆周率});$$

## (10)圆的面积公式

$$S=\pi R^2 \quad (S \text{ 表示圆的面积}, R \text{ 表示其半径});$$

## (11)圆柱的体积公式

$$V=\pi R^2 h \quad (R \text{ 表示圆柱底圆的半径}, h \text{ 表示圆柱上底至下底的高});$$

## (12)圆锥的体积公式

$$V=\frac{1}{3}\pi R^2 h \quad (R \text{ 表示圆锥的底圆半径}, h \text{ 表示高});$$

## (13)储蓄的利息公式

$$\text{本息和}=\text{本金}+\text{本金}\times\text{利率}\times\text{期数}.$$

下列关系也经常用到:

第一加数+第二加数=和.

这个关系的逆用:

一个加数=和-其中已知的加数.

被减数-减数=差. 这个关系的逆用:被减数=差+减数;减数=被减数-差.

第一因数 $\times$ 第二因数=积. 这个关系的逆用:一个因数=积 $\div$ 已知的一个因数.

被除数=除数 $\times$ 商数+余数. 这个关系的逆用:(被除数-余数) $\div$ 商数=除数. 当余数等于0时,被除数=除数 $\times$ 商数.

3. 在计算不规则图形的面积时,一般通过分割、补形将其转化为规则图形来求面积.

4. 在求一些代数式的值时,采用“整式代入”的方法.

## 5. 几类基本题

(1)根据数量关系列代数式. 主要有:

- ① 已知大、小、多、少、倍、几分之几列代数式;
- ② 已知和、差、积、商关系列代数式;
- ③ 行程问题列代数式;
- ④ 工程问题列代数式;
- ⑤ 百分比浓度问题列代数式;
- ⑥ 用代数式表示图形周长、面积.
- ⑦ 其他问题列代数式.

(2)求代数式的值.

(3)根据一些实际数据,求这类实际问题的公式.

(4)叙述代数式表示的数量关系.

(5)解简易方程的主要根据:

- ① 方程两边都加上(或减去)同一个适当的数.
- ② 方程两边都乘以(或除以)同一个不为零的数.

(6)简易方程的应用:

- ① 用列代数式、求代数式的值的方法解决一些实际问题. 如计算周长、面积、体积和重量等.
  - ② 用简易方程来解决一些实际问题,如利息问题等.
- (7)纵横向联系. 由代数式的知识把几何、方程及实际问题联系起来,使问题得到解决.

## 典型例题大剖析 ● ● ●

**例 1** 用代数式表示:

- (1)比  $x$  多 5 的数;      (2)比  $a$  多 25% 的数;      (3)是  $m$  的 4 倍的数;  
 (4)比  $n$  多 4 倍的数;      (5)是  $y$  的  $\frac{1}{3}$  的数;      (6)比  $b$  少 70% 的数.

解:(1) $x+5$ ;      (2) $a+25\%a$ ;      (3) $4m$ ;  
 (4) $5n$ ;      (5) $\frac{1}{3}y$ ;      (6) $b-70\%b$ .

**点评:**这一题目是“和、差、倍、分、比”之类,列代数式时,一定要弄清楚运算顺序. 如“ $n$  的 4 倍的数”是  $4n$ ,”比  $n$  多 4 倍的数”是  $5n$ . 再就是数与字母相乘时,一定要把数字因数写在字母因数的前面,如  $25\%a$  切不能写成“ $a25\%$ ”.

**例 2** 用代数式表示:

- (1)与  $x-y$  的和是 40 的数;
- (2)与  $2a+3b$  的积是 30 的数;
- (3)除以  $a+b$  的商是  $c$  的数;
- (4)被 9 除商为  $m$ ,余数为 5 的数.

解:(1) $40-(x-y)$ ;      (2) $\frac{30}{2a+3b}$ ;      (3) $c(a+b)$ ;      (4) $9m+5$ .

**点评:**本题用到了下列关系:

(1)已知和与其中一个加数,求另一个加数,可用“另一个加数=和-其中已知的加数”求得;

(2)已知积与其中一个因数,求另一个因数,可用“另一个因数=积÷其中已知的因数”求得;

(3)已知除数、商数和余数(若整除,余数则为零),求被除数,可用“被除数=除数×商数+余数”求得.

**例3** (1) 设甲数为  $x$ , 乙数为  $y$ , 用代数式表示甲、乙两数的平方和的  $\frac{3}{5}$ ;

(2) 某班学生中男生人数占全班人数的 75%, 女生人数为  $a$ , 用代数式表示全班人数;

(3) 某钢铁厂第一年钢产量是  $a$  吨, 第二年、第三年平均都增长了 15%, 用代数式表示这三年的钢的总产量.

解: (1)  $\frac{3}{5}(x^2+y^2)$ ; (2)  $\frac{a}{1-75\%}$ ;

(3)  $a+a(1+15\%)+a(1+15\%)^2$ .

**点评:** (1) “ $x, y$  的平方和”与“ $x, y$  的和平方的平方”是不同的. 它们分别列出代数式是:  $x^2+y^2$  (运算顺序是先乘平方, 再求和);  $(x+y)^2$  (运算顺序是先求和, 再乘平方). 在列代数式时, 一定要注意语句中数量间的运算顺序.

(2) 在(2)中, 因为男生人数占全班人数的 75%, 那么女生人数占全班人数  $1-75\%=25\%$ . 而女生人数占全班人数是根据“女生人数  $\div$  全班人数”求得, 问题实质上就是“已知被除数和商, 求除数”, 所以除数(全班人数) = 被除数(女生人数)  $\div$  商数(女生占全班人数的百分比), 即全班人数 =  $\frac{a}{1-75\%}$ .

(3) 在(3)中, 第二年是以第一年产量  $a$  为基数, 增长率是 15%, 故第二年产量是  $a(1+15\%)$ ; 同样, 第三年又是以第二年  $a(1+15\%)$  为基数, 增长率为 15%, 故第三年的产量是  $a(1+15\%)(1+15\%)=a(1+15\%)^2$ . 这三年钢的总产量就为第一年、第二年、第三年产量的总和.

**例4** 设  $n$  表示任意一个整数, 用  $n$  的代数式表示:

(1) 任意一个偶数; (2) 任意一个奇数;

(3) 三个连续整数; (4) 三个连续偶数;

(5) 三个连续奇数.

解: (1) 任意一个偶数为  $2n$ ;

(2) 任意一个奇数为  $2n-1$  (或  $2n+1$ );

(3) 三个连续整数为  $n-1, n, n+1$  (或  $n, n+1, n+2$ ; 或  $n-2, n-1, n$ );

(4) 三个连续偶数为  $2n-2, 2n, 2n+2$  (或  $2n, 2n+2, 2n+4$ ; 或  $2n-4, 2n-2, 2n$ );

(5) 三个连续奇数为  $2n-1, 2n+1, 2n+3$  (或  $2n+1, 2n+3, 2n+5$ );

**点评:** 在用代数式表示偶数、奇数, 连续偶数、连续奇数时, 一定要注意它们的规律: 偶数是整数的 2 倍, 奇数是偶数减 1, 连续偶数、连续奇数相邻两数相差 2, 连续整数相邻两数相差 1.

**例5** 甲、乙二人从同一地点出发, 甲每小时走  $a$  千米, 乙每小时走  $b$  千米 ( $a < b$ ), 用代数式表示:

(1) 背向行走  $t$  小时, 两人相距多少千米?

(2) 同向行走  $t$  小时, 两人相距多少千米?

(3) 背向行走, 甲比乙早出发  $m$  小时, 乙走  $n$  小时, 两人相距多少千米?

(4) 同向行走, 甲比乙晚出发  $m$  小时, 乙走  $n$  小时 ( $n > m$ ), 两人相距多少千米?

解: (1) 两人从同一地点出发, 背向而行,  $t$  小时后两人相距的距离就是两人所走路程的和,  $(a+b)t$  千米 [或  $(at+bt)$  千米];

(2) 两人从同一地点出发, 同向而行,  $t$  小时后两人之间的距离为两人所走路程之差, 即得  $(a-b)t$  千米 [或  $(at-bt)$  千米];

(3) 两人从同一地点出发, 背向而行, 甲比乙早出发  $m$  小时, 即甲先走  $ma$  千米; 然后甲、乙又同时走  $n$  小时, 即这时甲走  $na$  千米, 乙走  $nb$  千米. 甲、乙两人之间的距离为他们所走的路程之和, 得  $(ma+na+nb)$  千米 [或  $(m+n)a+nb$  千米];

(4) 同向而行, 乙走  $n$  小时, 其路程为  $nb$  千米; 甲比乙晚出发  $m$  小时, 那么甲走的路程为  $(n-m)a$  千米, 这时两人之间的距离为两人所走路程之差:

① 当  $(n-m)a < nb$  时, 得  $nb - (n-m)a$  千米;

② 当  $(n-m)a \geq nb$  时, 得  $(n-m)a - nb$  千米.

点评: 这是行程问题, 利用了路程 = 速度  $\times$  时间; 在第(4)小题中, 注意分情况讨论.

**例 6** 用代数式表示:

(1) 一项工程, 甲队单独完成需用  $a$  天, 乙队单独完成需用  $b$  天, 若两队合做, 完成这项工程共需多少天?

(2) 某轮船在静水中的速度为每小时  $a$  千米, 水流速度为每小时  $b$  千米, 求这艘轮船在相距  $c$  千米的两码头间往返一次所需的时间.

(3) 有  $a$  克盐水, 含盐  $10\%$ , 若在盐水中加入  $b$  克水, 求配制的盐水中所含盐的克数及盐水浓度.

解: (1) 把整个工程看作 1, 甲队单独完成需用  $a$  天, 甲队每天完成工程的  $\frac{1}{a}$ ; 乙队单独完成需用  $b$  天, 乙队每天完成工程的  $\frac{1}{b}$ , 两队合做一天完成  $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \times 1$ , 故完成整个工程的天数为  $\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$  天, 即  $\frac{ab}{a+b}$  天;

(2) 因为两码头相距  $c$  千米, 所以顺流航行  $c$  千米所用时间为  $\frac{c}{a+b}$  小时, 逆流航行  $c$  千米所用时间为  $\frac{c}{a-b}$  小时, 故往返一次所需时间为  $\left(\frac{c}{a+b} + \frac{c}{a-b}\right)$  小时;

(3) 含盐  $10\%$  的盐水  $a$  克中含盐量是  $10\%a$  克, 加入  $b$  克水后, 盐水重量为  $(a+b)$  克, 其浓度为  $\frac{10\% \cdot a}{a+b}\%$ .

点评:(1)对于工程问题,一般把这项工程看作整体“1”,再表示出工作效率.

$$\text{工作效率} = \frac{1}{\text{工作时间}}$$

(2)在航行问题中,顺水航行速度=船在静水中的速度+水速;逆水航行速度=船在静水中的速度-水速.

例7 如图1-1所示,ABCD是正方形.(1)如图中尺寸,写出这个正方形的面积;(2)当 $a=3, b=5$ 时,求这个正方形的面积.

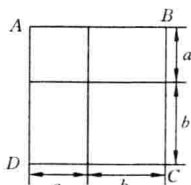


图1-1

解法1 (1)由图知,  $S_{\text{正方形}ABCD} = a^2 + b^2 + 2ab$ ;

(2)当 $a=3, b=5$ 时,  $S = 3^2 + 5^2 + 2 \times 3 \times 5 = 64$ .

解法2 (1)由图知,  $S_{\text{正方形}ABCD} = (a+b)^2$ ;

(2)当 $a=3, b=5$ 时,

$$S = (3+5)^2 = 8^2 = 64.$$

点评:通过本题的两种解法发现有重要结论: $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ ,它是等式变形的重要依据.

例8 尺寸如图1-2所示.(1)用代数式表示阴影部分的面积;(2)当 $a=3, b=2$ 时,求代数式的值. ( $\pi=3.14$ )

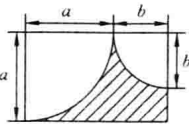


图1-2

解:(1)因为长为 $a+b$ ,宽为 $a$ 的长方形的面积被分解为 $\frac{1}{4}$ 个大圆、 $\frac{1}{4}$ 个小圆和阴影的面积三部分.于是有:

$$\begin{aligned} S_{\text{阴影}} &= S_{\text{长方形}} - \frac{1}{4}S_{\text{大圆}} - \frac{1}{4}S_{\text{小圆}} \\ &= (a+b)a - \frac{1}{4}\pi a^2 - \frac{1}{4}\pi b^2; \end{aligned}$$

(2)当 $a=3, b=2$ 时,

$$\begin{aligned} &(a+b)a - \frac{1}{4}\pi a^2 - \frac{1}{4}\pi b^2 \\ &= (3+2) \times 3 - \frac{1}{4} \times 3.14 \times 3^2 - \frac{1}{4} \times 3.14 \times 2^2 \\ &= 15 - 7.065 - 3.14 = 4.795. \end{aligned}$$

例9 一种含药量为5%的新农药,如果稀释到含药量为1.75%,则治蚜虫虫害最有效.用多少千克含药量为35%的新农药兑多少千克水才能配制成含药量为1.75%的药水800kg?

解:设需要35%的农药 $x$ kg,根据题意,得  $35\% \cdot x = 800 \times 1.75\%$ .  
去分母,得

$$35x = 1400.$$

方程两边都除以35,得

$$x=40.$$

得

$$800-40=760.$$

答:需要 35% 的新农药 40 kg, 再兑水 760 kg 才能配制成含药量为 1.75% 的药水 800 kg.

**例 10** 王小娟将 100 元压岁钱按一年定期存入银行, 到期后本息和是 111 元. 求一年定期的年利率.

**分析:** 本息和 = 本钱 + 利息, 根据这一关系可以列出方程.

**解:** 设一年定期的年利率为  $x$ , 则

$$100 + 100 \cdot x = 111,$$

$$100x = 11,$$

$$x = 0.11.$$

答: 一年定期的年利率为 11%.

**例 11** 当  $\frac{a-2b}{a+2b}=4$  时, 求代数式  $\frac{3(a-2b)}{4(a+2b)} + \frac{3(a+2b)}{a-2b}$  的值.

**解:** 设  $\frac{a-2b}{a+2b}=A$ ,  $\therefore \frac{a-2b}{a+2b}=4$ ,  $\therefore A=4$ .

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= \frac{3}{4} \cdot \frac{a-2b}{a+2b} + \frac{3}{\frac{a-2b}{a+2b}} = \frac{3}{4}A + \frac{3}{A} \\ &= \frac{3}{4} \times 4 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}. \end{aligned}$$

**例 12** 一个容器内原有水 40 mL, 现向容器内注水每分钟 15 mL. 若注水时间为  $t$  (min), 试写出容器内的水量  $Q$  用时间  $t$  表示的公式, 并根据这个公式分别计算出  $t=5$  (min) 和  $t=8.5$  (min) 时容器内的水量  $Q$ .

**解:** (1)  $Q=40+15t(t \geq 0)$ ;

(2) 当  $t=5$  时,  $Q=40+15 \times 5=115$ ;

当  $t=8.5$  时,  $Q=40+15 \times 8.5=167.5$ .

**答:** (1) 公式为  $Q=40+15t(t \geq 0)$ ;

(2) 当  $t=5$  (min) 时,  $Q=115$  (mL);

当  $t=8.5$  (min) 时,  $Q=167.5$  (mL).

**例 13** 测得某弹簧的长度  $y$  与所挂重物  $x$  的关系有下列一组数据 (该弹簧所挂重物不得超过 15 kg):

$x$ (kg)	0	1	2	3	4	5	6	...
$y$ (cm)	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	...

- (1) 试写出弹簧长度  $y$  用所挂重物  $x$  表示的公式;  
 (2) 计算当  $x=10$  kg 和  $x=12$  kg 时弹簧的长度.

解:(1)由表中数据可知

$$y=0.5x+5 \quad (0 \leq x \leq 15);$$

(2)当  $x=10$  kg 时,  $y=0.5 \times 10+5=10$ (cm);

当  $x=12$  kg 时,  $y=0.5 \times 12+5=11$ (cm).

**例 14** 如图 1-3, 边长为  $a$  的正方形工件的四个角上各打一个半径为  $r$  的圆孔.

(1) 用代数式表示阴影部分的面积;

(2) 当  $a=20$  cm,  $r=3$  cm 时, 求阴影部分的面积;

(3) 当  $a=30$  cm, 阴影部分的面积是  $586$   $\text{cm}^2$  时, 求截取的小圆孔的半径.

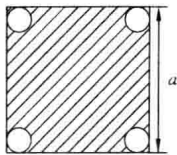


图 1-3

解:(1) $S_{\text{阴影}}=a^2-4\pi r^2$ ;

(2)当  $a=20$  cm,  $r=3$  cm 时,

$$S_{\text{阴影}}=20^2-4 \times 3.14 \times 3^2=286.96(\text{cm}^2).$$

答:阴影部分的面积是  $286.96$   $\text{cm}^2$ .

(3) $\because S_{\text{阴}}=a^2-4\pi r^2, a=30, S_{\text{阴}}=586,$

$$\therefore 586=30^2-4 \times 3.14r^2.$$

$$\therefore r^2=25.$$

$$\therefore r=5.$$

答:截取的小圆孔的半径  $r$  为  $5$  cm.

**点评:**本例第(3)小题中,是把已知  $a=30, S_{\text{阴}}=586$  直接代入公式  $S_{\text{阴}}=a^2-4\pi r^2$  中,建立以  $r$  为未知数的方程后,再解方程求出  $r$ ,这种方法今后会经常用到.也可采用如下方法求解:

$$\because S_{\text{阴}}=a^2-4\pi r^2,$$

$$\therefore 4\pi r^2=a^2-S_{\text{阴}}. \quad (\text{减数等于被减数减去差})$$

$$\therefore r^2=\frac{a^2-S_{\text{阴}}}{4\pi}. \quad (\text{等式两边同时除以 } 4\pi)$$

$$\because a=30, S_{\text{阴}}=586,$$

$$\therefore r^2=\frac{30^2-586}{4 \times 3.14}=\frac{314}{4 \times 3.14}=25,$$

$$\therefore r=5.$$

这种方法称为把公式变形,此法也是常用的方法之一.



## 巩固练习大提高 ● ● ●

### 一、填空题

- $3x-2$  的意义是\_\_\_\_\_.
- 设甲数为  $x$ , 且甲数比乙数的  $\frac{1}{2}$  多 3, 则乙数为\_\_\_\_\_.
- 若  $x-y=8, y-z=7$ , 则  $x-z=$ \_\_\_\_\_.
- 一个分数的分子为  $x$ , 分母比分子的 2 倍多 4, 则这个分数为\_\_\_\_\_.
- 一个两位数, 它的十位上的数为  $a$ , 个位上的数为  $b$ , 则这个两位数用代数式表示为\_\_\_\_\_.
- 当  $x=$ \_\_\_\_\_ 时, 代数式  $\frac{2x-1}{3}$  的值等于零.
- 1% 的盐水  $x$ kg, 现加入盐  $a$ kg, 则其浓度为\_\_\_\_\_.
- 设  $2a+b=7, ab=2$ , 则代数式  $b+(ab)^2+2a$  的值为\_\_\_\_\_.

### 二、选择题

- 用代数式表示“比  $a$  与  $b$  的和的平方小 3”的数应为( )
  - $(a^2+b^2)-3$
  - $(a+b)^2-3$
  - $3-(a^2+b^2)$
  - $a+b^2-3$
- 代数式  $\frac{1}{2}(x^2+y^2)$  的意义是( )
  - $x$  与  $y$  的积的平方的  $\frac{1}{2}$  倍
  - $x$  与  $y$  的平方的  $\frac{1}{2}$  倍与  $y$  的平方的和
  - $x$  与  $y$  的平方和的一半
  - $x$  与  $y$  的平方和的  $\frac{1}{2}$  倍
- 若  $n$  是自然数,  $n>1$ , 则  $n-1, n, n+1$  是( )
  - 三个奇数
  - 三个偶数
  - 三个质数
  - 三个连续的自然数
- 当  $a=2, b=1$  时, 代数式  $\frac{5a+b}{3b-2}$  的值是( )
  - $\frac{1}{5}$
  - $\frac{11}{6}$
  - 11
  - $\frac{11}{7}$
- 当  $a=2b, c=3b$  时, 代数式  $\frac{3a+5c-2b}{5a-2c+b}$  的值为( )
  - $\frac{18}{5}$
  - $\frac{19}{17}$
  - $\frac{19}{5}$
  - $\frac{18}{17}$