

初級混合數學

新 中 學 教 科 書

初級混合數學

第 四 冊

編	者
歙縣 程廷熙	高安 傅種孫
校	者
江寧 張鵬飛	無錫 華襄治

中 華 書 局 印 行

新中學教科書
初級混合數學第四冊

目次

第拾章 正負數

(1—22 頁)

- | | |
|---------------|--------------|
| 1. 正負數 | 2. 正負數與絕對值 |
| 3. 正負數之綫段表示法 | 4. 加法 |
| 5. 減法 | 6. 0 與正負數之加減 |
| 7. 正負數及 0 之大小 | 8. 乘法 |
| 9. 連乘積 | 10. 獨項方冪 |
| 11. 正數之平方根 | 12. 純二次方程 |
| 13. 除法 | 14. 方程負根之討論 |
| 15. 0 與正負數之乘除 | |

第拾壹章 整式四則

(23—36 頁)

- | | |
|--------------|-------------------------|
| 1. 整式及其整理法 | 2. 整式加法 |
| 3. 整式減法 | 4. 括號撤去法 |
| 5. 括號插入法 | 6. 整式乘法 |
| 7. 整式除法 | 8. 文字方程 |
| 9. 多項式之最高公因數 | 10. 最低公倍數及其與 H.C.F. 之關係 |
| 11. 最低公倍數之求法 | |

第拾貳章 坐標

(37—51頁)

- | | |
|---------------|------------------|
| 1. 直綫上點之表示法 | 2. 地球上之經緯度 |
| 3. 平面上點之表示法 | 4. 點之坐標 |
| 5. 數耦之象 | 6. 坐標之應用 |
| 7. 變數與函數 | 8. 函數及方程之圖象 |
| 9. $y=ax$ 之圖象 | 10. $y=ax+b$ 之圖象 |
| 11. 直線方程 | |

第拾叁章 二元一次方程

(52—81頁)

- | | |
|--------------|---------------|
| 1. 二元一次方程 | 2. 兩二元一次方程之公解 |
| 3. 各別方程與相因方程 | |
| 4. 並立方程與矛盾方程 | 5. 聯立方程 |
| 6. 圖象解法 | 7. 聯立一次方程消元法 |
| 8. 加減消元法 | 9. 代入消元法 |
| 10. 等置消元法 | 11. 方程之化簡 |
| 12. 特例 | 13. 文字方程—根之公式 |
| 14. 應用問題 | |

第拾肆章 特別積 劈因數 二次方程

(82—108頁)

- | | |
|-----------|-----------|
| 1. 二項和之平方 | 2. 二項差之平方 |
| 3. 數目平方 | 4. 劈因數 |

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 5. 劈整方三項式之因數 | 6. 整方三項式之平方根 |
| 7. 一元二次方程 | 8. 重根二次方程 |
| 9. 二數和乘二數差之積 | 10. 劈二數平方差之因數 |
| 11. 純二次方程 | 12. $(x+p)$ 與 $(x+q)$ 之積 |
| 13. x^2+ax+b 之因數 | 14. $x^2+ax+b=0$ 之解法 |
| 15. $(px+q)(rx+s)$ 之積 | 16. ax^2+bx+c 之因數 |
| 17. $ax^2+bx+c=0$ 之解法 | 18. 集項劈因數法 |
| 19. ax^2+bx+q 之因數之第二求法 | |
| 20. 恒等方程 | 21. 特別積舉要 |
| 22. 劈因數舉要 | 23. 方程舉要 |

第拾伍章 分式

(109—136頁)

- | | |
|--------------------------------|--------------|
| 1. 最高公因與最低公倍 | 2. 兩多項式之最高公因 |
| 3. 歐幾利得 (Euclid) 求 H. C. F. 方法 | |
| 4. 最低公倍 | 5. 分式 |
| 6. 約分 | 7. 通分 |
| 8. 分式加減法 | 9. 分式乘法 |
| 10. 倒數 | 11. 分數除法 |
| 12. 有理式化簡法 | 13. 分式方程 |
| 14. 應用問題 | |

第拾陸章 一元二次方程

(137—160頁)

- | | |
|-----------|--------------|
| 1. 一元二次方程 | 2. 一元二次方程之圖象 |
|-----------|--------------|

3. 配方第二法 4. 配方第一法
5. 配方第二法 6. 公式
7. 根之性質 8. 根與係數之關係
9. 由根求方程 10. 文字方程
11. 雜例 12. 三角方程
13. 應用問題

第拾柒章 函數

(161—171頁)

1. 變數與常數 2. 有關係之兩變數
3. 函數之定義 4. 函數之記法
5. 函數之圖象 6. 一次函數
7. 順變 8. 反變
9. 雙曲綫 10. 二次函數—拋物綫
11. 圓及橢圓 12. 二元二次方程之圖象
13. 多元函數

(171—181頁)

新中學教科書

初級混合數學

第二學年下

第拾章 正負數

§ 1. 正負號。吾人熟知 $5-3$ 爲 2 ，而 $3-5$ 則以爲不可能，然就事實言之，亦未嘗不可解釋者，即如

5 元 -3 元，意謂原有 5 元，用去 3 元，尙餘 2 元；若 3 元 -5 元，意謂原有 3 元，用去 5 元，尙欠 2 元。

此二者之結果均爲 2 元，惟一餘一欠耳。

又如東行 5 步後折回 3 步，與東行 3 步後折回 5 步，兩者所抵之處，距原地均爲 2 步，惟前者在原地之東，後者則在其西矣。

餘 2 元與欠 2 元，在東 2 步與在西 2 步，其數雖同爲 2 ，而性質各相反，若均以 2 表之，則無從分別，故特用二號以別之：

一曰正號(Positive sign)，以「 $+$ 」記之；

二曰負號(Negative sign)，以「 $-$ 」記之。

於數之前各冠一號，以表明性質相反之數。

譬如 餘 2 元記作 $+2$ 元，

則 欠 2 元當記作 -2 元；

反之，欠 2 元記作 $+2$ 元，

則 餘 2 元當記作 -2 元。

又如在東 2 步記作 $+2$ 步，

則 在西 2 步當記作 -2 步；

反之亦可。

總之，凡性質相反之數：如存與付，盈與虧，增與減，進與退，升與降，上與下，左與右，前與後等等，皆可用此二號以別之：孰爲正，孰爲負，固不必拘定也。

正負號與計算時所用之加減號同形，實則彼此之本意各不相同。蓋前者所以表示數之性質，是爲性質符號 (Sign of character)，後者則計算符號 (Sign of operation) 也。

習題 I

1. 賺 1000 元記作 $+1000$ 元，問虧 1000 元，如何記法？
2. 賽跑時勝 2 秒鐘記作 $+2$ 秒，問負 2 秒如何記法？
3. 溫度計零上度數記作 $+$ ，問零下度數如何記法？
4. 民國若干年記作 $+$ ，問民國前若干年如何記法？
5. 綫段繞一端旋轉，所成之角或弧，順鐘針之方向者記作 $+$ ，問逆鐘針之方向者如何記法？

解釋 6—10 各題之意義：——

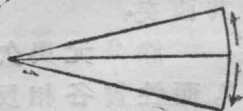
6. 弟長於兄 -5 歲。

7. 小數比大數多 -6 。

8. 甲午之役，我國得日本賠款 -3000000 元。

9. 漢口在廣州之南 -1600 里。

10. 據郵務局報告民國十一年我國人口總數除蒙古、西藏及京兆某縣與奉天某縣外，比四萬萬少 -36094953 。



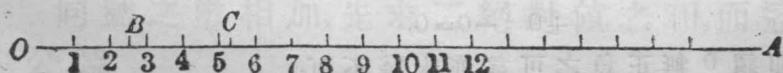
辨別 11-14 各式內之「+」與「-」孰為性質符號？孰為計算符號？

11. $(+a) + (-b)$. 12. $(+a) - (+b)$.
13. $(-a) + (-b) - (+c)$. 14. $(-a) - (+b) + (-c)$.

§ 2. 正負數與絕對值. 如上節所述：數之前有冠以 + 號者，有冠以 - 號者，其冠以 + 號者，稱為正數 (Positive number)，冠以 - 號者，稱為負數 (Negative number)。正數前之 + 號可略而不書，負數前之 - 號，則不能從略。如 +7 可寫作 7，而 -7 必不能寫作 7 也。由此可知數之前未冠號者恒為正數，不得視為負數。

數之不論正負而僅論其值者，謂之絕對值 (Absolute Value)。如存 10 元與付 10 元之絕對值皆為 10 元，+a 與 -a 之絕對值皆為 a，本書以前所用之數，皆其絕對值也。

§ 3. 正負數之綫段表示法. 數可以綫段表之。法取一公率綫段於 OA 直綫上自 O 點起由左而右，順次截之，則



OA 可以表 1,

OB , , , , 2,

OC , , , , 3,

.....;

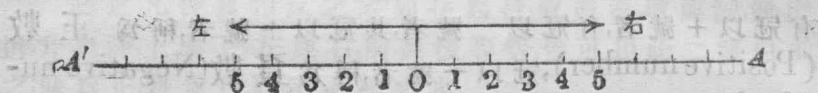
OB 可以表 2.5 或 $2\frac{1}{2}$,

OC , , , , $5\frac{1}{3}$ 或 $5.\bar{3}$,

.....;

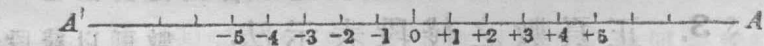
而 0 點可以表 0 (零)。

譬如有人由 0 點起，向右 3 步，即行至記 3 之處，更向右 5 步，則行至記 8 之處，餘類推；若此人行至記 3 之處後，乃折回向左 5 步，而折回 3 步已至原處 0，再行即至原處之左，於是 0A 直綫，不得不向左延長，並如上法自 0 點起



順次向左以 1, 2, 3, …… 記之，則此人當達 0 點左方記 2 之處也。

依 §1 所述，0 點左右之數，性質相反，當用正負號別之。尋常在右者記作 +，在左者記作 -，下圖即正負數之線段的表示也。



由此圖：1, 2, 3, …… 均有正負之別，惟 0 (零) 之正負二者，均在 0 點，故

$$+0 = -0 = 0;$$

即謂 0 無正負之可言，亦未嘗不可。

習題 II

- 試於橫綫上記出以下各數：——
+4; -3; -4.5; +7.5.
- 試於縱綫上記出以下各數：——
(尋常自 0 點向上者作為正，向下者作為負)
+5; -4; +3.3; -6.2.
- 某地某年每月之平均溫度如下：——

一月 -4° 五月 $+46^{\circ}$ 九月 $+52^{\circ}$
 二月 -7° 六月 $+68^{\circ}$ 十月 $+34^{\circ}$
 三月 $+14^{\circ}$ 七月 $+86^{\circ}$ 十一月 $+12^{\circ}$
 四月 $+26^{\circ}$ 八月 $+70^{\circ}$ 十二月 -2°

試用方格紙作圖綫。

4. 某船十週所經之緯度如下：
 $+12^{\circ}, +15^{\circ}, +12^{\circ}, +10^{\circ}, +5^{\circ}, +2^{\circ}, (-1^{\circ}), -6^{\circ}, -3^{\circ}, +1^{\circ}$ 。

試用方格紙作圖綫。

§ 4. 加法(Addition).

甲. 同號之數相加. 如有人東行 5 步後, 更東行 3 步, 結果距原處 8 步, 且仍在原處之東, 如向東之數以正號記之, 是為 $(+5) + (+3)$

$$= +8;$$

若此人係向西行, 而向西之數以負號記之, 則

$$(-5) + (-3) = -8.$$

由是可得加算法則(1)

同號之數相加, 先求二絕對值之和, 而冠以公號。

乙. 異號之數相加. 於下例中, 當先注意其絕對值之大小及結果之符號。

(a). $(+5) + (-3).$

設 +5 表東行 5 步, -3 表西行 3 步, 圖為

是此人達原處之東 2 步, 故

$$(+5) + (-3) = +2.$$

(b). $(-3) + (+5).$

東行 3 步後向西 5 步，則
此人當在原處之西 2 步，故

$$(+3) + (-5) = -2.$$

(c). $(-5) + (+3).$

西行 5 步後向東 3 步，結果
當在原處之西 2 步，故

$$(-5) + (+3) = -2.$$

(d). $(-3) + (+5).$

西行 3 步後向東 5 步，結果
當在原處之東 2 步，故

$$(-3) + (+5) = +2.$$

由此四者，又得加算法則(2)

異號之數相加，先求二絕對值之差，而冠以絕對值大者之符號。

【注意】正負數之和，其絕對值不必皆加，故稱為代數和(Algebraic Sum)；絕對值之和，則稱為算術和(Arithmetical Sum)。

習題 III

求以下之代數和：—

1. $\begin{array}{r} +5 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

2. $\begin{array}{r} +8 \\ -5 \\ \hline \end{array}$

3. $\begin{array}{r} +7 \\ -12 \\ \hline \end{array}$

4. $\begin{array}{r} -7 \\ -6 \\ \hline \end{array}$

5. $\begin{array}{r} -6 \\ +10 \\ \hline \end{array}$

6. $\begin{array}{r} -12 \\ +9 \\ \hline \end{array}$

7. $\begin{array}{r} +19 \\ -22 \\ \hline \end{array}$

8. $\begin{array}{r} -22 \\ -14 \\ \hline \end{array}$

9. $\begin{array}{r} -34 \\ +19 \\ \hline \end{array}$

$$\begin{array}{r} 10. \quad -17 \\ +24 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11. \quad +17 \\ +35 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12. \quad +33 \\ -48 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13. \quad +2 \\ -\frac{1}{8} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14. \quad -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15. \quad +1\frac{1}{2} \\ -2\frac{1}{3} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16. \quad +\frac{1}{2} \\ +\frac{1}{6} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17. \quad +1\frac{2}{3} \\ -1\frac{1}{3} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18. \quad -3\frac{1}{2} \\ +3\frac{1}{2} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19. \quad +8a \\ -6a \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20. \quad -12m \\ +16m \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21. \quad -32x \\ -15x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22. \quad +3.2s \\ +7.8s \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23. \quad -2.5y \\ +7.3y \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24. \quad +6\frac{1}{2}cd^2 \\ -7\frac{1}{3}cd^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25. \quad +50 \\ +25 \\ -18 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26. \quad +35 \\ -38 \\ +24 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27. \quad -45 \\ -20 \\ +60 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28. \quad -9 \\ +4 \\ -23 \\ +78 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29. \quad +4.5 \\ -3.2 \\ -1.5 \\ +1.2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30. \quad +3.5 \\ +3.0 \\ -7.8 \\ +8.6 \\ \hline \end{array}$$

31. 某物質加熱 20° 後，入水中低 4° ，又加熱 8° 。問其熱度改變如何？

32. 向北爲正，向南爲負，某船由 -15° (南緯 15°) 起行，其行程爲 -5° ， -10° ， $+2^\circ$ ， -7° ， $+3^\circ$ ， -12° ， $+5^\circ$ 。問此時船在何處？

§ 5. 減法 (Subtraction). 欲明正負數如何相減，當先明以下二義：

甲. 減正猶如加負，

乙. 減負猶如加正。

說明 1. 設有人存銀 1000 元,而負債 500 元,記作

+1000 元	-500 元	(A)
---------	--------	----------

若此人以存款內 100 元購物,即當於(A)之左邊減去(+100 元),故其財產之狀況爲

+900 元	-500 元	(B)
--------	--------	----------

若此人購物,未用現金,係暫欠某店者,則(A)之右邊當加入(-100 元),故其財產之狀況爲

+1000 元	-600 元	(C)
---------	--------	----------

由(A)而(B)係減正數;

由(A)而(C)係加負數.

而(B)(C)二者之結果一致,是以減正猶如加負.

若此人新收薪金 100 元,以之還欠款,則(A)之右邊當減(-100 元),此時其財產之狀況爲

+1000 元	-400 元	(B')
---------	--------	-----------

若此人未用以還欠款,而收存現金,則(A)之左邊當加入(+100 元),故其財產之狀況爲

+1100 元	-500 元	(C')
---------	--------	-----------

由(A)而(B'),係減負數;

由(A)而(C'),係加正數.

而(B')(C')二者之結果一致,是以減負猶如加正.

說明 2. 拔河之戲,當正負二力平衡之際,

正方忽退一人(減正),則繩必向負;若正方力未增減,而負方加一人(加負),則繩亦必向負.

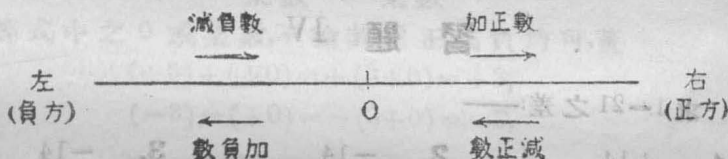
負方忽退一人(減負),則繩必向正;若負方力未增減,而正方加一人(加正),則繩亦必向正.

說明 3. 划舟逆潮而行,設划力每時 10 里,命爲正潮力每時 3 里,則爲負,於是每時可行 7 里.

設划力減少2里(減正),則每時祇行5里;若划力未減,而潮力增加2里,(加負),每時亦祇行5里。

設潮力減少2里(減負),則每時可行9里;若潮力未減,而划力增加2里(加正),每時亦可行9里。

說明4. 減為加之逆,由§4所述,加正數係向右數。



故減正數必向左數,又加負數係向左數,
故減負數必向右數,是減正與加負同,減負與加正同。
由此種種說明,可知

減算法則 變減數之符號而加之。

例1. $(-8) - (+6)$.

減正猶如加負,故

$$(-8) - (+6) = (-8) + (-6) = -14.$$

例2. $a - (-a)$.

減負猶如加正,故

$$a - (-a) = a + a = 2a.$$

實際計算時,變號之處,暗記即可,不必寫出。

【注意1】 減本有「取去」之意,

如 $(+5) - (+3)$. 可視為由5個(+1)內取去3個(+1),
必餘2個(+1),故

$$(+5) - (+3) = +2.$$

又如 $(-5) - (-3)$. 即由5個(-1)之內取去3個(-1),尚
餘2個(-1),故

$$(-5) - (-3) = -2$$

如此二者,直接施減亦極便利.

【注意2】 算式如 $5-3$. 可視作 $(+5) - (+3)$ 或 $(+5) + (-3)$;

又如 $-5-3$, 可視作 $(-5) - (+3)$ 或 $(-5) + (-3)$ 等.

習 題 IV

求 $1-21$ 之差:—

$$\begin{array}{r} 1. \quad +14 \\ \quad -8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \quad -14 \\ \quad +8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3. \quad -14 \\ \quad -8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4. \quad -4 \\ \quad -16 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5. \quad -4 \\ \quad +16 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6. \quad +18 \\ \quad +8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7. \quad 16 \\ \quad 20 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8. \quad 15 \\ \quad -20 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9. \quad -15 \\ \quad 20 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10. \quad -15 \\ \quad -5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11. \quad -18 \\ \quad -24 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12. \quad -16 \\ \quad -16 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13. \quad \frac{1}{2} \\ \quad -\frac{1}{4} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14. \quad -1\frac{1}{4} \\ \quad -2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15. \quad -\frac{1}{8} \\ \quad 5\frac{1}{2} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16. \quad 4ab \\ \quad -6ab \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17. \quad -8ac^2 \\ \quad 8ac^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18. \quad -4xy \\ \quad -8xy \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19. \quad 8abc \\ \quad 14abc \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20. \quad -18cd \\ \quad -7cd \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21. \quad -6x^2y \\ \quad -6x^2y \\ \hline \end{array}$$

設 $a=5$, $b=-3$, $c=-2$, 求 22-25 各值:—

$$22. \quad a + (-b) + c.$$

$$23. \quad -a + (-b) + (-c).$$

$$24. \quad -a - (-b) - (-c).$$

$$25. \quad -a - b - c.$$

§ 6. 0 與正負數之加減。 讀第一冊第肆章，

已知

$$\left. \begin{aligned} 0+0 &= 0 \\ 0-0 &= 0 \\ \text{某數}+0 &= \text{某數} \\ 0+\text{某數} &= \text{某數} \\ \text{某數}-0 &= \text{某數} \end{aligned} \right\}$$

此等式中之 0 或某數，不論其為正或負均可蓋

$$(+3) + (+0) = +(3+0) = +3,$$

$$(-3) - (+0) = -(3+0) = -3,$$

.....,

故也。至於「0-某數」一式，前未論及，茲述於下：——

(i) 0-正數，如 $0-(+3) = 0+(-3) = -3$;

(ii) 0-負數，如 $0-(-3) = 0+(+3) = +3$ 。

故由 0 減去某數，其差之絕對值與某數相同，而符號相反。

習 題 V

求以下之代數和：——

1. $(-2)+0$.

2. $0+(+2)$.

3. $(+5)+0$.

4. $(-5)-0$.

5. $0+(-3)$.

6. $0-(+6)$.

7. $0+4$.

8. $0-7$.

9. $0-a$.

10. $0-mn$.

§ 7. 正負數及 0 之大小。 正負數及 0，可以

直綫 AA' 上之點表示之，且其大小之排列有一定之順序，

