中国科学出版集团
新世纪书局

新概念

大学文科数学

孙弘安 黄贤通 编著

科学出版社

新概念大学文科数学

孙弘安　黄贤通　编著

科 学 出 版 社

内容简介

本书深入浅出地介绍了近现代数学的基本概念，展现了与社会科学、经济活动密切相关的数学知识，揭示了数学知识的本质特征和应用领域。

全书共6章，主要介绍了集合与关系、数值代数基础及其应用、单元函数微积分、密码学和信息安全初步、经济决策方法、博弈论初步相关内容，各章均配有习题、延伸阅读材料、以及要使用到信息技术的信息化课程相关作业，可根据学生实际学习情况灵活选用。

书中介绍的延伸阅读材料和信息化课程作业都是信息社会的新型教学手段，充分调动学生的积极性和参与性。本书在内容上打破了传统文科数学的框架；在方法上体现了信息化课程的要求，渗透了人文和科学精神，突出了文科数学教育的特点，更有利于文科学生理解、掌握数学的思想和方法。

本书结构严谨、逻辑清晰、通俗易懂、难度适宜，从不同侧面比较自然地介绍了数学的基本概念和应用，特别适合作为普通高等院校、示范性高职高专院校以及相关培训学校的文科专业的数学教材。

图书在版编目（CIP）数据

新概念大学文科数学/孙弘安，黄贤通编著. —北京：科学出版社，2011.4

ISBN 978-7-03-030635-7

I. ①新… II. ①孙… ②黄… III. ①高等数学—高等学校—教材 IV. ①O13

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第048462号

责任编辑：桂君莉 / 责任校对：刘雪连

责任印刷：新世纪书局 / 封面设计：彭琳君

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

中国科学出版集团新世纪书局策划

三河市李旗庄少明装订厂印刷

中国科学出版集团新世纪书局发行　各地新华书店经销

*

2011年5月第一版　开本：16开

2011年5月第一次印刷　印张：16.25

印数：1—3 000　字数：395 000

定价：27.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　言

数学作为研究现实世界的数量关系和空间形式的一门科学，是人类智慧王冠上的瑰宝，是现代高科技的基础和先导。数学作为一门艺术的同时，也日益展示其技术的一面，在人类的科学研究、政治生活和日常经济生活中发挥着更加重要的作用。随着高等教育在我国努力实现人力资源强国的过程中变得越来越重要，数学教育也迎来了春天，大学文科数学的学习也得到了广泛开展。如何针对文科学生的特点抓好数学教育、提高文科学生的数学素养，是当前文科数学教育的焦点。

本书主要包含集合与关系、数值代数基础及其应用、单元函数微积分、密码学和信息安全初步、经济决策方法、博弈论初步共六章，可根据学生情况及学时需要，安排 32～54 学时。

本书根据《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010-2020 年)》提出的把教育信息化纳入国家信息化发展的整体战略，让信息化深入到本书内容学习的每个环节，提高学生应用信息技术的水平，鼓励学生利用信息手段自主学习数学知识，增强其运用信息技术分析和解决问题的能力，结合文科专业的实际情况，注重文科大学生人文和科学素质的培养，对大学文科数学的教学展开了有益的尝试和改革，有如下特点：

- **精选的数学知识**　本书围绕近现代数学的主要概念、理论和方法展现了数学的发生、发现和发展的来龙去脉，精选数学知识，揭示了数学的本质，阐明了数学作为强有力科学语言的历史地位和贡献，指出了数学作为技术在人类的科学研究、政治生活和日常经济生活中的作用，有利于增强学生的现代数学素养和科学精神。

- **满足文科学生的实际需求**　本书所选数学的内容不以过多的公式推导和习题演练为主体，而以帮助学生形象地理解数学概念、准确地掌握数学方法和熟练解决实际问题为目标，满足文科专业学生的实

际数学需求。同时，安排了许多符合文科大学生需要的应用模式，供学生学习和训练，强化了学生应用数学知识的意识。

- **引入信息化技术**　本书在改革传统教育模式，树立网络时代的教育新观念，推进信息化教学等方面作了有益的尝试。本书引导和帮助学生将信息技术变成自觉学习、自我发现、自主探索的日常学习工具，利用信息技术完成本书的内容学习和选择延伸阅读材料。同时，注重培养学生的创新和探索精神，以推进教育信息技术在教学改革和人才培养中的深入应用和融合。

本书为全国教育科学“十一五”规划教育部规划课题“高等师范院校信息化课程构建的理论与实践研究”（FCB060251）的研究成果，本书的出版还得到赣南师范学院教材建设基金资助。出版之际，虽作了一些有益的创新尝试，追求叙述语言流畅、说理深入浅出、知识运用切合专业，但囿于作者水平，不妥和错误之处在所难免，敬请专家和教师力斧匡正。

编者

2011 年 4 月

目 录

第 1 章 集合与关系

本章介绍现代数学的基础：集合与关系的概念及其运算.

1.1 集合及其运算

1.1.1 集合的定义

集合是数学中的一个基本概念，它反映了一事物跟另一集体的属于与否的关系，我们无法对其给出数学上的一个确切定义，正如在几何中无法定义点、直线一样. 一般的，我们把一些不同的确定的对象的全体称为集合，组成这个集合的对象称为该集合的元素，即集合是由元素组成的. 元素与集合一样，也是无法定义的，它可以理解为存在于世界上的客观物体，如人、书、桌子；也可以是抽象的，如点、线，等等. 对于集合我们可以举一些例子.

全班同学构成一个集合，而每个同学是这个集合的元素.

全体自然数构成一个集合，而每个自然数是这个集合的元素.

通常用带标号或不带标号的大写字母表示集合，如 X_1, B_i, A, M 等. 用带标号或不带标号的小写字母表示集合的元素，如 a_1, b_2, x, y 等. 对于集合必须注意以下几点：

（1）集合中的元素是确定的，也就是说，对集合 A，任一元素 a 属于该集合或不属于该集合，两者必居其一. 若一元素 a 属于集合 A，则用 $a \in A$ 表之；若不属于集合 A，则用 $a \notin A$ 表之.

（2）集合中的每个元素均不相同，亦即集合 $\{a,b,b,c,d\}$ 与 $\{a,b,c,d\}$ 是一样的.

集合的表示方法有“枚举法”和“元素性质刻画法”两种.

所谓“枚举法”，就是将集合的所有元素一一列举出来，并用花括号括起，但有时也可以只列出一部分元素，而其余部分从前后关系中可以很显然地推出.

例 1 由元素 a、b、c、d 组成的集合 A，可表示成 $A=\{a,b,c,d\}$.

例 2 全体自然数集合表示成 $A=\{1,2,3,4,\cdots\}$.

例 3 从 1 到 100 的 100 个自然数所构成的集合表示成 $A=\{1,2,3,\cdots,100\}$.

所谓“元素性质刻画法”，就是用集合元素所具有的共同性质来刻画这个集合．对一般集合可以表示成 $A=\{x\mid P(x)\}$，其中 P 表示某性质，集合 A 表示由满足性质 P 的元素 x 的全体所组成．

例 4 由正偶数组成的集合 A 可表示成 $A=\{x\mid x\text{是正偶数}\}$．

例 5 由方程 $x^2=4$ 的根所组成的集合 A 可表示成 $A=\{x\mid x^2=4\}$．

总之，约记集合为

集合名称={元素 1，元素 2，…，元素 n}

例 6 季节={春，夏，秋，冬}或季节={一年中的四个季度}．

一个集合，若由有限个元素组成，则称为有限集；一个集合，若由无限个元素组成，则称为无限集．例如，自然数集即为无限集，地球上人的集合即为有限集．特别的，元素个数为零的集合称为空集，记作 $\varnothing$，例如，若“缺席今天会议的人”构成集合 A，则今天全体出席会议的人表示为 $A=\varnothing$．与空集相对应的是全集，一个集合，如果它能包括我们所考虑的目标之内的所有元素，则该集合称为全集，记作 E．

集合具有最广泛的含义，某一集合可以作为另一集合的元素，如 $A=\{1,2,\{a,b\}\}$，其中集合 $\{a,b\}$ 是集合 A 的元素．

集合之间一般可以有两种关系：相等关系与包含关系．

定义 1.1.1 如果集合 A 与集合 B 的元素相同，则称这两个集合是相等的，记作 $A=B$，否则称这两个集合不相等，记作 $A\neq B$．

定义 1.1.2 集合 A、B，如果当 $a\in A$ 必有 $a\in B$，则称 B 包含 A，或称 A 是 B 的子集，记作 $B\supseteq A$ 或 $A\subseteq B$．如果 $B\supseteq A$ 且存在 b，使得 $b\in B$ 但 $b\notin A$ 则称 A 是 B 的真子集，记作 $B\supset A$ 或 $A\subset B$，若集合 A、B 间不满足 $A\subseteq B$ 则称 B 不包含 A，记作 $A\not\subset B$．

对于集合的相等与包含关系，可用一种图——文氏图（Venn Diagram）表示．文氏图在表示集合中的关系时较为直观、形象，因此目前被广泛应用于集合论中．在文氏图中用一个平面中的区域表示一个全集，而对包含于全集内的集合用平面区域内的圆域表示．这样，全集内的集合间关系就可以用平面区域内圆域之间的关系来表示．对于相等、包含等关系可以很形象地用文氏图表示（如图 1-1 所示）．

例 7 设 $N=\{0,1,2,\cdots\},A=\{1,2,3,\cdots,100\}$，则有 $A\subseteq N$，并且有 $A\subset N$．

例 8 设 $A=\{1,2,3,3\},B=\{1,2,3\}$，则有 A=B．

例 9 设 $A=\{i\mid i\text{为正整数}\},B=\{j\mid j\text{为正偶数}\}$，则有 $B\subseteq A$，且 $B\subset A$．

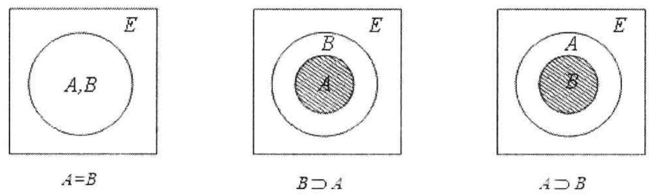


图 1-1

集合的相等与包含关系有以下性质：

性质 1　对任一集合 A，必有 $\varnothing \subseteq A$，$\varnothing \subseteq A \subseteq E$.

性质 2　有集合 A 与 B，则 $A=B$ 的充分必要条件是 $A \supseteq B$ 且 $B \supseteq A$.

1.1.2　集合的运算

我们用代数的方法讨论集合，建立集合的运算，得到这些运算间的基本关系式.

首先我们建立一些集合的运算.

定义 1.1.3　由集合 A、B 所有元素合并组成的集合，称为集合 A 与 B 的并集，记作 $A \cup B$.

定义 1.1.4　由集合 A、B 所有的公共元素所组成的集合，称为集合 A 与 B 的交集，记作 $A \cap B$.

例 10　假设 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{3,4,5,6\}$，则 $A \cup B=\{1,2,3,4,5,6\}$.

例 11　假设 $A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{1,3,8,10\}$，则 $A \cap B=\{1,3\}$.

定义 1.1.5　集合 A、B 若满足 $A \cap B=\varnothing$，则称 A 与 B 是分离的.

定义 1.1.6　由集合 A、B 中所有属于集合 A 而不属于集合 B 的元素所组成的集合称为集合 A 对集合 B 的差集，记作 $A-B$.

例 12　若 $A=\{a, b, c, d, e, f\}$，$B=\{d, e, f, g, h\}$，则 $A-B=\{a, b, c\}$，$B-A=\{g,h\}$.

定义 1.1.7　集合 A 的补集～A 可定义为～$A=E-A$.

定义 1.1.8　集合 A、B 的对称差（或称布尔和）$A+B$ 可定义为

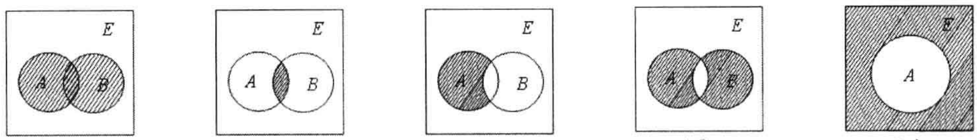
$$A+B=(A-B)\cup(B-A)$$

例 13　设 $E=\{0,1,2,3,\cdots\}$，$A=\{0,2,4,6,\cdots\}$，则～$A=E-A=\{1,3,5,7,\cdots\}$.

例 14　若 $A=\{a,b,c,d,e,f\}$，$B=\{d,e,f,g,h\}$，则 $A+B=\{a,b,c,g,h\}$.

由上例可以看出 $A+B$ 即为 A、B 的所有的非公共元素所组成的集合.

到此为止，我们定义了 4 个二元运算即并运算，交运算、差运算和对称差运算，以及一个一元运算：补运算. 这 5 个运算可以用文氏图表示，如图 1-2 所示.



$A\cup B$　　$A\cap B$　　$A-B$　　$A-B$　　$\sim A$

图 1-2

针对这 5 种运算中，我们有基本公式

（1）恒等律：$A\cup\varnothing=A,\ A\cap E=A.$

（2）排中律：$A\cup\sim A=E,\ A\cap\sim A=\varnothing.$

（3）复元律：$\sim(\sim A)=A$.

（4）支配律：$A\cup E=E,\ A\cap\varnothing=\varnothing$.

（5）幂等律：$A\cup A=A,\ A\cap A=A.$

（6）交换律：$A\cup B=B\cup A, A\cap B=B\cap A.$

（7）结合律：$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C, A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C.$

（8）分配律：

$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C), A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C).$$

（9）吸收律：$A\cup(A\cap B)=A, A\cap(A\cup B)=A$.

（10）狄·莫根定律（De Morgan's Low）：

$$\sim(A\cup B)=\sim A\cap\sim B, \sim(A\cap B)=\sim A\cup\sim B.$$

到此为止，我们得到了有关集合代数的公式，有了这些公式后，生活现象和其他学科中的基本概念可用集合代数中的方法描述之.

例 15　某数字图书馆有藏书 1000 万册，有一读者利用搜索引擎查阅，他希望能了解我国所有 2000 年以来描写以大学生生活为题材的长篇小说以及 1987 年以来出版的我国的不是描写商界的长篇小说书名，请将此读者所要了解的书名用集合论方法描述之.

解：在此问题中，全集 E 为该数字图书馆藏书的书名所组成的集合，并且令

F 表示所有我国的书所组成的书名集；

G 表示所有 2000 年以来的书所组成的书名集；

H 表示所有描写大学生生活题材的书报所组成的书名集；

R 表示所有长篇小说所组成的书名集；

S 表示所有 1987 年以来出版的书所组成的书名集；

K 表示所有描写商界的书名集；

这样，该读者所要了解的书名可以用集合论方法描述如下：

$$R \cap ((G \cap F \cap H) \cup (S \cap F \cap \sim K))$$

1.1.3 集合的子集和幂集

下面讨论集合的子集及其表示.

定义 1.1.9 由集合 A 的所有子集（包括空集及 A 本身）所组成的集合称为 A 的幂集，记作 2^A 或 $\rho(A)$.

例 16 设 $A=\{a,b\}$ 则 $\rho(A)=\{\varnothing,\{a\},\{b\},A\}$.

例 17 设 $A=\{1,2,3\}$ 则 $\rho(A)=\{\varnothing,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},A\}$.

在例 17 中，若用“0”表示某元素没参与构成某子集，若用“1”表示某元素参与了构成某子集，则子集

$$A_{000}=\varnothing,\ A_{100}=\{1\},\ A_{010}=\{2\},\ A_{001}=\{3\},\ A_{110}=\{1,2\},$$
$$A_{101}=\{1,3\},\ A_{011}=\{2,3\},\ A_{111}=\{1,2,3\}=A.$$

那么 A 的幂集 $\rho(A)=\{A_{000},A_{100},A_{010},A_{001},A_{110},A_{101},A_{011},A_{111}\}$.

对于幂集我们有以下结论：若集合 A 为由 n 个元素所组成的有限集，则 $\rho(A)$ 为有限集且由 2^n 个元素组成.

1.2 笛卡儿乘积

1.2.1 有序偶和 n 元有序组

定义 1.2.1 两个按一定次序排列的客体 a、b 组成的一个有序序列，称为有序偶，并记作(a,b).

由此定义可知，有序偶刻画了两个客体间的次序，它不表示由两个元素所组成的集合. 在很多情况下，客体间的次序是很重要的，例如，在一个平面直角坐标系中，点(x,y)一般与(y,x)不相等. 如$(2,5)\neq(5,2)$. 在一个表示月、日的有序偶数中，$(4,9)$表示 4 月 9 日，而$(9,4)$则表示 9 月 4 日，故$(4,9)\neq(9,4)$.

有序偶(a,b)中的 a,b 分别称为(a,b)的第一客体与第二客体.

定义 1.2.2 有序偶(a,b)与(c,d)如果有 $a=c, b=d$，则说(a,b)与(c,d)是相等的.

将有序偶推广，可以得到 n 重有序组.

定义 1.2.3 n 个$(n>1)$按一定次序排列的客体 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 组成的一个有序序列，称为 n 重有序组，并记作 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)$.

定义 1.2.4 n 重有序组 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 与 $(b_1,b_2,\cdots,b_n)$，如果有 $a_i=b_i\ (i=1,2,\cdots,n)$. 则说 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 与 $(b_1,b_2,\cdots,b_n)$ 是相等的.

例 1 表示时间的 a 年 b 月 c 日 d 时 e 分 f 秒可以用一个 6 重有序组$(a,b,c,d,$

e,f)表示之.

1.2.2 笛卡儿乘积

下面利用 n 重有序组来引入笛卡儿乘积的概念.

定义 1.2.5 集合 A,B 的笛卡儿乘积可以表示为

$$A\times B=\{(a,b)\mid a\in A,b\in B\}.$$

例 2 设 R 为实数集,平面上一直角坐标系中的所有点可以用一笛卡儿乘积表示为 $R\times R=\{(x,y)\mid x\in R,y\in R\}$.

例 3 一天之内的 a 时 b 分,表示它们的全体可以用一笛卡儿乘积表示为 $A\times B=\{(a,b)\mid a\in A,b\in B\}$,其中 $A=\{0,1,2,\cdots,23\}$, $B=\{0,1,2,\cdots,59\}$.

类似地,我们可以定义 n 个集合 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的笛卡儿乘积.

定义 1.2.6 集合 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的笛卡儿乘积可以表示为

$$A_1\times A_2\times\cdots\times A_n=\{(a_1,a_2,\cdots,a_n)\mid a_i\in A_i,i=1,2,\cdots,n\}.$$

特别地,约记 $A^n=\underbrace{A\times A\times\cdots\times A}_{n\text{个}}$.

例 4 设 $A=\{1,2\}$, $B=\{a,b\}$, $C=\{\alpha,\beta\}$,则

$A\times B=\{(1,a),(2,a),(1,b),(2,b)\}$,

$A\times B\times C=\{(1,a,\alpha),(1,a,\beta),(2,a,\alpha),(2,a,\beta),$
$(1,b,\alpha),(1,b,\beta),(2,b,\alpha),(2,b,\beta)\}$

$A\times A=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$.

例 5 在计算机内的字是由固定的 n 个有序二进制数所组成,它的全体可以表示成 n 重有序组形式.

$$A^n=\underbrace{A\times A\times\cdots\times A}_{n\text{个}}=\{(a_1,a_2,\cdots,a_n)\mid a_i\in A,i=1,2,\cdots,n\},$$

其中 $A=\{0,1\}$.

1.3 二元关系及其性质

1.3.1 关系的定义

本节将研究集合元素间的关系,即"关系",这个概念在各数学领域中均有很大的作用,是重要的数学基本概念.

世界上存在着各种各样的关系,人与人之间有"同志"关系、"上下级"关