数据包络分析　第四卷

偏序集与数据包络分析

马占新　著

科 学 出 版 社

数据包络分析　第四卷

偏序集与数据包络分析

马占新　著

安徽大学图书馆
藏　书
www.lib.ahu.edu.cn

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书旨在研究偏序集的基本理论，探索偏序集与数据包络分析(DEA)之间的关系，并为进一步应用偏序集理论研究 DEA 方法提供理论基础. 本书共分 11 章，其中第 1 章与第 2 章主要介绍偏序集的基础知识及几种重要格的定义，并给出这些格的一些判定条件. 第 3 章给出格的一些性质；第 4 章将格论引入树形图结构中，给出树形图转化为格结构的方法；第 5 章和第 6 章主要介绍 DEA 方法的一些基本模型；第 7 章与第 8 章将偏序集理论引入 DEA 方法中，探讨如何应用偏序集理论研究 DEA 方法；第 9 章从权重角度研究 C^2R 模型的偏好性质；第 10 章应用偏序集理论给出能够改进模糊综合评价结果的定量方法；第 11 章应用偏序集理论给出多指标综合风险的评价方法.

本书可供数学系、管理系、经济系的本科生、研究生和教师使用，也适合经济、管理领域从事数据分析和评价的工作人员参考使用.

图书在版编目(CIP)数据

偏序集与数据包络分析/马占新著. —北京：科学出版社，2013.10
(数据包络分析　第四卷)
ISBN 978-7-03-038877-3
Ⅰ. 偏…　Ⅱ. ①马…　Ⅲ. ①偏序集 ②统计数据—统计分析
Ⅳ. ①0153.1② 0212.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013) 第 243987 号

责任编辑：王丽平／责任校对：邹慧卿
责任印制：赵德静／封面设计：陈　敬

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

文林印务有限公司印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2013 年 10 月第　一　版　开本：720 × 1000 1/16
2013 年 10 月第一次印刷　印张：16 1/2
字数：330 000

定价：78.00 元
(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　言

数据包络分析(Data Envelopment Analysis, DEA) 是美国著名运筹学家 Charnes 等提出的一种效率评价方法, 经过 30 多年的发展现已成为管理学、经济学、系统科学等领域中一种常用而且重要的分析工具. 某些运筹学或经济学的主要刊物, 如*Annals of Operations Research* (1985), *European Journal of Operational Research* (1992), *Journal of Productivity Analysis* (1992), *Journal of Econometrics* (1990) 等都先后出版了 DEA 研究的特刊. 从 DEA 30 年的发展历史看, DEA 方法在经济管理学科中的应用十分广泛, 其中比较主要的方向有技术经济与技术管理、资源优化配置、绩效考评、人力资源测评、技术创新与技术进步、财务管理、银行管理、物流与供应链管理、组合与博弈、风险评估、产业结构分析、可持续发展评价等. 有关统计数据表明: 自 1978 年以来 DEA 方法的研究保持了持续、快速增长的趋势. 特别是在 2000 年以后, DEA 方法的应用迅速增长、应用的范围也在不断扩大, 已经成为经济管理学科中的热点研究领域.

我开始对 DEA 的研究是在 1996 年, 当时我刚考入大连理工大学管理学院攻读博士学位, 在导师唐焕文教授的指导下开始研读 DEA 方面的文章, 并把对 DEA 的研究作为博士学位论文的选题方向. 从那时开始我一直在这个领域工作和 DEA 方法结下了不解之缘. 从 2008 年开始, 我想对以往的工作进行一次系统梳理和归纳, 陆续出版了《数据包络分析模型与方法》《广义数据包络分析方法》和《数据包络分析方法及其应用案例》三部专著. 但总感觉还有一部分重要的研究内容和它的脉络没有被系统阐述, 这就是偏序集和 DEA 之间的关系.

我对偏序集理论的研究主要是在攻读硕士学位期间, 1993 年 6 月我被推荐为内蒙古大学格论和模糊数学方向的研究生, 在导师赵萃魁教授的指导下从事格论方面的研究. 1996 年之后我的研究方向转向了管理科学与工程领域. 由于传统 DEA 方法产生的基础是经济系统的公理体系, 所以并不一定适合非经济领域的问题. 另外, 传统 DEA 方法是一种效率评价方法, 而效率只是管理的一部分, DEA 方法是否还可以在管理学的更广泛领域上发挥作用仍需进一步研究. 为了解决这些问题, 我从 1996 年开始试图寻找一种新的、更具广泛性的 DEA 理论基础. 在导师唐焕文教授和赵萃魁教授的鼓励下, 我开始探讨数据包络分析与偏序集理论之间的关系. 先后证明了 C^2R 模型、BC^2 模型刻画的 DEA 有效性实际上就是在经验状态下决策者偏好的极大 (1999 年, 大连理工大学学报), 进而应用偏序集理论探讨了 DEA 方法的数据变换性质 (1999 年, 系统工程学报); 并应用偏序集理论刻画 DEA 有效决

策单元的本质特征, 证明了 DEA 有效决策单元 (C^2R、BC^2, C^2WH、C^2W、C^2WY) 本质上就是某一偏序集的极大元 (2002 年, 系统工程学报; 2003 年, 系统工程理论与实践); 另外, 探讨了偏序集理论在 DEA 相关理论中的应用问题 (2002 年, 系统工程学报) 以及基于偏好理论的 DEA 方法在风险评估 (2001 年, 系统工程与电子技术)、模糊综合评判 (2001 年, 模糊系统与数学) 等方面的应用. 到 2003 年为止, 用了 8 年时间初步建立了基于偏好理论的 DEA 方法理论新体系. 通过研究发现: ①从偏序集的理论出发不仅可以刻画 DEA 有效的本质特征、给出不同于 Charnes 和 Cooper 等的原始解释, 而且, 还可能为离散型 DEA 模型的建立找到出路. ②该理论打通了 DEA 方法与其他众多传统评价理论之间的联系. 例如, 原有的模糊综合评判方法只能评价结果的好坏, 而不能说明无效的原因, 该结果的提出为这一问题的解决找到了出路. ③由于传统 DEA 方法产生的基础是经济系统的公理体系, 所以并不一定适合非经济领域的问题. 该项研究为 DEA 方法在非经济领域中的应用找到了根据.

2003 年, 木仁被推荐为内蒙古大学格论和模糊数学方向的研究生, 在我的师兄张昆龙教授指导下, 从事格等式定义方面的研究工作 (2010 年, 数学的实践与认识). 2009 年, 木仁考取了我的博士生, 参与有关基于偏序集理论 DEA 方法的研究 (系统工程与电子技术, 2012).

本书的内容主要取材于上述工作. 在本书的撰写过程中, 木仁与我合作研究了第 2 章和第 9 章的内容, 马生昀与我合作了第 5 章的内容并协助我完成书稿的后续校对工作.

为了帮助读者更好地阅读本书, 在内容安排上, 尽量保持内容的简洁性、完整性和易读性. 同时, 尽量保持每个章节的独立性和完整性, 以便于读者在阅读时能够更加清晰和便利, 其中第 1 章主要介绍偏序集的基础知识; 第 2 章主要介绍格及几种重要的特殊格的定义, 并给出这些格的一些判定条件; 第 3 章给出格的一些性质, 包括格的子格格长度及其包含五边形格的数量估计式; 第 4 章将格论引入树形图结构中, 给出树形图转化为格结构的办法; 第 5 章和第 6 章主要介绍 DEA 的一些基本模型; 第 7 章将偏序集理论引入 DEA 方法中, 证明 DEA 有效单元与偏序集极大元之间的关系; 第 8 章探讨如何应用偏序集理论研究 DEA 方法的相关性质; 第 9 章通过引入一种特殊的序关系对 C^2R 模型的相关性质进行系统研究; 第 10 章将偏序集理论与模糊综合评判方法相结合, 给出能够改进模糊综合评价结果的定量方法; 第 11 章将偏序集理论与风险评估方法相结合, 给出多指标综合风险的评价方法.

在我研究的过程中, 得到了许多前辈和朋友的大力支持, 美国著名管理运筹学家 Cooper 教授、中国人民大学魏权龄教授给予我许多指导和帮助, 在此表示深深的感谢! 同时, 也要深深感谢一直关心和支持我的同学、同事和朋友们, 你们的支

试读结束: 需要全本请在线购买: www.ertongbook.com

持和帮助是我前进的动力. 最后, 我还要特别感谢父母和家人几十年来默默的支持和无私的帮助.

本书的出版得到了国家自然科学基金 (项目编号: 71261017, 70961005, 70501012) 的连续资助, 在此表示深深的感谢!

马占新

2013 年 1 月于内蒙古大学

目　　录

第 1 章　偏序集及其相关理论

偏序集理论是本书研究内容的基础. 本章首先介绍集合的概念及其性质. 其次, 进一步介绍偏序集和偏序关系的有关概念. 选择这些内容作为初学者学习的基础知识和介绍后续工作的预备知识. 本章内容主要来源于文献 [1]~[5].

1.1 集　合

1.1.1 集合的概念

集合是数学中最基本的概念之一, 它像几何学中的 "点" "直线" 一样, 不能用别的概念加以定义. 以下仅给出描述性的说明.

所谓一个**集合**是指具有某一特定性质的事物 (或对象) 的全体. 组成一个集合的每个事物 (或对象) 称为该集合的**元素**.

下面举几个集合的例子来进一步说明.

例 1.1 某学校的全体教师.

例 1.2 某班级的全体同学.

例 1.3 方程

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

的所有根.

例 1.4 全体实数.

一个集合的各个元素必须是彼此互异的, 并且哪些事物是给定集合的元素必须是明确的. 例如, 某班全体高个子人构不成集合, 因为高个子这一词没有明确的定义. 一个人究竟算不算高个子并没有明确的界限. 但如果说某班身高高于 180cm 的全体学生就能构成集合.

一般将集合用大写拉丁字母 A, B, C 等表示, 集合中的元素用小写拉丁字母 a, b, c 等表示. 元素与集合的关系有且仅有两种关系: 属于和不属于; 如果 a 是集合 A 的一个元素, 则记作 $a \in A$, 读作 "a 属于 A"; 如果 a 不是集合 A 的元素, 则记作 $a \notin A$, 读作 "a 不属于 A".

试读结束: 需要全本请在线购买: www.ertongbook.com

一个具体的集合 A 可以通过列举其元素 $a, b, c, \cdots$ 来定义, 并记为

$$A = \{a, b, c, \cdots\},$$

也可以通过该集合中的各元素必须且只需满足的条件 p 来定义, 并记为

$$A = \{x | x\text{满足条件}p\}.$$

例如, 由 1, 3, 5, 7 构成的集合可表示为

$$C = \{1, 3, 5, 7\},$$

由

$$x^2 - 5x + 5 = 0$$

的所有根所构成的集合 D 可表示为

$$D = \{x | x^2 - 5x + 5 = 0\}.$$

如果一个集合不含任何元素, 则称其为**空集**, 记为 $\varnothing$.

例如, 若 $\mathbf{R}$ 为实数集, 则

$$E = \{x | x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$$

就是一个空集.

只含有有限个元素的集合称为**有限集**. 否则, 称为**无限集**.

例 1.1、例 1.2 和例 1.3 中的集合都是有限集, 例 1.4 中的集合则是一个无限集.

设有两个集合 A 和 B, 如果集合 A 的任何元素都属于集合 B, 则称集合 A 为集合 B 的**子集**, 记作 $A \subseteq B$(或 $B \supseteq A$), 读作 A 包含于 B(或 B 包含 A).

如果 $A \subseteq B$, 且存在 $b \in B$, 但 $b \notin A$, 则称 A 是 B 的**真子集**, 记为 $A \subset B$.

例 1.5　若 $\mathbf{R}$ 为实数集,

$$A = \{x | 2 < x < 5, x \in \mathbf{R}\},$$

$$B = \{x | 2 < x < 4, x \in \mathbf{R}\},$$

显然, B 是 A 的子集, 即 $B \subseteq A$. 因 $4 \in A$, 但 $4 \notin B$, 故 B 还是 A 的真子集.

根据定义易知, 任何一个集合 A 都是它自身的子集, 即 $A \subseteq A$. 空集是任何一个集合 A 的子集, 即 $\varnothing \subseteq A$.

如果两个集合 A 和 B 满足

$$B \subseteq A\text{且}A \subseteq B,$$

则集合 A 和 B 相等, 记为 $A = B$.

1.1.2 集合的运算

设 A, B 是任意两个集合, 则由所有既属于集合 A 又属于集合 B 的元素组成的集合称为 A 与 B 的**交集**(或交), 记为 $A\cap B$, 读作 A 交 B. 显然

$$A\cap B=\{x|x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

由所有属于 A 或 B 的元素组成的集合称为 A 与 B 的**并集**(或并), 记为 $A\cup B$, 读作 A 并 B. 显然

$$A\cup B=\{x|x\in A \text{ 或 } x\in B\}.$$

由所有属于集合 A 但不属于集合 B 的元素组成的集合称为 A 与 B 的**差集**(或差), 记为 $A-B$.

$$A-B=\{x|x\in A \text{ 且 } x\notin B\}.$$

特别地, 若集合 B 是集合 A 的子集, 则差集 $A-B$ 被称为 B 在 A 内的**余集**(或**补集**), 记为 $\overline{B}$.

集合的交、并和差运算可以用图 1.1 表示如下.

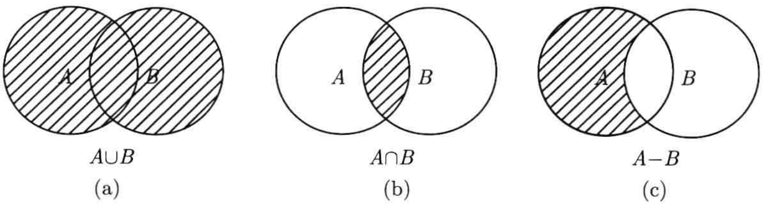

图 1.1　集合的运算

集合的交、并和差运算的基本性质可以概括如下.

(1) 幂等律

$$A\cap A=A,$$
$$A\cup A=A.$$

(2) 交换律

$$A\cap B=B\cap A,$$
$$A\cup B=B\cup A.$$

(3) 结合律

$$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C,$$
$$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C.$$

(4) 分配律

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C),$$
$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C).$$

(5) 吸收律

$$A \cap (B \cup A) = A,$$
$$A \cup (B \cap A) = A.$$

1.1.3　映射

设 A 与 B 为给定的两个集合, 则集合 A 到集合 B 的一个**映射**f 是指一个对应法则, 它使集合 A 中的任何一个元素 a 都有集合 B 中唯一确定的元素 b 与之对应. 记为

$$f : A \to B,$$
$$a \mapsto b,$$

其中 b 称为 a 在 f 下的**象**, 记为 $f(a)$; a 称为 b 的一个**原象**. 集合 A 称为映射 f 的**定义域**, 记为 D_f; 而 A 中所有元素的象 $f(a)$ 的集合

$$\{f(a)|a \in A\}$$

称为映射 f 的值域, 记为 $f(A)$.

例 1.6　设集合 A 表示管理科学系一班的全体学生, 集合 B 表示管理科学系一班的全体学生的入学成绩, 将每一个学生与其入学成绩建立对应关系, 则每一个学生都有唯一的入学成绩与之对应, 故这样的对应关系就构成了 A 到 B 的映射 (图 1.2).

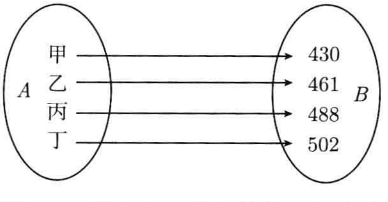

图 1.2　学生与入学成绩的对应关系

例 1.7　设 A 表示 -7 和 6 之间的全体偶数, B 表示 -7 和 6 之间的全体奇数. 将每一个偶数与小于该偶数且最接近该偶数的奇数建立对应关系, 则每一个偶数都有唯一的奇数与之对应, 这样的对应关系构成了 A 到 B 的映射 (图 1.3).

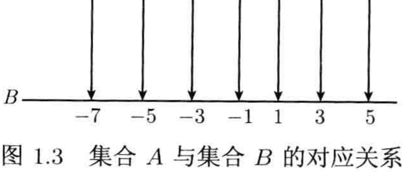

图 1.3　集合 A 与集合 B 的对应关系

从例 1.6 和例 1.7 可以看出, 构成一个映射必须具备下列三个基本要素:

(1) 定义域 $D_f = A$;

(2) $f(A) \subseteq B$;

(3) 对于每一个 $a \in A$, 有唯一确定的 $b = f(a)$ 与之对应.

需要强调的是

(1) 映射要求元素的象必须是唯一的;

(2) 映射并不要求象的原象也是唯一的.

设 f 是集合 A 到集合 B 的一个映射, 对任意 $a_1, a_2 \in A$, 若 $a_1 \neq a_2$, 必有 $f(a_1) \neq f(a_2)$, 则称 f 为 A 到 B 的一个**单射**; 若对任意 $b \in B$, 均存在 $a \in A$, 使得 $f(a) = b$, 则称 f 为 A 到 B 的一个**满射**; 如果映射 f 既是单射, 又是满射, 则称 f 为**双射**(或称一一映射).

如果映射 f 为双射, 则对任意 $b \in B$, 它的原象 $a \in A$ 是唯一确定的. 于是, 这种对应关系 $g: B \to A$ 构成了 B 到 A 上的一个映射, 称为 f 的**逆映射**, 记为 f^{-1}. f^{-1} 定义域为 B, 值域为 $f^{-1}(B) = A$.

假设 A, B, C 是三个给定的集合, 映射

$$f: A \to B, \quad g: B \to C,$$

则由 f, g 确定 A 到 C 的一个新映射

$$\begin{aligned} h: A &\to C, \\ a &\mapsto g(f(a)), \end{aligned}$$

称为 f 与 g 的**复合映射**, 记为 $h = g \cdot f$(或 gf).

例 1.8　如果有两个映射

$$\begin{aligned} g: \mathbf{R} &\to [-1, 1], \\ x &\mapsto \sin x \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} f: [-1, 1] &\to [0, 1], \\ x &\mapsto x^2, \end{aligned}$$

则映射 f 和映射 g 可构成复合映射 $f \cdot g: \mathbf{R} \to [0, 1]$, 对 $\mathbf{R}$ 中的任一元素 x, 有对应关系

$$(f \cdot g)(x) = f(g(x)) = f(\sin x) = (\sin x)^2.$$

而映射 g 和映射 f 可构成复合映射

$$g \cdot f: [-1, 1] \to [0, \sin 1],$$

对 $[-1,1]$ 中的任一元素 x, 有对应关系

$$(g\cdot f)(x)=g(f(x))=g(x^2)=\sin(x^2).$$

显然, 映射 $f\cdot g$ 和映射 $g\cdot f$ 是两个不同的映射, 这表明两个映射复合时与次序是有关系的.

例 1.9　假设有两个映射

$$\begin{aligned} f:\mathbf{R}&\to[-1,1],\\ x&\mapsto\cos x \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} g:[0,+\infty)&\to[0,+\infty),\\ x&\mapsto\sqrt{x}, \end{aligned}$$

则映射 f 和映射 g 可构成复合映射

$$f\cdot g:[0,+\infty)\to[-1,1],$$

对 $[0,+\infty)$ 中的任一元素 x, 有对应关系

$$(f\cdot g)(x)=f(g(x))=f\left(\sqrt{x}\right)=\cos\sqrt{x}.$$

由于 $f(\mathbf{R})\not\subset D_g$, 故映射 g 和 f 不能复合, 但这并不表明 $\sqrt{\cos x}$ 就没有意义, 这可以通过限制原映射的定义域或值域之后再复合. 一般给出的复合映射的定义域应该使得该表达式有意义.

1.2　偏序集和偏序关系

1.2.1　关系

给定 n 个集合 $S_1,S_2,\cdots,S_n$(n 是自然数), 称 $S_1\times S_2\times\cdots\times S_n$ 的子集 R 为集合 $S_1,S_2,\cdots,S_n$ 间的一个 n 元关系.

特别地, 当

$$S_1=S_2=\cdots=S_n=S$$

时, 称 R 为集合 S 上的一个 n 元关系.

如果

$$(a_1,a_2,\cdots,a_n)\in R\ (a_i\in S_i,i=1,2,\cdots,n),$$

则称有序元素组 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 具有关系 R, 记作 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)R$; 否则, 称 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 不具有关系 R, 记作 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)\overline{R}$.

若 R 是 S 上的一个二元关系(即 $R \subseteq S \times S$), 常将 $(a_1, a_2)R$ 记为 $a_1 R a_2$, 而将 $(a_1, a_2)\overline{R}$ 记为 $a_1 \overline{R} a_2$. 显然对任意的 $a, b \in S$, 要么 aRb, 要么 $a\overline{R}b$, 且二者仅有一个成立.

例 1.10 设 $A = \mathbf{R}$(实数集合),

$$R_1 = \{(a, b) | a, b \in \mathbf{R}, b - a > 0\},$$

$$R_2 = \{(a, b) | a, b \in \mathbf{R}, a^2 + b^2 < 1\},$$

则 R_1, R_2 都是实数集 $\mathbf{R}$ 上的二元关系, 对任意的 $a, b \in \mathbf{R}$, aR_1b 当且仅当 $a < b$; aR_2b 当且仅当平面上的点 (a, b) 位于单位圆内.

二元关系通常可用图形表示出来, 例如, 例 1.10 中的 R_1, R_2 可用图形表示如下 (图 1.4).

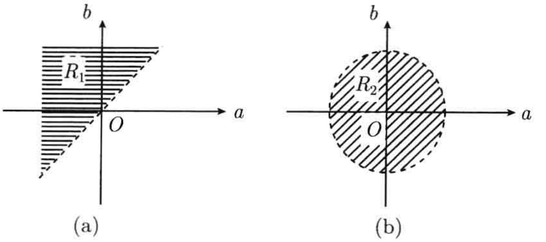

图 1.4 关系 R_1 和 R_2

设 R 是 S 上的一个二元关系, 则 R 可能会满足下面的某些特殊性质:

(1) 自反性: 对任意的 $x \in S, xRx$;

(2) 对称性: 若 xRy, 则 yRx;

(3) 反对称性: 若 xRy, yRx, 则 $x = y$;

(4) 传递性: 若 xRy, yRz, 则 xRz;

(5) 逆传递性: 若 yRx, zRy, 则 xRz;

(6) 右可比性: 若 xRy, zRy, 则 xRz;

(7) 左可比性: 若 yRx, yRz, 则 xRz;

(8) 右全性: 对任意的 $y \in S$, 存在 $x \in S$, 使得 xRy;

(9) 左全性: 对任意的 $x \in S$, 存在 $y \in S$, 使得 xRy.

如果一个二元关系满足自反性、对称性与传递性, 则称其为**等价关系**.

如果一个二元关系满足自反性、反对称性与传递性, 则称其为**偏序关系**, 带有偏序关系的集合称为**偏序集**.

下面对偏序关系的相关问题进行进一步讨论.

试读结束: 需要全本请在线购买: www.ertongbook.com